CAPITOLO II

IL CAMPO ELETTRICO

2.1 COME NASCE IL CONCETTO DI CAMPO

Una delle idee più sconvolgenti che siano state introdotte nella fisica è indubbiamente l'idea di campo. Il campo, a partire dalle concezioni statiche più ingenue di Coulomb, Gilbert e Faraday, è un'entità immateriale, invisibile, che tuttavia può produrre effetti percettibili. Se pensiamo alle fobie con cui oggi si discute del cosiddetto "elettrosmog", questo può forse rendere l'idea dell'atteggiamento che l'opinione pubblica può assumere verso la nozione di campo: è una reazione istintiva alla necessità di materializzare qualcosa di cui si è affermata l'esistenza (da che mondo è mondo, il modo più comune di accettare l'esistenza di entità invisibili consiste nell'averne paura). In che cosa consiste l'esistenza di un campo?
Carlo Bernardini, Considerazioni sulla relatività, La Fisica nella Scuola, XXXVIII, 1, 2005, p. 95.

Nei primi decenni dell'ottocento l'idea di una forza agente a distanza era comunemente accettata dalla comunità scientifica. Essa derivava dal grande successo della fisica newtoniana che imponeva la validità del terzo principio della dinamica. Fu quindi accettata, più o meno tranquillamente, fino a quando Faraday non iniziò a parlare di "linee o curve di forza magnetica" e di effetti elettrici e magnetici che coinvolgevano lo spazio attorno ai magneti o ai corpi carichi. Dopo Faraday, Maxwell riuscì a sintetizzare tutti i fenomeni conosciuti dell'elettricità e del magnetismo in una teoria del "campo elettromagnetico", segnando definitivamente il passaggio da un'epoca dominata da una filosofia dell'azione a distanza all'epoca attuale di teorie di campo.

Dunque, fino a Faraday, la teoria dominante era la "teoria dell'azione a distanza". Si distingueva tra due tipi di forze: le forze di contatto (ad esempio le forze di attrito) e le forze dovute all'azione istantanea tra due corpi (ad esempio la forza gravitazionale e la forza di Coulomb).

Scrive Hertz:
Dal primo punto di vista, noi guardiamo alla attrazione tra due corpi come ad una specie di affinità spirituale tra di essi. La forza che ciascuno di essi esercita è legata alla presenza dell'altro corpo. Affinchè ci sia la forza, ci debbono essere almeno due corpi. In qualche modo un magnete ottiene la sua forza solo quando un altro magnete è posto nelle sue vicinanze. Questa concezione è la concezione della azione a distanza pura, la concezione della legge di Coulomb.

La modificazione dello spazio circostante da parte di un oggetto fisico deriva, secondo un primo approccio, dalla interazione di quest'ultimo con altri oggetti fisici senza che ci sia necessariamente il contatto. Si dice che un oggetto fisico genera un campo quando produce una modificazione dello spazio circostante tale che altri oggetti ne risentono della azione. Un oggetto fisico può essere un oggetto dotato di massa oppure una carica elettrica o un dipolo magnetico; rispettivamente tali oggetti genereranno un campo gravitazionale, un campo elettrico e un campo magnetico.
Si evince che il concetto di campo è strettamente connesso al concetto di azione a distanza e sembra che la presenza di un campo sia subordinata alla presenza di una forza (nei casi citati il campo è generato rispettivamente da una forza gravitazionale, da una forza di coulomb, da una forza di Lorentz).
In molti manuali si trova questa definizione:

Nel paragrafo. . . è stato definito il campo gravitazionale della Terra come la forza di gravità che la massa della Terra esercita su una massa unitaria. In maniera analoga, definiremo il campo elettrico E di un corpo carico come la forza elettrica che esso esercita su una unità di carica positiva. Perciò, la relazione fra il campo elettrico e la forza elettrica agente su una carica q è $F = q \cdot E$ *proprio come la relazione fra la forza di gravità agente su una massa m e il campo gravitazionale è* $F = mg$.
In realtà, oggi si fa uso del concetto di campo per evitare il concetto di azione a distanza. Se abbiamo una certa carica Q in un punto P, per la legge di Coulomb, questa è influenzata da tutte le altre cariche che si trovano ad una certa distanza: la forza agisce a distanza. Questo è ciò che si pensava tra il 1832 e il 1864. Ma già nel 1864, il concetto di campo, attraverso le equazioni di Maxwell, arriva alla sua maturità. Tali equazioni decretano un nuovo modo di rappresentare il mondo, non più attraverso la descrizione di una forza che agisce tra due corpi bensì attraverso la perturbazione dello spazio tra due i due corpi, quello sorgente e quello test.
Allora il campo diventa interpretazione di leggi fisiche; mentre le leggi della fisica classica seguono l'andamento dei corpi, cioè ci dicono istante per istante dove si trova il corpo, con l'introduzione del concetto di campo, invece, le leggi fisiche non seguono più il corpo ma descrivono, nello spazio e nel tempo, la storia del campo.

Così scrive Einstein:
La definizione quantitativa, ovvero matematica del campo, si riassume nelle equazioni che portano il nome di Maxwell [….]. la formulazione di queste equazioni costituisce l'avvenimento più importante verificatosi in fisica dal tempo di newton e ciò non soltanto per la dovizia del loro contenuto (perché permettono di prevedere le onde elettromagnetiche, permettono di verificare l'ottica, l'elettromagnetismo, l'elettricità in un colpo solo ma soprattutto perché hanno fornito un nuovo modello di legge che prima non si conosceva). Le equazioni di Maxwell definiscono la struttura del campo elettromagnetico, sono leggi valide nell'intero spazio (non soltanto lungo la linea di moto descritta dalla particella, come accadeva per le leggi di Newton) e non soltanto nei punti in cui materia e cariche elettriche sono presenti.
Rammentiamo come stanno le cose in meccanica. Conoscendo posizione e velocità di una particella in un dato istante e conoscendo le forze agenti su di essa è possibile prevedere l'intero futuro percorso dalla particella stessa. […]. Nelle equazioni di Maxwell invece basta conoscere il campo in un dato istante per poter dedurre dalle equazioni omonime in quale modo l'intero campo varierà nello spazio e nel tempo. Le equazioni di Maxwell permettono di seguire le vicende del campo, così come le equazioni della meccanica consentono di seguire le vicende delle particelle materiali.
Un passo essenziale che condusse alle equazioni di Maxwell consiste nel riconoscere il campo come qualcosa di reale, una volta creato il campo elettromagnetico sussiste, agisce e varia in conformità alle leggi di Maxwell […]

Così scrive Beiser:
Quando una carica è presente in qualche luogo, si può considerare che le proprietà dello spazio nelle sue vicinanze siano modificate in modo tale che un'altra carica posta in questa regione sperimenterà una forza. La modificazione dello spazio causata da una carica a riposo è chiamata il suo campo elettrico.
Un campo di forza è un modello ideato al fine di fornire una struttura per capire come le forze siano trasmesse da un oggetto a un altro attraverso lo spazio vuoto. Un modello di successo non soloorganizza tutte le informazioni che abbiamo su un certo fenomeno all'interno di una visione unitaria; esso ci permette di predire effetti e relazioni finora insospettati, che devono poi essere ovviamente verificati per mezzo dell'esperimento.

Oggi il concetto di campo costituisce il punto di partenza per lo studio di molti fenomeni fisica fondamentali e consente di evitare l'errore di credere che la forza di attrazione o di repulsione sia generata da una sola delle due cariche che interagiscono mentre l'altra ne subisce gli effetti.
Il concetto di campo consente inoltre di dare una spiegazione più rigorosa e convincente a un problema che ha assillato gli scienziati sin dalla nascita della scienza moderna: come si trasmettono le forze? Per contatto o per azione a distanza? Se si trasmettono per contatto non siamo in grado di spiegare, per esempio, l'attrazione che lega fra loro Terra e Sole o Terra e Luna, attraverso gli spazi cosmici vuoti. Se accettiamo la seconda spiegazione, l'azione a distanza, non capiamo quale sia il mezzo, il veicolo che possa fare da tramite.
Introducendo l'idea di campo, diciamo che la forza su una carica non è il risultato dell'azione che una carica q_1 esercita su di essa ma è dovuta a una proprietà posseduta dal campo stesso nel punto in cui poniamo la carica q_2.
In altri termini, un corpo dotato di carica elettrica viene attirato da un altro corpo elettrizzato con carica opposta non perché da quest'ultimo parta una qualche forza di attrazione ma perché esso genera un campo in cui tutti i corpi di segno elettrico opposto tendono ad avvicinarsi a esso. Il fatto di subire l'attrazione è dunque una proprietà non dell'oggetto ma dello spazio in cui si trova.

2.2 IL CAMPO ELETTRICO

Se mettiamo una carica di prova nello spazio che circonda una bacchetta carica, su essa agirà una forza elettrostatica per cui parleremo di campo elettrico esistente in questo spazio, allo stesso modo in cui parleremo di campo magnetico nello spazio che circonda una sbarretta magnetizzata.
La carica q_1 dà origine a un campo elettrico nello spazio che la circonda;
il campo agisce sulla carica q_2: questa azione si manifesta con la forza F che agisce su q_2.
Il campo gioca un ruolo intermedio nelle forze che si esercitano tra cariche.
Non esiste, dunque, una azione diretta

$$\boxed{\text{carica}} \Leftrightarrow \boxed{\text{carica}}$$

ma l'azione che si stabilisce è tra

$$\boxed{\text{carica}} \Leftrightarrow \boxed{\text{campo}} \Leftrightarrow \boxed{\text{carica}}$$

Possiamo pure immaginare che la carica q_2 crei un campo e che questo campo agisca su q_1 producendo una forza F che agisce su essa secondo la legge di Newton.

