Calcola il campo di esistenza delle seguenti funzioni

1. $y = \frac{5-x}{2x-9}$
2. $y = 5\sqrt{x^2 - 7}$
3. $y = 12 - \sqrt[3]{x-1}$
4. $y = \sqrt{x+5} + \sqrt{x-3}$
5. $y = \sqrt{\frac{x+5}{x-3}}$
6. $y = \frac{2-x}{|x+3|-5}$
7. $y = \sqrt[3]{x^2 - 3x - 4}$
8. $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{|2 - x^2|}$
9. $y = \sqrt[3]{\frac{x}{5x-3}}$
10. $y = \frac{9x^2}{\sqrt{2x-3}} + \frac{3x}{\sqrt{4-x}}$
11. $y = \sqrt{\frac{x-x^2}{x^2+3}}$
12. $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-6x+9}$
13. $y = \sqrt{5-x} + \frac{1}{|x^2-1|}$

Risolvi i seguenti quesiti

14. Nella funzione $y = \frac{3}{kx^2+2x-1}$ trova k in modo che il campo di esistenza sia R-$\{-1\}$
15. Data la funzione $y = \frac{2x^2+ax-1}{2x-b}$ trova a e b in modo che il campo di esistenza sia R-$\{-4\}$ e il grafico passi per il punto $(1; 1/2)$
16. Data la funzione $y = \frac{2x-4}{5}$ trova $f^{-1}(x)$ e calcola $f^{-1}(2)$
17. Dimostra che la funzione $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ è biunivoca. Trova la funzione inversa $f^{-1}(x)$ e traccia i grafici di $f(x)$ e di $f^{-1}(x)$
18. Date le funzioni $f(x) = \frac{2}{x-3}$ e $g(x) = 9 - x^2$:

a. Determina il campo di esistenza e il codominio di ciascuna:

b. Trova quale delle due funzioni è invertibile e scrivi l'equazione della funzione inversa

c. Risolvi l'equazione $f\left(\frac{|x|}{2}\right) \cdot g(x-3) \geq 0$

19. È assegnata la funzione $f(x) = \frac{2}{x-1} + 1$:

    a. Trova il campo di esistenza e il codominio di f

    b. Dimostra che f è invertibile e trova $f^{-1}(x)$ verificando che $f^{-1} = f$

    c. Trova $f(2)$ e le controimmagini di 3 e di -6

20. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{9x^2+2kx-k}$ con $k \in R$:

    a. Trova per quali valori di k la funzione ha come campo di esistenza l'insieme R

    b. Determina il valore di k per cui il grafico di $f(x)$passa per (0;1)

    c. Per il valore di k trovato completa $f(2) = \cdots$ …. e $f(\ldots) = 3/4$

    d. Risolvi la disequazione $2f(2x) - \frac{f(x)}{2} > 0$

21. Sono date le due funzioni $f(x) = -x + 3$ e $g(x) = 6 + 4x$.

    a. Disegna i grafici delle due funzioni

    b. Trova le funzioni inverse $f^{-1}(x)$ e $g^{-1}(x)$

    c. Risolvi $f\left(\sqrt{x+1}\right) > 3$

    d. Risolvi $\frac{f(|x|)+f(2x)}{3g(-x)} > 0$

22. Date le funzioni:

    $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$ e $g(x) = x + |x|$

    a. Determina i corrispondenti campi di esistenza A, B e la loro intersezione C

    b. Stabilisci per quali valori di $x \in C$ risulta $f(x) \geq g(x)$

23. Considera le funzioni:

    $y = \sqrt{x^2 + ax + 2}$ con $a \in R$

    a. Determina il campo di esistenza E al variare del parametro reale a

    b. Dimostra che tutte le funzioni hanno un punto in comune e trova le sue coordinate

Fasci di rette

24. Nel fascio di rette di equazioni $2(k+1)x+(k-1)y-11k-1=0$, individua le rette che hanno generato il fascio e indica con C il centro del fascio
    a. Scrivi l'equazione della retta r del fascio, relativa ad un valore positivo del parametro k che forma con gli assi cartesiani nel primo quadrante un triangolo di area 98/3.
    b. Determina la retta s del fascio perpendicolare alla retta r
    c. Sia D l'intersezione delle retta s con l'asse delle ordinate. Sia CD il lato di un quadrato, tutto situato nel primo quadrante. Trova gli altri vertici A e B del quadrato.
    d. Calcola il perimetro e l'area del quadrato ABCD

$[2x-y-1=0; 2x+y-11=0; C(3;5); a)3x+y-14=0; b)x-3y+12=0; c)\ A(1;1), B(4;2); 2p=4\sqrt{10}; Area=10\ ]$

25. Nel fascio di rette di equazione $(2+k)x-3y+15+3k=0$, individua le rette che hanno originato il fascio e trova il centro del fascio C.
    a. Individua la retta a del fascio parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante
    b. Determina la retta b del fascio che forma con gli assi cartesiani nel terzo quadrante un triangolo di area 6/5.
    c. Sia c la retta di equazione $x+y+6=0$. Calcola l'area del triangolo, formato dalle rette a,b e c.

$[2x-3y+15=0; x+3=0; C(-3;3); a)x-y+6=0; b)5x+3y+6=0; c)12]$