

Semplifica le seguenti espressioni e scrivi il risultato sotto forma di radicale.

- 1 $\frac{2}{2^{\frac{1}{2}}}$
- 2 $4\sqrt{50} - 4\sqrt{18}$
- 3 $\sqrt[3]{-125}$
- 4 $(16^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}$
- 5 $\sqrt{9a} - \sqrt{a^3} + \sqrt[4]{a^2} - \sqrt{25a} \quad a \geq 0$
- 6 $(-1000)^{-\frac{1}{3}}$
- 7 $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$
- 8 $16^{-\frac{1}{4}}$
- 9 $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$
- 10 $\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{y}}{\sqrt[4]{xy}} \quad x > 0, \quad y > 0$
- 11 $\frac{a-1}{\sqrt{a}+1} \quad a \geq 0$

Esegui la razionalizzazione dei denominatori delle seguenti espressioni.

- 12 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$
- 13 $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$
- 14 $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}, \quad a \geq 0 \text{ e } b \geq 0$

15 Data la funzione $f(x) = x^3 - 2x$, calcola $f(\sqrt{2})$ e semplifica il risultato ottenuto.

16 Per ogni $x \in \mathbb{R}$ l'uguaglianza:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(2-x)^2} = \\ & = x-1 + 2-x = 1 \\ & \text{è vera?} \end{aligned}$$

Risolvi in \mathbb{R} le seguenti equazioni e razionalizza, se necessario, i risultati.

- 17 $\frac{x}{\sqrt{2}} - 1 = (1-x)\sqrt{2}$
- 18 $x(x+10) = -21$
- 19 $\frac{1}{2}x^2 - 12 = 0$
- 20 $2x - \frac{6}{x} = -4$
- 21 $\frac{1}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{x}$

22 $\frac{1}{x^2-2x+1} + \frac{2}{x^2-3x+2} = -\frac{2}{2-x}$

23 $x^2 - \frac{1}{2}x = 0$

24 $(x-1)^2 = 100$

25 $(x^2-1)^2 = 100$

26 $x^4 - 6x^2 - 7 = 0$

27 $5x^3 + 5000 = 0$

28 $x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 6 = 0$

29 $x^3 - 2x - 1 = 0$

30 $\sqrt{x+1} = -2$

31 $\sqrt{x+5} = x-1$

32 $-2\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{x+1}$

33 $\frac{x}{\sqrt{x+2}} = 1$

34 $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+3}$

Fattorizza in fattori irriducibili nell'insieme dei polinomi a coefficienti reali.

- 35 $x^3 - 2x$
- 36 $x^2 - 2x - 5$
- 37 $m^4 - \frac{9}{4}m^2 + \frac{1}{2}$
- 38 $81y^3 - 24$

Semplifica:

39 $\frac{x^2-5}{x^2-\sqrt{5}x}$

40 $\frac{x^2+\sqrt{2}x-4}{x^3-2\sqrt{2}}$

Risolvi le seguenti formule rispetto alla variabile indicata a fianco, supponendo che tutte le lettere rappresentino numeri positivi.

41 $S = \pi r a + \pi r^2$ variabile r

42 $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = p$ variabile p

Risolvi i seguenti sistemi.

43 $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

44 $\begin{cases} x + y = -10 \\ x - y = -9 \end{cases}$

45 $\begin{cases} a + b = c \\ a - b = 1 - c \\ a - 2b = 3c \end{cases}$

$$46 \quad \begin{cases} x - y^2 = -3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$47 \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$48 \quad \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -4 \end{cases}$$

$$49 \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 + y^2 - 5x - 5y = 5 \end{cases}$$

$$50 \quad \begin{cases} a = bc + 1 \\ a = b + c \\ b = a + c + 1 \end{cases}$$

Risolvi le seguenti disequazioni e i seguenti sistemi di disequazioni.

$$51 \quad x^2 - 3x \geq 0$$

$$52 \quad (x - 1)^2 \leq 0$$

$$53 \quad 2x^2 - x - 1 < 0$$

$$54 \quad -x^2 + 5x < 0$$

$$55 \quad \frac{1}{x} > 1$$

$$56 \quad x^3 - 4x \leq 0$$

$$57 \quad \frac{2 - x}{x} < 0$$

$$58 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x - 2} \geq \frac{4}{3}$$

$$59 \quad \begin{cases} x^2 - 15 \leq 0 \\ x^2 + 3x - 4 > 0 \end{cases}$$

$$60 \quad \begin{cases} x^2 + 5x + 10 > 0 \\ (10 - x)^2 \geq 16 \\ x^{-1} > 0 \end{cases}$$

61 Indica per quali valori di k l'equazione $x^2 - 2(k - 1)x + 4 = 0$ non ammette soluzioni reali.

62 Indica per quali valori di k l'equazione

$$x^2 - 2kx + 4 - k = 0$$

ammette due soluzioni reali distinte, entrambe negative.

Traccia i grafici delle rette aventi le seguenti equazioni dopo averne determinato i punti d'intersezioni con gli assi cartesiani.

$$63 \quad x - 2y - 4 = 0$$

$$64 \quad 2x - y - 6 = 0$$

Traccia i grafici delle parabole aventi le seguenti equazioni dopo averne determinato il vertice e i punti d'intersezione con gli assi cartesiani.

$$65 \quad y = x^2 + 4x - 5$$

$$66 \quad y = -x^2 + 6x$$

67 Calcola la distanza tra $A(-3, 1)$ e $B(3, 4)$.

68 Trova il punto medio del segmento di estremi $A(-3, 1)$ e $B(3, 4)$.

69 Scrivi l'equazione della retta che passa per i punti $A(-3, 1)$ e $B(3, 4)$.

70 Scrivi l'equazione della retta che passa per $A(1, 1)$ ed è parallela alla retta di equazione $2x + y = 1$.

71 Scrivi l'equazione della retta che passa per $A(-1, 1)$ ed è perpendicolare alla retta di equazione $x - 3y = 1$.

72 Scrivi l'equazione della parabola, di equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$, che passa per i punti $A(0, -3)$, $B(1, -2)$ e $C(-1, 0)$.

73 Disegna le rette di equazione $4x - 4y - 3 = 0$ e $8x + 4y - 3 = 0$, e determina le coordinate del loro punto d'intersezione.

74 Determina le coordinate dei punti d'intersezione tra la parabola di equazione $y = x^2 - 2x + 3$ e la retta passante per $P(2, 3)$ e parallela alla bisettrice del I e del III quadrante.

75 Determina le coordinate dei punti d'intersezione tra la parabola di equazione $y = -x^2 + 2x$ e la retta passante per l'origine e perpendicolare alla retta di equazione $y = -3x$.