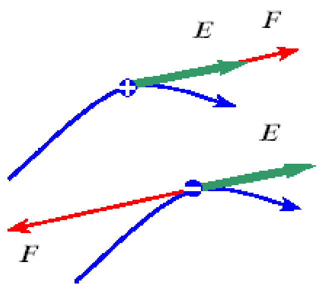
Per definire il campo elettrico in modo operativo, poniamo una piccola carica di prova q_0 (che supponiamo positiva per convenienza) nel punto che si deve esaminare e misuriamo la forza elettrica F che agisce sul corpo. L'intensità del campo elettrico o semplicemente campo elettrico E nel punto è definita come

$$E = \frac{F}{q_0}$$

dove E è un vettore poiché tale è F essendo q_0 uno scalare. La direzione di E è la direzione di F, cioè la direzione verso cui si muoverebbe una carica positiva, posta in quiete, nel punto.

Faraday non tenne in giusto conto il concetto di campo elettrico come vettore; egli pensava in termini di linee di forza; non ne dava, in altri termini, una definizione matematica, ma solo una definizione rappresentativa.
Rimane tuttavia attuale utilizzare le linee di forza per visualizzare l'andamento del campo elettrico.
Si tratta di linee immaginarie tali che:

- La tangente a una linea di forza, in ogni punto, dà la direzione di E in quel punto;



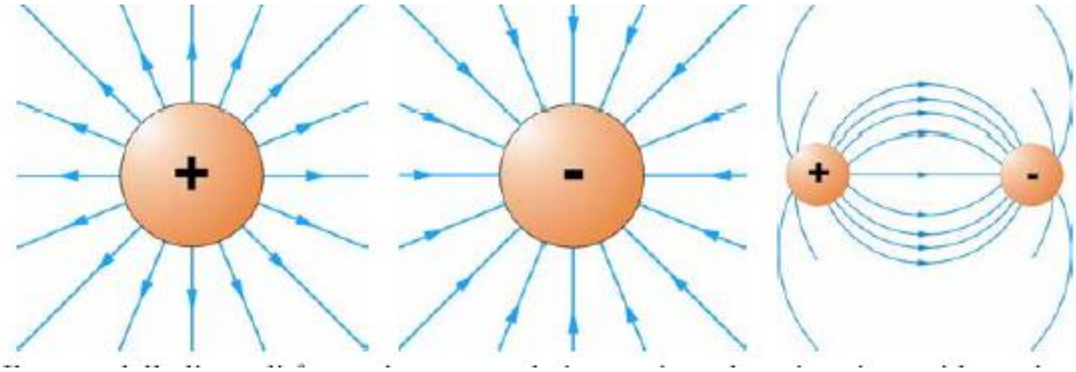
La linea di forza dà il verso e la direzione del campo; la forza è parallela o antiparallela a seconda del segno della carica; la densità di linee descrive la intensità del campo.

- Sono tracciate in modo che il numero di linee che attraversano una superficie di area unitaria (normale alle linee stesse) è proporzionale alla intensità di E. dove le linee si addensano E è grande, dove si diradano E è piccolo.

La figura 2.1 mostra le linee di forza per uno strato uniforme di cariche positive. Si suppone che lo strato sia infinitamente esteso, il che, per un piano di dimensioni finite, equivale a considerare solo quei punti la cui distanza dallo strato è piccola rispetto alla distanza dal bordo più vicino dello strato. Una carica positiva abbandonata di fronte a un tale strato si allontana da esso lungo la linea perpendicolare. Così il vettore campo elettrico, in ogni punto vicino allo strato deve essere perpendicolare allo strato. Le linee di forza sono a ugual distanza l'una dall'altra, il che significa che E ha lo stesso modulo in tutti i punti vicini allo strato.

La figura 2.2 mostra le linee di forza per una sfera carica di segno negativo: per ragioni di simmetria esse devono essere tracciate come i raggi e sono dirette verso l'interno perché una carica positiva libera sarebbe accelerata in questa direzione. Il campo elettrico E non è costante ma decresce al crescere della distanza dalla carica come è evidente dalle linee di forza che, al crescere della distanza, sono sempre più separate. Per motivi di simmetria, E è lo stesso per tutti i punti che si trovano a una stessa distanza dal centro della carica.

La figura 2.3 mostra le linee di forza per una sfera carica di segno positivo; l'unica differenza è che le linee sono uscenti dalla carica.



2.3 CALCOLO DEL CAMPO ELETTRICO

Supponiamo che una carica di prova q_0 sia posta ad una distanza r da una carica puntiforme q, l'intensità della forza agente su q_0 è data dalla legge di Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

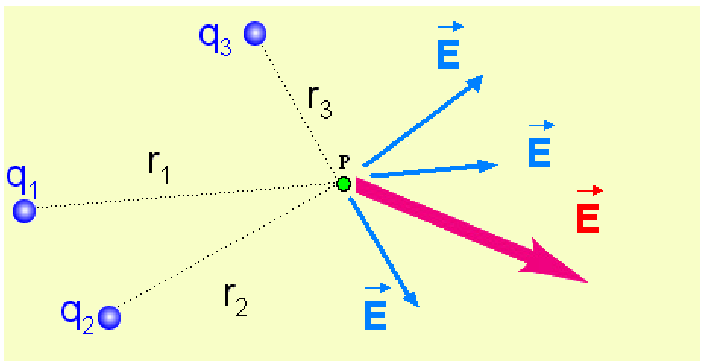
L'intensità del campo elettrico nel punto in cui è posta la carica di prova è dato dalla legge

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

La direzione di E è quella della linea radiale uscente da q e il verso è dall'interno all'esterno o viceversa a seconda che q sia positiva o negativa.
In molti casi è necessario calcolare il campo elettrico E generato da più cariche puntiformi.
In questo caso bisogna calcolare il campo elettrico E_n generato da ciascuna carica, come se la carica fosse la sola presente e sommare settorialmente i campi calcolati ciascuno indipendentemente dagli altri per ottenere il campo E in quel punto.
Tale campo è espresso dalla equazione

$$E = E_1 + E_2 + ... + E_n = \sum E_n$$

essendo la somma una somma di vettori estesa a tutte le cariche.



L'equazione appena scritta esprime il principio di sovrapposizione esteso ai campi elettrici; esso afferma che
In un punto i campi elettrici dovuti a distribuzioni di cariche separate si sommano semplicemente (vettorialmente) o si sovrappongono indipendentemente.

In altri casi, il numero di cariche è talmente elevato e le cariche talmente addensate che non si considerano le singole cariche ma si considera una densità di carica e si calcola il contributo dovuto ad un elemento piccolissimo (infinitesimo) di questa densità di carica *dq*. Per ciascuno di questi, trattato come una carica puntiforme, si può calcolare il campo *dE*.

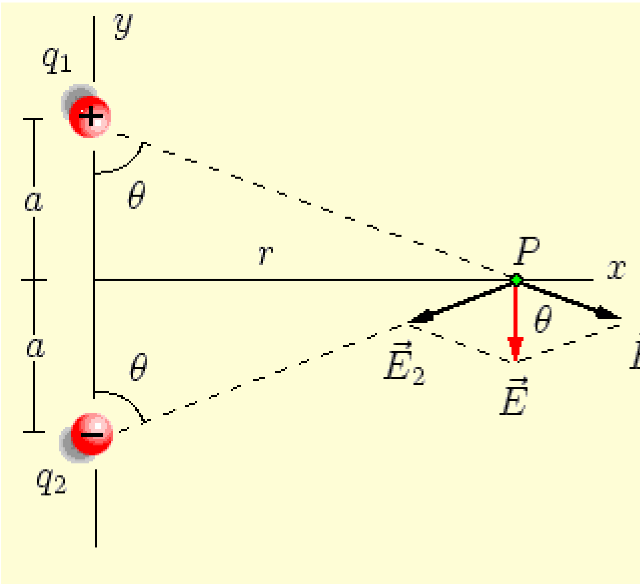
$$dE = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

dove r è la distanza dell'elemento di carica dq dal punto P.
il campo risultante nel punto P è ottenuto sommando i contributi di campo dovuti a tutti gli elementi di carica e, nel caso di distribuzione continua, si ricorre al calcolo integrale:

$$E = \int dE$$

Vediamo ora alcuni esempi.

2.3.A CAMPO ELETTRICO PRODOTTO DA UN DIPOLO



I Caso – Campo elettrico in punti dell'asse del segmento congiungente le due cariche

Ci proponiamo ora di calcolare il campo elettrico E generato da due cariche di segno opposto, a distanza 2a una dall'altra, nel punto P posto a distanza r dal segmento congiungente le cariche, sull'asse di questo segmento.
Per il principio di sovrapposizione, il campo elettrico nel punto P è la somma vettoriale dei campi elettrici generati dalle singole cariche.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Con il teorema di Pitagora si calcola la distanza del punto P da una delle due cariche:

$$\sqrt{a^2 + r^2}$$

Essendo entrambe le cariche poste alla stessa magnitudine, i campi da esse generati sono uguali

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{a^2+r^2}$$

Le componenti E_{1x} ed E_{2x} hanno segno opposto, pertanto la loro somma vettoriale è nulla.

L'unico contributo da calcolare sarà allora quello proveniente dalle componenti E_{1y} e E_{2y}. In particolare si avrà che $E_{1y} = E_{2y}$ e pertanto il campo elettrico totale sarà

$$E = 2 \cdot E_1 \cdot \cos\theta$$

Tenendo conto che

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

si ottiene

$$E = \frac{2}{4\pi\epsilon}\frac{q}{a^2+r^2}\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{2aq}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Se si considera l'ipotesi che il punto P si trovi a distanza $r >> a$, si ottiene

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{(2a)(q)}{r^3}$$

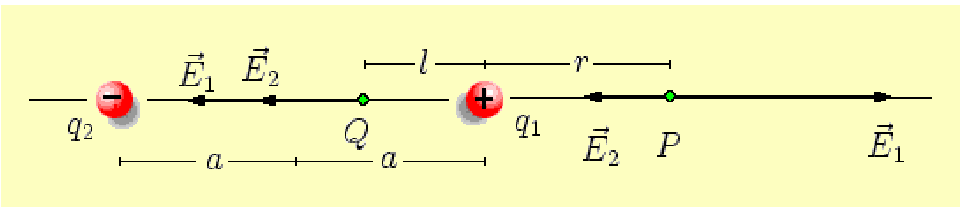
Il prodotto al numeratore $(2a)\cdot q$ prende il nome di momento di dipolo elettrico p. Pertanto, posto

$$p = (2a)\cdot q$$

il valore di E per punti lontani sull'asse del segmento che congiunge le due cariche sarà dato dalla relazione

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{p}{r^3}$$

II caso – campo elettrico in punti al di fuori la congiungente le due cariche ma giacente sulla stessa retta di congiunzione (vedi figura)



Come nel caso precedente, per il principio di sovrapposizione, il campo elettrico generato dalle due cariche è la somma dei campi elettrici generati da ciascuna carica

$$E = E_1 + E_2$$

Le uniche componenti dei vettori sono quelle sull'asse x, giacendo i vettori stessi su una sola retta:

$$E_{1y} = E_{2y} = 0$$

Pertanto agli effetti del calcolo vettoriale dobbiamo considerare

$$E_1 = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(r-a)^2} \qquad \text{e} \qquad E_2 = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(r+a)^2}$$

Le componenti E_{1x} e E_{2x} hanno segno opposto; pertanto si ha

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{(r-a)^2} - \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \frac{q}{(r+a)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot 4aq \frac{r}{(r^2 - a^2)^2}$$

Essendo $p = (2a) \cdot q$, si ha, in definitiva

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{pr}{(r^2 - a^2)^2}$$

e, se $r >> a$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

III caso – campo elettrico in punti sulla congiungente le due cariche

Come nel caso precedente, il campo elettrico in punti sulla congiungente le due cariche si calcola applicando il principio di sovrapposizione, con la differenza che, in questo caso, le componenti E_{1x} e E_{2x} hanno lo stesso segno. Pertanto, si ha:

$$E = E_1 + E_2$$

Essendo:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{l^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(2a - l)^2}$$

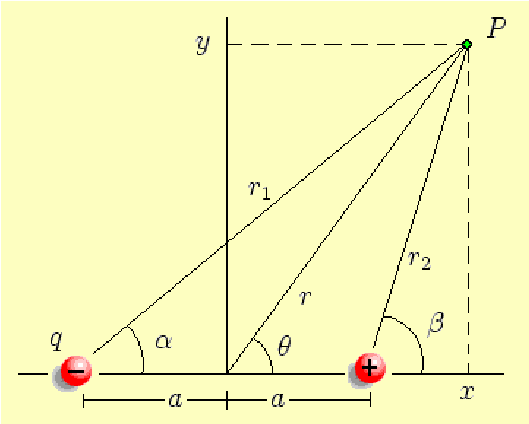
Si ha

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{l^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(2a-l)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{l^2} + \frac{q}{(2a-l)^2}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{2a}{l^2(2a-l)}$$

Sostituendo, come nel caso precedente, $p = (2a) \cdot q$, si ha

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{l^2(2a-l)}}$$

IV caso – campo elettrico generato da un dipolo in un punto qualsiasi



Consideriamo un punto $P(x,y)$ come indicato in figura; in questo caso per calcolare il campo elettrico dobbiamo considerare tutte le componenti sia sull'asse x che sull'asse y.
Inoltre valgono le relazioni:

$$r_1 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2} \cdot \cos\alpha = \frac{x+a}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}} \cdot \sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}$$

$$r_2 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2} \cdot \cos\beta = \frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \cdot \sin\beta = \frac{y}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}}$$

I campi generati dalle due cariche, saranno quindi:

$$E_{r1} = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{(x+a)^2+y^2}$$
$$E_{r2} = \frac{1}{4\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{(x-a)^2+y^2}$$

Per determinare il valore del campo in P dobbiamo fare la somma vettoriale dei campi generati dalle singole cariche componente per componente. Pertanto:

$$E_{r1x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+a)^2+y^2}\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+a)^2+y^2}\frac{x+a}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q(x+a)}{\left[(x+a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_{r2x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2+y^2}\cos\beta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2+y^2}\frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q(x-a)}{\left[(x-a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_{r1y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+a)^2+y^2}\sin\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+a)^2+y^2}\frac{y}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qy}{\left[(x+a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

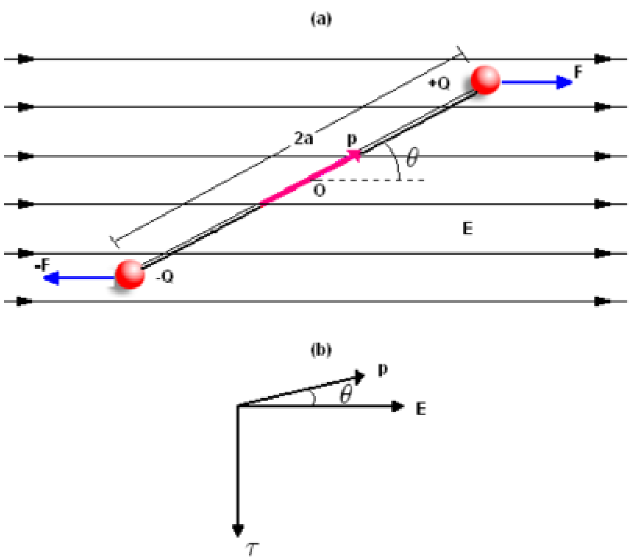
$$E_{r2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2+y^2}\sin\beta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x-a)^2+y^2}\frac{y}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qy}{\left[(x-a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Sommando, si ottiene, rispettivamente per la componente lungo x e per quella lungo y:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}q\left[\frac{x+a}{\left[(x+a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{x-a}{\left[(x-a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}q\left[\frac{y}{\left[(x+a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{\left[(x-a)^2+y^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right]$$

2.3.B DIPOLO IN UN CAMPO ELETTRICO



Abbiamo già detto che un campo elettrico è una regione di spazio in cui una o più cariche risentono di forze di natura coulombiana.

Abbiamo anche detto che un campo elettrico è uniforme se E ha lo stesso modulo e la stessa direzione in ogni punto. Di conseguenza le linee di forza sono tutte tra di loro parallele e parallele alla direzione del campo.

Se poniamo un dipolo elettrico in un campo che ha le caratteristiche summenzionate, entrambe le cariche $+q$ e $-q$, separate da una distanza $2a$ saranno sottoposte ad una forza di uguale intensità ma verso opposto +F e –F, dove $F = q \cdot E$.
La forza risultante è chiaramente nulla ma esiste un momento non nullo rispetto a un asse passante per O dato dall'espressione

$$\tau = 2F(asin\theta) = 2aFsin\theta$$

E tenendo conto che $F = q \cdot E$ e che $p = (2a) \cdot q$, si ha:

$$\tau = 2aqEsin\theta = pEsin\theta$$

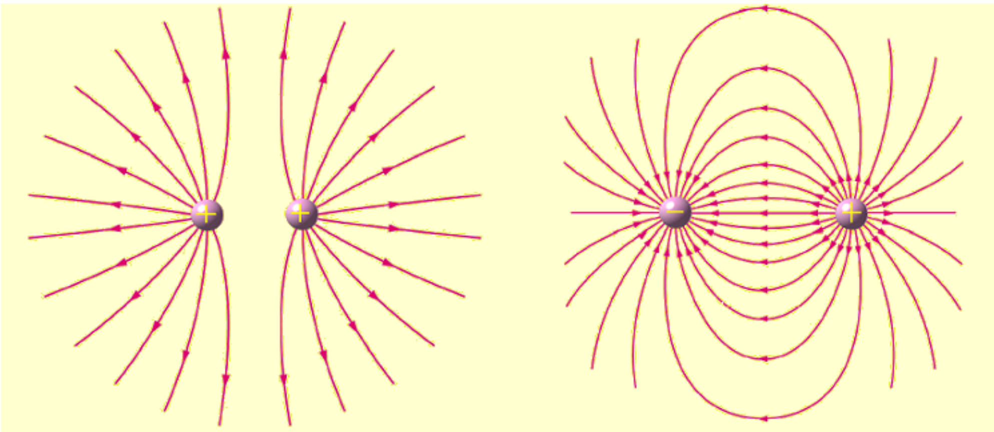
In forma vettoriale

$$\tau = p \wedge E$$

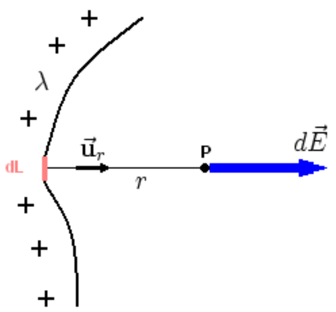
Così un dipolo posto in un campo elettrico esterno E subisce l'azione di un momento che tende ad allinearlo col campo.

2.3.C LINEE DI FORZA DI UN DIPOLO

In figura sono indicate le linee di forza di un dipolo, nel primo caso, per due cariche dello stesso segno e, nel secondo caso, per due cariche di segno opposto. Faraday, come abbiamo visto, fece largamente uso delle linee di forza nei suoi lavori. Nel caso di un dipolo, le linee di forza sono linee uscenti dalle cariche positive, che, come si vede deviano per l'azione di repulsione esistente tra le cariche stesse; al contrario, nel caso di cariche di segno opposto, le linee di forza sono linee chiuse, uscenti dalla carica positiva e richiudentesi sulla carica negativa. Vedremo in seguito la stretta analogia con le linee di forza di un campo magnetico.



2.4CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE LINEARE DI CARICA
2.4.1Caso generale



Se si dispone di una distribuzione lineare continua di carica, il campo prodotto in un punto qualsiasi si può calcolare dividendo la carica in elementi indinitesimali dq. Quindi si calcola il campo dE prodotto da ciascun elementino nel punto in questione. Il valore di dE è dato da

$$dE = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

Il campo risultante in quel punto si calcola sommando i contributi dovuti alle singole cariche infinitesime; in questo caso bisogna ricorrere al calcolo integrale

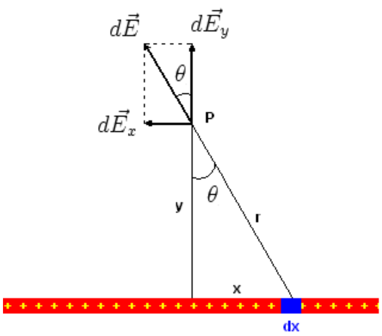
$$E = \int dE$$

Se la distribuzione continua di carica che si considera ha una densità lineare di carica $\lambda = \frac{dq}{dl}$, allora $dq = \lambda \cdot dl$

Pertanto

$$E = \int_l dE = \quad \int_l \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} u_r = \quad \int_l \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda dl}{r^2} u_r$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE LINEARE DI CARICA
2.4.2 Caso di una linea indefinita carica con densità lineare costante



In figura vediamo una parte di una linea indefinita lungo la quale è distribuita una carica la cui densità lineare (cioè la carica per unità di lunghezza, misurata in C/m) ha un valore costante λ. Vogliamo calcolare il campo E a una distanza y dalla linea.

La grandezza del contributo di campo dE, creato dall'elemento di carica $dq = \lambda \cdot dl$ è dato da

$$dE = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

Quindi
$$dE = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda \cdot dx}{y^2 + x^2}$$

Il vettore dE, come è illustrato in figura, ha componenti

$$dE_x = -dE \cdot \sin\theta$$
$$dE_y = dE \cdot \cos\theta$$

Il segno meno davanti all'espressione di dE_x indica che dE_x è diretto nella direzione negativa dell'asse x.

Le componenti lungo gli assi x e y del vettore E risultante, nel punto P, sono date da

$$E_x = \int dE_x = -\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \sin\theta \cdot dE \qquad E_y = \int dE_y = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \cos\theta \cdot dE$$

E_x deve essere nullo poichè ad ogni elemento di carica a destra di 0 corrisponde un elemento a sinistra di 0 tale che i loro contributi al campo, nella direzione *x*, si annullano; per questo E è diretto come l'asse *y*. Poichè i contributi a E_y dalle due semirette, a destra e a sinistra di 0, sono uguali, possiamo scrivere

$$E = E_y = 2 \cdot \int_{x=0}^{x=+\infty} \cos\theta \cdot dE$$

(abbiamo cambiato il limite inferiore di integrazione e introdotto un fattore 2).
Sostituendo in questa equazione l'espressione di *dE*, si ottiene:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_{x=0}^{x=+\infty} \cos\theta \cdot \frac{dx}{y^2 + x^2}$$

Dalla figura si evince che le quantità θ ed *x* sono indipendenti; dobbiamo eliminare una di esse, per esempio*x*, scrivendo la relazione fra *x* e θ.

$$x = y \cdot \tan\theta$$

Differenziando si ottiene

$$dx = y \cdot \sec^2\theta \cdot d\theta$$

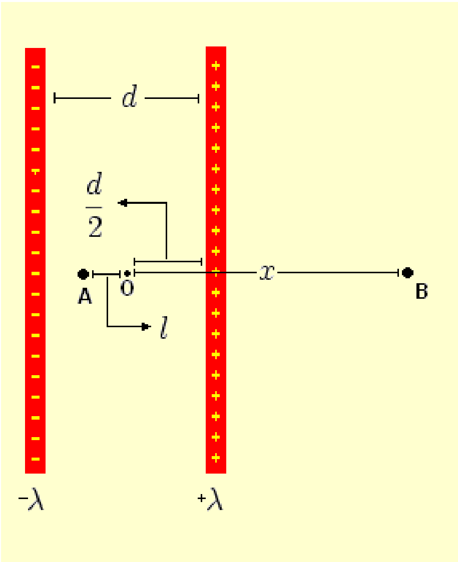
E sostituendo queste due espressioni si arriva finalmente a

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y} \cdot \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \cos\theta \cdot d\theta$$

Questa equazione si integra facilmente ottenendo

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y} \cdot$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE LINEARE DI CARICA
2.4.3 Caso di due fili paralleli indefiniti con densità di carica costante (in un punto B esterno)



Il campo elettrico E al'esterno dei fili è la somma dei campi elettrici generati da entrambi i fili carichi elettricamente. Sia E_1 il campo generato dal filo carico positivamente e E_2 quello generato dal filo con carica negativa. Si ottiene

$$E = E_1 - E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(x - \frac{d}{2})} - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(x + \frac{d}{2})}$$

da cui, con semplici operazioni si ottiene

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{d}{x^2 - (\frac{d}{2})^2}$$

2.4.4 Caso di due fili paralleli indefiniti con densità di carica costante (in un punto A interno)

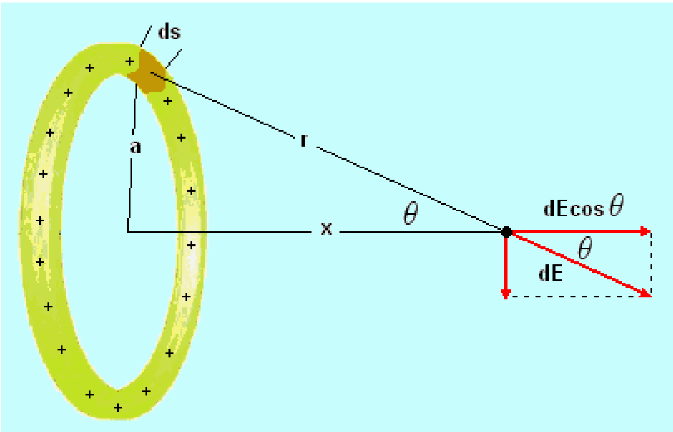
Volendo invece calcolare il campo elettrico in un punto tra i due fili dobbiamo tener conto che entrambi i fili generano un campo elettrico con lo stesso segno. Sia E_1 il campo elettrico dovuto al filo carico positivamente e E_2 il campo elettrico del filo carico negativamente e sommando i due contributi si ottiene

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(\frac{d}{2}+l)} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(\frac{d}{2}-l)}$$

da cui, con semplici operazioni, si ottiene

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\frac{d}{(\frac{d}{4})^2 - (\frac{l}{2})^2}$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE LINEARE DI CARICA
2.4.5 Caso di un anello carico



Si consideri un anello di ragio a sul quale è distribuita una carica q. Ci si propone di calcolare il campo elettrico E per i punti che si trovano sull'asse dell'anello a distanza x dal suo centro.
Si consideri, come al solito, un elemento infinitesimo dell'anello ds; esso contiene un elemento di carica dato da

$$dq = q \cdot \frac{ds}{2\pi \cdot a}$$

dove $2\pi \cdot a$ è il perimetro dell'anello, il quale dà origine ad un campo elettrico elementare dE nel punto P. Il campo elettrico risultante si ricava sommando i contributi di tutti gli elementi che fanno parte dell'anello, cioè integrando. A causa della simmetria esistente, il campo risultante deve essere diretto come l'asse dell'anello e così solo la componente di dE, nella direzione di questo asse, contribuisce al risultato finale. La componente perpendicolare all'asse è annullata da una componente uguale ma opposta dovuta all'elemento di carica che si trova sulla parte diametralmente opposta dell'anello. Così l'integrale vettoriale

$$E = \int dE$$

diviene un integrale scalare

$$E = \int dE \cdot \cos\theta$$

La quantità dE si ottiene dalla ormai ben nota equazione

$$dE = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot ds}{2\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{a^2 + x^2}$$

Possiamo, inoltre, ricavare che

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Osservando che, fissato *P*, *x* ha lo stesso valore per tutti gli elementi di carica e quindi non è una variabile, otteniamo

$$E = \int dE \cdot \cos\theta = \int \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot ds}{2\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{a^2 + x^2} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{2\pi \cdot a} \cdot \frac{1}{a^2 + x^2} \int ds$$

L'integrale è semplicemente il perimetro dell'anello $2\pi \cdot a$ cosicchè

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot x}{\left(a^2 + x^2 \right)^{3/2}}$$

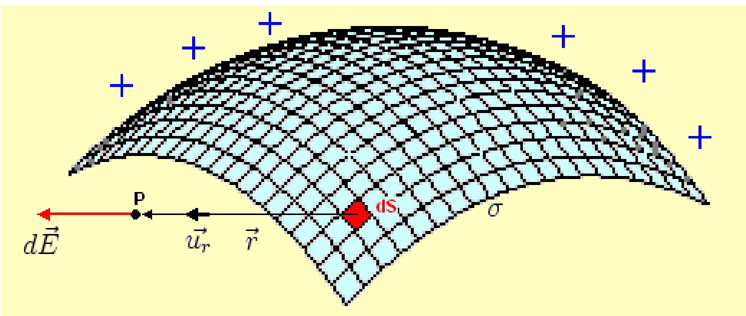
Per $x = 0$ questa espressione di *E* si riduce a

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{x^2}$$

Questo risultato poteva essere previsto, perchè a grandi distanze l'anello si comporta come una carica puntiforme *q*

2.5 CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE SUPERFICIALE DI CARICA[1]

2.5.1 caso generale



[1] La trattazione di questi argomenti richiede l'uso di nozioni matematiche che si apprendono in corsi superiori. Pertanto se ne fa una esposizione a scopo divulgativo e non didattico

Se abbiamo una distribuzione superficiale continua di carica, il campo elettrico prodotto in un punto qualsiasi può calcolarsi dividendo la carica in tanti elementini infinitesimi dq. Allora si calcola il campo dE prodotto da ciascun elemento nel punto in questione trattandolo come se fossero cariche.

Il valore di dE sarà dato da:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u_r}$$

Il campo risultante in quel punto si calcola allora sommando, nel caso specifico integrando, i contributi dovuti a tutti gli elementi di carica e si ha:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

Se la distribuzione continua di carica ha una densità superficiale di carica

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

ovvero

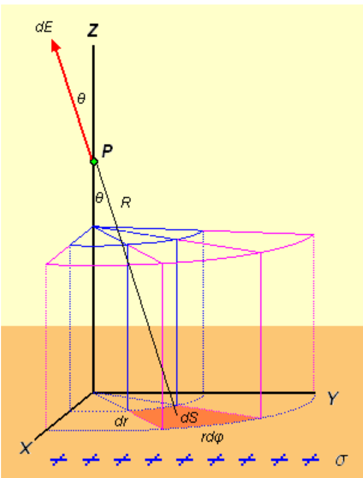
$$dq = \sigma dS$$

allora si ha

$$\vec{E} = \int_S d\vec{E} = \int_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u_r} = \int_S \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u_r}$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE SUPERFICIALE DI CARICA[2]

2.5.2 campo elettrico generato da un piano infinito con densità di carica uniforme



[2] In seguito, faremo uso del teorema di Gauss per giungere agli stessi risultati in maniera molto più agevole e senza ricorrere a strumenti matematici non alla portata di tutti

In figura è mostrata una parte di un piano infinito la cui densità superficiale di carica σ è costante. Consideriamo un elemento differenziale di superficie *dS*. La carica contenuta in questo elemento sarà $dq = \sigma \cdot dS$ e l'intensità del campo dovuta all'elemeto di carica dq sarà:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2+z^2}$$

Essendo *r* e *z* le proiezioni del raggio vettore R sul piano XY e sull'asse Z rispettivamente. Per il calcolo del campo dobbiamo ricorrere alle coordinate cilindriche, osservando preliminarmente che ogni elemento differenziale di superficie *dS*, per simmetria, ha un elemento diametralmente opposto

Questo fa si che le componenti radiali di *dE* si annullino. Pertanto, le componenti sull'asse Z sono le uniche che contribuiscono al risultato finale

Essendo

$$dS = (dr)(rd\phi)$$

$$\cos\theta = \frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

si ottiene

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma(dr)(rd\phi)}{r^2+z^2}\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

Da qui, risolvendo un semplicissimo integrale doppio (☺)

$$E = \int_0^{2\pi}\int_0^{+\infty}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma z r dr d\phi}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

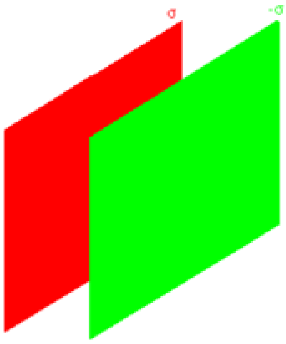
Si ottiene il risultato cercato

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Come si può notare il valore del campo non dipende dalla distanza a cui si trova il punto.

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE SUPERFICIALE DI CARICA

2.5.3 campo elettrico generato da due piani infiniti paralleli



la lastra rossa + carica positivamente, la carica verde negativamente

Il campo elettrico all'esterno dei due piani è nullo. Infatti, per il calcolo del campo, bisogna sommare i contributi provenienti dai due piani carichi. Essi sono carichi di segno opposto e pertanto nel sommare i contributi, essi si annullano essendo uguali e contrari,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

Invece il campo elettrico in un punto tra i due piani è dato da

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

2.6 MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETTRICO

Studieremo un altro tipo di interazione particella-campo.
Vedremo come la presenza di un campo elettrico uniforme influisce sul moto di una particella dotata di una massa *m* e di una carica *q*.

I caso -Supponiamo che una particella di massa m e carica q sia abbandonata con velocità nulla in un campo elettrico uniforme.

Il moto è simile a quello di un corpo che cade nel campo gravitazionale terrestre. L'accelerazione costante è data da

$$a = \frac{F}{m}$$

Dove la forza F è data dalla ben nota relazione $F = E \cdot q$

Pertanto:

$$a = \frac{qE}{m}$$

Trattandosi di un moto con accelerazione costante, esso sarà uniformemente accelerato e, tenendo conto che la velocità iniziale è $v_0 = 0$, si ha

$$v = a \cdot t = \frac{q \cdot E \cdot t}{m}$$

E dunque

$$y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{q \cdot E \cdot t^2}{2m}$$

L'energia cinetica acquistata dopo uno spostamento *y*, tenuto conto che

$$v^2 = 2a \cdot y = \frac{2q \cdot E \cdot y}{m}$$

è data relazione

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{2q \cdot E \cdot y}{m} \right) = q \cdot E \cdot y$$

II caso - Supponiamo ora che un elettrone dimassa m venga iniettato con velocità $v_0 \neq 0$ perpendicolarmente a un campo uniforme *E*.
Vediamo di descriverne il moto.
Il moto è simile a quello di un proiettile sparato orizzontalmente nel campo gravitazionale terrestre.
Bisogna suddividere il moto secondo le sue componenti, lungo l'asse *x* e lungo l'asse *y*.

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{Eq}{m} \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} + \dfrac{Eq}{m} t \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t + \dfrac{1}{2} \dfrac{Eq}{m} \cdot t^2 \end{cases}$$

Tenuto conto che poniamo un sistema di riferimento con l'origine proprio all'inizio del nostro moto e che la velovità ha solo la componente orizzontale, i termini x_0, y_0, v_{0y} si annullano. Pertanto si avrà

$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = \dfrac{1}{2} \dfrac{Eq}{m} \cdot t^2 \end{cases}$$

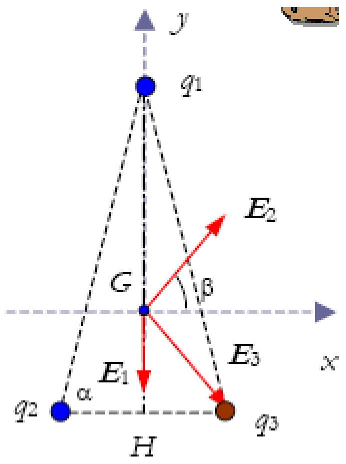
Ricavando t dalla prima delle due equazionie sostituendolo nella seconda si ottiene l'equazione della traiettoria

$$y = \frac{qE}{2m \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

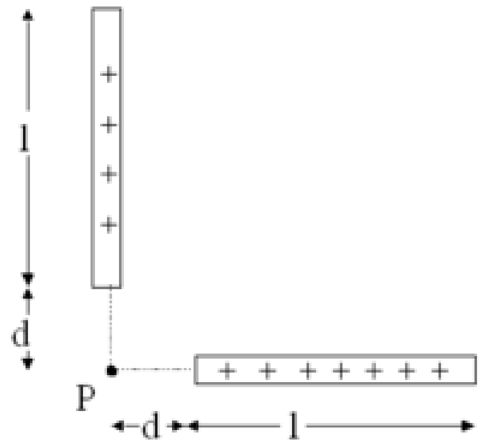
Come si può vedere la traiettoria è una parabola.
Quando l'elettrone esce dalla regione compresa fra le due armature descrive una traiettoria rettilinea (trascurandol'azione della gravità) tangente alla parabola nel punto di uscita. Insieme con altri elettroni che percorrono la stessa traiettoria si renderà visibile come una piccola macchialuminosa urtandouno schermo fluorescente S posto a una certa distanza dalle armature; questo è il principio di deflessione elettrostatica usato nell'oscilloscopio a raggi catodici.

ESERCIZIO 2.1 - Determinazione del campo elettrico con uso del calcolo vettoriale

Determinare il campo nel baricentro di un triangolo isoscele di base *b* = 2m e angoli alla base α = 70° sapendo che nei vertici sono collocate 3 cariche uguali di carica *q* = $2{,}00 \cdot 10^{-7}$ C con q_1 e q_2 positive e q_3 negativa.



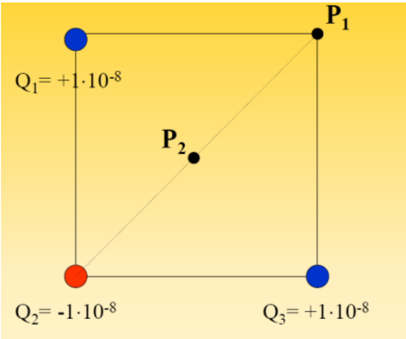
ESERCIZIO 2.2



Due sbarrette sottili di materiale isolante, lunghe*l*, sono disposte perpendicolarmente tra di loro. Detta *d*la distanza del punto *P*dalla estremità delle due sbarrette. Su ciascuna sbarretta è distribuita uniformemente una carica*q*. Determinare l'intensita' del campo elettrico in *P*.

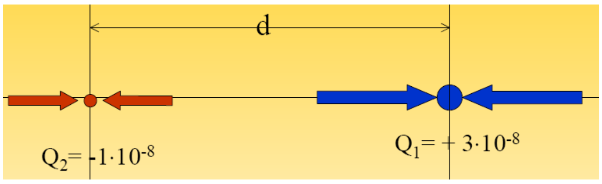
(dati del problema*l = 1m*, *q = 5nC*,*d = 0,1m*)

ESERCIZIO 2.3



Calcolare quanto vale il campo elettrico in P_1 e in P_2.
I dati sono quelli indicati in figura.

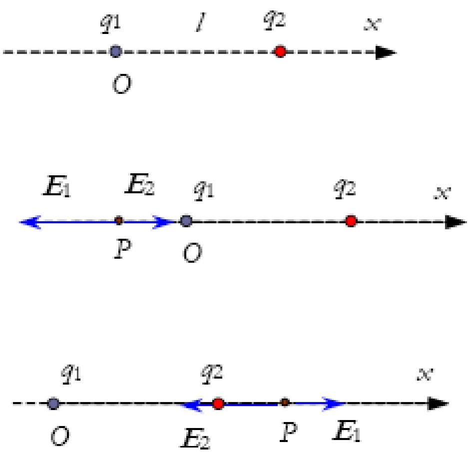
ESERCIZIO 2.4



Date due cariche *Q1(= -1 ·10-8C) e Q2(= +3 ·10-8C)*, poste ad una distanza *d*, determinare in quali punti lungo la retta congiungente il campo elettrostatico da esse creato ènullo.

ESERCIZIO 2.5 - Determinazione di una condizione di equilibrio come effetto dell'annullamento del campo

Due cariche q_1 = +Q e q_2 = –3Q sono collocate lungo una retta orientata a distanza *l*. Dopo aver scelto opportunamente l'origine del sistema stabilire se esistono dei punti lungo l'asse per i quali il campo si annulla



ESERCIZIO 2.6

Quattro cariche eguali Q sono poste su ognuno degli spigoli di un quadrato di lato *l*(piano *xy*). Determinare il modulo del campo elettrico generato da una singola carica e dall'insieme delle cariche in un punto sull'asse del quadrato a distanza *l* (cioè sull'asse *z* nel punto (0,0,l) se l'origine è al centro del quadrato). (dati del problema $Q = 6\mu C, l = 1m$)

ESERCIZIO 2.7 (svolto)

La figura mostra tre particelle con cariche $q_1 = +2Q$, $q_2 = -2Q$, $q_3 = -4Q$, tutte a distanza *d* dall'origine. Qual è il campo elettrico *E* netto prodotto nell'origine?

Le cariche q_1, q_2, q_3 generano nell'origine i vettori campo elettrico E_1, E_2, E_3 rispettivamente.

Dobbiamo quindi trovare modulo e direzione di questi tre vettori. Per trovare il modulo di E_1 dovuto a q_1 usiamo l'equazione

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

Analogamente troviamo i moduli di E_2 ed E_3

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2Q}{d^2} \qquad E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2Q}{d^2} \qquad E_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4Q}{d^2}$$

Ora dobbiamo trovare l'orientamento dei tre vettori campo elettrico nell'origine. Dato che q_1 è una carica positiva, il vettore campo che genera è uscente dalla carica. Viceversa, dato che q_2 e q_3 sono negativi, i vettori campo da loro generati sono entranti nelle rispettive cariche. I tre campi elettrici generati nell'origine dalle tre cariche sono orientati come in figura. Adesso possiamo sommare i vettori campo come di consueto, trovando le componenti di ciascuno su ogni asse e sommandole per dare luogo a ciascuna componente della risultante. Per ottenere il modulo *E* possiamo servirci del teorema di Pitagora e per trovare l'orientamento di E useremo le proprietà della tangente di un angolo. In questo caso si può semplificare il lavoro grazie alla simmetria. Infatti E_1 e E_2 sono concordi. Il loro vettore somma sarà pure concorde e avrà modulo

$$E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2Q}{d^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2Q}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4Q}{d^2}$$

che risulta uguale al modulo di E_3.

Dobbiamo ora combinare il vettore E_3 col vettore somma $E_1 + E_2$ che sono uguali in modulo ed hanno orientamento simmetrico rispetto all'asse *x*. In base a questa simmetria ci rendiamo conto che le componenti *y* uguali ed opposte si elidono e che le componenti *x* si sommano. In definitiva il campo elettrico netto *E* nell'origine è diretto nel verso positivo dell'asse *x* ed ha modulo

$$E = 2 \cdot E_{3x} = 2 \cdot E_3 \cdot \cos 30° = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{4Q}{d^2}(0.866) = \frac{6.93Q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

ESERCIZIO 2.8

Il nucleo di un atomo di uranio ha un raggio R di 6.8fm. supponendo che la carica positiva del nucleo sia distribuita uniformemente, si determini il campo elettrico generato da tale carica in un punto della superficie del nucleo.

Il nucleo ha una carica positiva $Z \cdot e$ dove il numero atomico $Z = 92$ è il numero di protoni entro il nucleo ed $e = 1.60 \cdot 10^{-19} C$ è la carica di un protone. Se questa carica è distribuita uniformemente, allora si applica il teorema del guscio sferico. La forza elettrostatica su una carica di prova posta vicino alla superficie del nucleo è la stessa che si avrebbe se la carica nucleare fosse concentrata nel centro del nucleo. Applichiamo la equazione

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

a tale concentrazione puntiforme di carica, per cui possiamo scrivere che l'intensità di campo è

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Ze}{R^2} = \frac{\left(8{,}99 \cdot 10^9 N \cdot m^2 / C^2\right) \cdot \left(1.60 \cdot 10^{-19} C\right)}{(6.8 \cdot 10^{-15} m)^2} = 2.9 \cdot 10^{21} N/C$$

ESERCIZIO 2.9

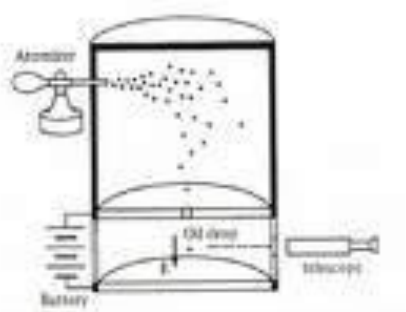
Una molecola di vapore acqueo genera un campo elettrico nello spazio circostante come se fosse un dipolo elettrico. Il suo momento di dipolo ha una intensità $p = 6.2 \cdot 10^{-30} C \cdot m$**. Quale intensità avrà il campo elettrico a una distanza** $z = 1.1 nm$ **dalla molecola, sull'asse del dipolo?**

Dall'equazione

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{z^3} = \frac{6.2 \cdot 10^{-30} C \cdot m}{(2\pi) \cdot [8.85 \cdot 10^{-12} C / \left(N \cdot m^2\right)] \cdot \left(1.1 \cdot 10^{-9} m\right)^3} = 8.4 \cdot 10^7 N/C$$

ESERCIZIO 2.10

Nell'apparato di Millikan, una goccia d'olio di raggio $R = 2.76 \mu m$ **ha una carica di tre elettroni. Si determini l'intensità e la direzione del campo elettrico necessario per bilanciare la goccia affinché rimanga ferma nell'apparato. La densità** ρ **dell'olio è** $920 kg/m^3$



Per tenere la goccia in equilibrio, la forza elettrostatica agente deve essere rivolta verso l'alto ed avere una intensità uguale al peso mg della goccia.

Sappiamo che $F = q \cdot E$ e $q = n \cdot e$, da cui l'intensità della forza elettrostatica può essere scritta come $F = (3e) \cdot E$

La massa della goccia può anche essere espressa come il prodotto del suo volume per la sua densità. L'equilibrio delle forze ci dà quindi

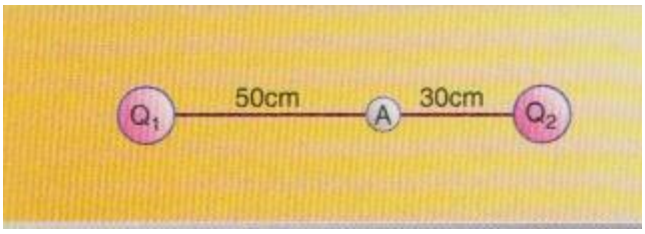
$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g = (3e) \cdot E$$

di modo che

$$E = \frac{4\pi R^3 \rho g}{9e} = \frac{(4\pi)(2.76 \cdot 10^{-6} m)(920 kg/m^3)(9.80 m/s^2)}{9 \cdot (1.60 \cdot 10^{-19} C)} = 1.65 \cdot 10^6 N/C$$

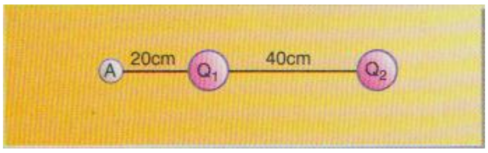
Poiché la goccia ha una carica negativa, ne segue che E ed F hanno direzioni opposte per cui il campo elettrico è rivolto verso il basso.

ESERCIZIO 2.11



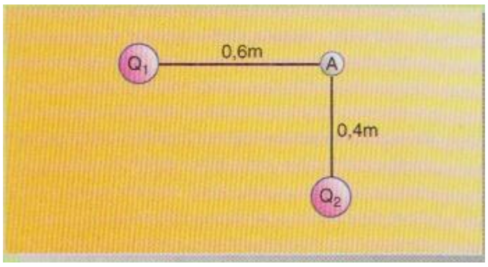
Date due cariche $Q_1 = 6{,}0 \cdot 10^{-6} C$ e $Q_2 = 9{,}0 \cdot 10^{-6} C$ disposte come in figura, si determini il valore del campo elettrico nel vuoto nel punto A dopo averlo rappresentato graficamente

ESERCIZIO 2.12



Date due cariche $Q_1 = 2{,}0 \cdot 10^{-6} C$ e $Q_2 = 12{,}0 \cdot 10^{-6} C$ disposte come in figura, si determini il valore del campo elettrico nel punto A dopo averne dato una rappresentazione grafica

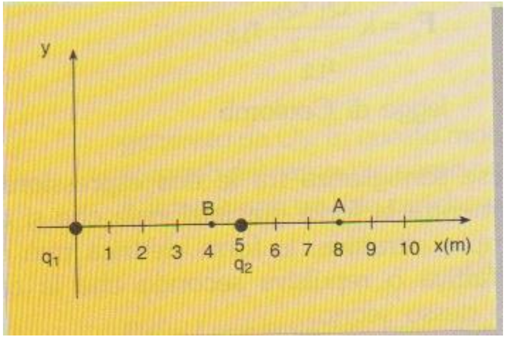
ESERCIZIO 2.13



Date due cariche $Q_1 = 3{,}0 \mu C$ e $Q_2 = 4{,}0 \mu C$ disposte come in figura, si determini il valore del campo elettrico risultante nel punto A dopo averne dato una rappresentazione grafica

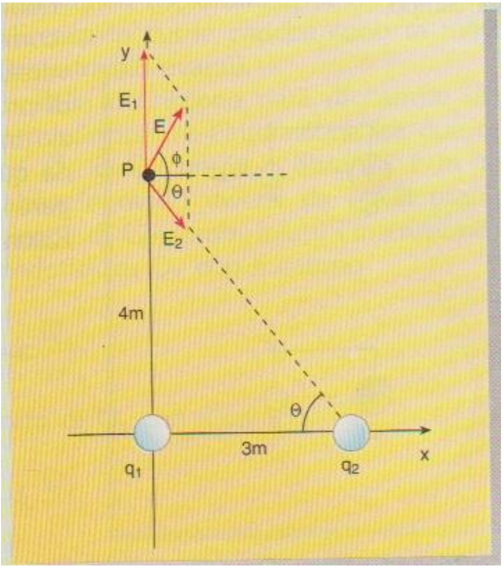
$\boldsymbol{R: 2,37 \cdot 10^5}$

ESERCIZIO 2.14



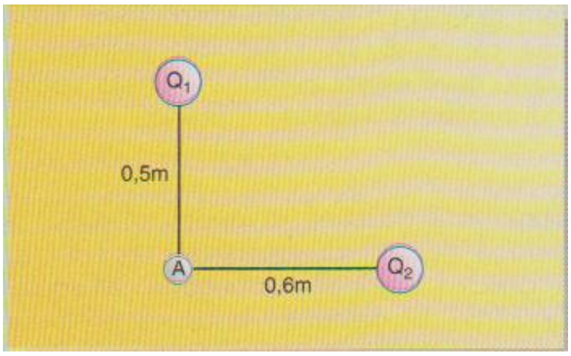
Si determini il campo elettrico risultante nei punti A(8;0) e B(4;0) dell'asse x, dovuto alla presenza delle cariche $Q_1 = 6{,}0 \cdot 10^{-7}C$ e $Q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-7}C$ disposte come in figura

ESERCIZIO 2.15



Una carica $Q_1 = 8{,}0 \cdot 10^{-7}C$ è posta nell'origine di un sistema di assi cartesiani e una seconda carica$Q_2 = 5{,}0 \cdot 10^{-7}C$ è posta sull'asse x a distanza di 3,0m dalla prima. Si determini modulo direzione e verso del campo elettrico risultante nel punto P(4;0)

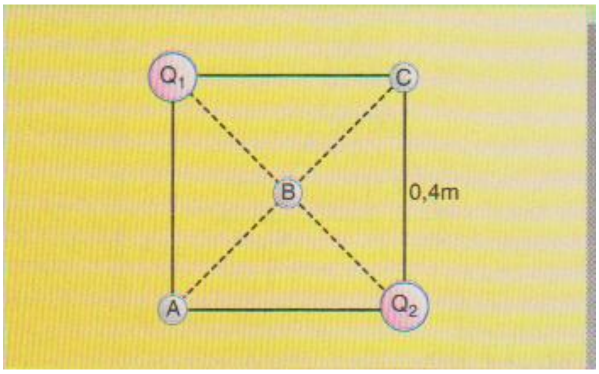
ESERCIZIO 2.16



Date le cariche $Q_1 = 5{,}0 \cdot 10^{-6}C$ e $Q_2 = 6{,}0 \cdot 10^{-6}C$ disposte come in figura, si determini il valore del campo elettrico risultante nel punto A dopo averne dato una rappresentazione grafica

$\boldsymbol{R}: \mathbf{2,34 \cdot 10^5}$

ESERCIZIO 2.17



Date le cariche $Q_1 = 6{,}0\mu C$ e $Q_2 = -4{,}0\mu C$ disposte come in figura, si determini il valore del campo elettrico risultante nei punti A, B e C. Si esegua la rappresentazione grafica

$$\boldsymbol{R: E_A = E_B = 4{,}06 \cdot 10^5 \frac{N}{C}; E_B = 1{,}125 \cdot 10^6 \frac{N}{C}}$$

ESERCIZIO 2.18

Tre cariche uguali Q sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato L. In quale punto del piano (escluso l'infinito) il campo elettrico è nullo? Qual è il campo elettrico agente su una carica Q dovuto alla presenza delle altre due?

ESERCIZIO 2.19

Due cariche puntiformi $Q_1 = 6{,}0 \cdot 10^{-7}C$ e $Q_2 = 8{,}0 \cdot 10^{-7}C$ sono poste alla distanza di 1.5m. Si determini in quale punto della congiungente le due cariche il campo elettrico si annulla.

ESERCIZIO 2.20

Due cariche di $9.0\mu C$ sono poste sull'asse y, una nell'origine e una nel punto y=3. Si determini il valore del campo elettrico risultante nei seguenti punti: a)x=0, y=5 b) x=0, y=1. Le distanze sono in metri

ESERCIZIO 2.21

Una carica$Q_1 = 8{,}0 \cdot 10^{-8}$C è posta nell'origine di un sistema di coordinate. Una seconda carica Q_x si trova sull'asse x in x=2m; una terza carica $Q_3 = 12{,}0 \cdot 10^{-9}C$ si trova anch'essa sull'asse x in x=5m. Si determini il valore della seconda carica sapendo che nel punto y=0. X=6m il valore del campo elettrico risultante è $E = 1{,}47 \cdot 10^2\ N/C$ diretta verso destra

ESERCIZIO 2.22

Si determini l'intensità del campo elettrico nel quale la forza agente su un elettrone uguaglia il suo peso.

ESERCIZIO 2.23

Due cariche $q_1 = 3.0 \cdot 10^{-6}C$ e $q_2 = 5.0 \cdot 10^{-6}C$ sono poste a 30 cm di distanza l'una dall'altra. Si determini: a) il valore del campo elettrico prodotto da ognuna di esse sull'altra; b) la forza agente su ognuna delle due cariche.

ESERCIZIO 2.24

Nei vertici di un triangolo equilatero di lato l = 40 cm sono poste tre cariche uguali di valore $q = 0.5\mu C$. Si determini: a) il valore del campo elettrico risultante sul punto medio di ogni lato; b) nel baricentro del triangolo.

ESERCIZIO 2.25

Si consideri un sistema di assi cartesiani nella cui origine è posta una carica $q = 3.0\mu C$. Si calcoli l'intensità e il verso del campo elettrico da essa generato a) sull'asse x in x = 2.5 m; b) sull'asse y in y = -5 m; c) nel punto P di coordinate x = 3.0 m, y = 1.5 m.

ESERCIZIO 2.26

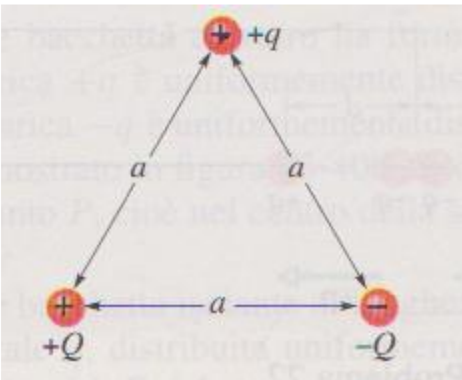
L'atomo di idrogeno ha un raggio medio pari a $5.3 \cdot 10^{-11} m$. Si determini il valore del campo elettrico prodotto dal protone a questa distanza.

ESERCIZIO 2.27
Due cariche puntiforme $q_1 = -5.0\mu C$ e $q_2 = 3.0\mu C$ sono poste a due metri l'una dall'altra. Si calcoli il modulo del campo elettrico risultante nei punti posti sulla congiungente le due cariche alle seguenti distanze da q_1: a) 50 cm; b) 1.0 m; c) 1.3 m.

ESERCIZIO 2.28

La presenza della terra determina, oltre al già noto campo gravitazionale (e ad uno magnetico) anche un campo elettrico mediamente pari a 100 N/C e orientato verso il basso. Prendendo in considerazione entrambi i campi citati si determini l'accelerazione di un piccolo granello di polvere di massa $m = 2.0 \cdot 10^{-18} kg$ portante una doppia carica elettronica.

ESERCIZIO 2.29



Nella figura, tre cariche sono disposte a formare un triangolo equilatero. Si traccino le linee di forza associate a +Q e –Q e, in base ad esse, si individui la direzione e il verso della forza che agisce su +q per effetto dell'azione delle altre due cariche

ESERCIZIO 2.30

Qual è il valore di una carica puntiforme scelta in modo che il suo campo elettrico a una distanza di 1.00m valga 1.00N/C?

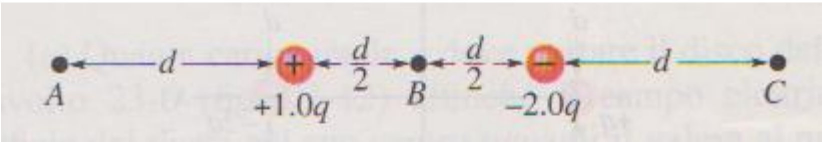
ESERCIZIO 2.31

Qual è l'intensità di una carica puntiforme il cui campo elettrico, a 50cm, ha intensità di 20N/C?

ESERCIZIO 2.32

Due cariche opposte e uguali di intensità $2.0 \cdot 10^{-7} C$ sono poste a una distanza di 15cm. Qual è la direzione di E nel punto di mezzo tra le due cariche?

ESERCIZIO 2.33

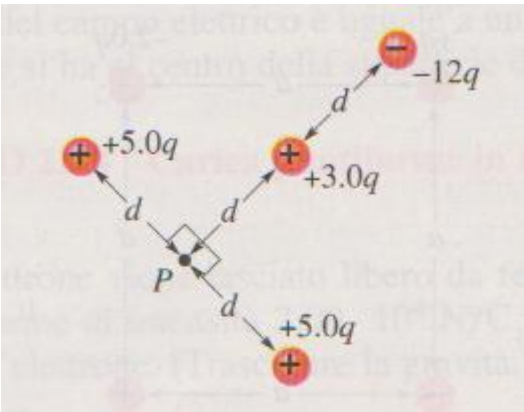


Le cariche +1.0q e -2.0q vengono poste a una distanza d l'una dall'altra come in figura. Trovare il campo elettrico E nei punti A, B e C. Tracciare le linee di forza del campo elettrico

ESERCIZIO 2.34

Due cariche puntiformi di intensità $q_1 = 2.0 \cdot 10^{-8} C$ e $q_2 = -4.0 q_1$ sono distanti tra loro 50cm. Trovare il punto sull'asse che le congiunge il cui campo è nullo.

ESERCIZIO 2.35

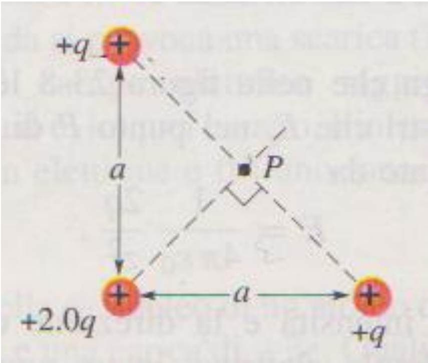


Qual è il campo elettrico nel punto P indicato in figura generato dalle quattro cariche puntiformi mostrate?

ESERCIZIO 2.36

Ad ogni vertice di un triangolo equilatero di lato 20cm è collocato un elettrone. Quanto vale il modulo del campo elettrico nei punti intermedi dei lati?

ESERCIZIO 2.37



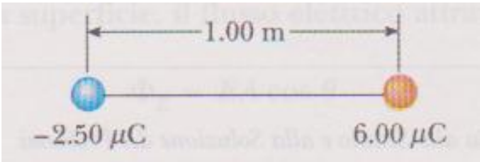
Calcola la direzione e l'intensità del campo elettrico nel punto P indicato in figura

ESERCIZIO 2.38

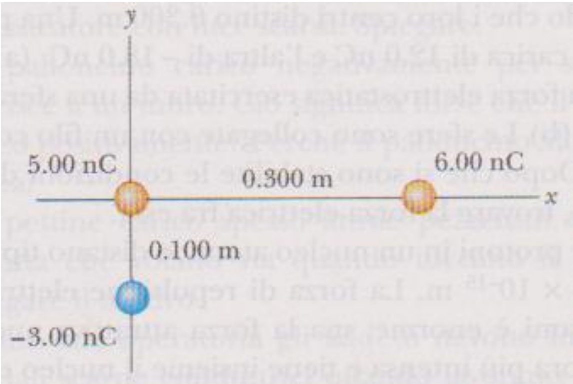
Qual è il modulo, la direzione e il verso del campo elettrico che equilibrerà il peso di a) un elettrone; b) un protone?

ESERCIZIO 2.39

Determinare il punto, diverso dall'infinito, in cui il campo elettrico totale del sistema indicato in figura è nullo

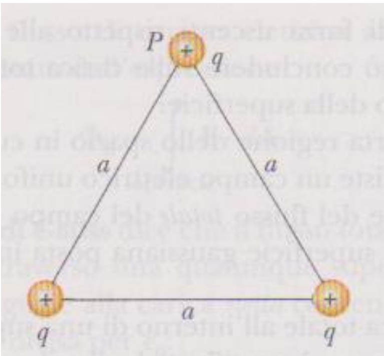


ESERCIZIO 2.40



Tre cariche puntiformi sono sistemate come in figura. Trovare il campo elettrico che le cariche di *6,00nC* e *-3,00nC* creano nell'origine; trovare il vettore forza agente sulla carica di *5,00nC*

ESERCIZIO 2.41

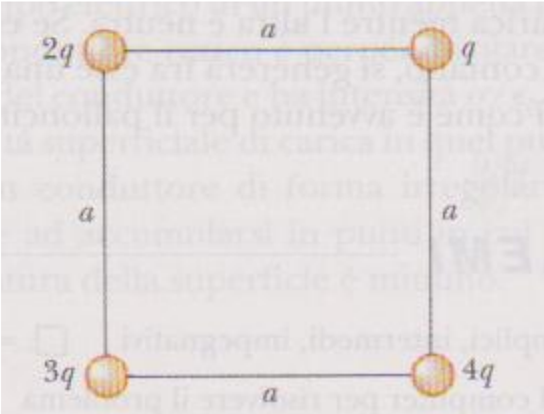


Tre cariche uguali q sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato a. In quale punto del piano determinato dalle tre cariche il campo elettrico è nullo? Quali sono modulo e direzione del campo elettrico nel punto P generato dalle due cariche poste alla base del triangolo?

ESERCIZIO 2.42

Due cariche puntiformi di $2\mu C$ sono poste sull'asse x. Una è posta in x=1m e l'altra in x=-1m. determinare il campo elettrico sull'asse y in y=0,5m. Calcolare la forza elettrica su una carica di -3μC posta sull'asse y in y=0,5m

ESERCIZIO 2.43

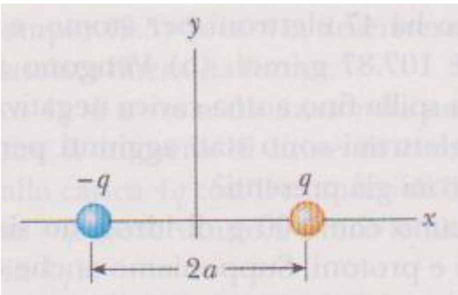


Quattro cariche puntiformi si trovano nei vertici di un quadrato di lato a, come mostrato in figura. Determinare il modulo, la direzione e il verso del campo elettrico nel punto della carica q. Qual è la forza risultante agente su q?

ESERCIZIO 2.44

Una sbarretta lunga 14,0cm è caricata uniformemente a ha una carica totale di -22μC. Determinare il modulo e la direzione del campo elettrico lungo l'asse della sbarretta in un punto a 36,0cm dal suo centro

ESERCIZIO 2.45



Si consideri il dipolo elettrico mostrato in figura. Si dimostri che il campo elettrico in un punto distante lungo l'asse x è dato da $E_x = 4k_e qa/x^3$