Cinematica

1. Il tempo

Orologi, calendari, libri di storia: tutto ci racconta del trascorrere del tempo. Uno dei misteri più affascinanti e misteriosi dell'universo. Fino all'inizio del secolo si pensava che il tempo scorresse ovunque in modo lineare. Ora sappiamo che il tempo può accelerare, o rallentare e, forse, persino invertire il suo cammino. Nel mondo della scienza si discute sulla possibilità di viaggiare nel tempo e s'ipotizza l'esistenza di macchine del tempo cosmiche, legate alla struttura dei buchi neri. La storia della misurazione del tempo parte dall'antica osservazione dei corpi celesti per arrivare oggi ai pulsar, stelle di neutroni, gli orologi più precisi dell'intero universo. Ventimila anni fa i cacciatori, segnavano con tacche incise sulle ossa i passare dei giorni fra le varie fasi del ciclo lunare. Anche i calendari dei Sumeri, erano ancorati al periodico apparire e mutare del nostro satellite e così pure quelli Babilonesi del millennio successivo. L'osservazione degli astri ispirò anche gli uomini dell'antica Britannia che eressero il gigantesco cerchio di pietra di Sthonege per un fine più complesso: la previsione delle eclissi solari. Poi obelischi colonne di pietre trasformate in orologi ad ombra nel tentativo di individuare le scansioni del giorno. Il passaggio alle clessidre ad acqua e a sabbia, avvenne lentamente, ma dominarono tutto il periodo. Risale alla prima metà del XIV secolo l'apparizione sulle torri d'orologi meccanici, evoluzione delle suonerie destinate a svegliare i frati nei conventi. In questo periodo ci fu una vera e propria caccia alla precisione. L'orologio più preciso fu invenzione di Galileo Galilei e costruzione successiva olandese: dieci secondi al giorno di possibile errore; arrivati agli anni venti i secondi furono scanditi dagli orologi al quarzo che si basano sul fenomeno della piezoelettricità (in seguito al quale un cristallo sottoposto a tensione elettrica oscilla). Presto superati, in quando a precisione, dagli orologi atomici il cui primo esemplare risale al 1949. Per la loro grandezza, il loro posto è negli istituti di misura e negli osservatori, nella versione più aggiornata si sfrutta la frequenza di risonanza dell'atomo di cesio, che in un secondo compie ben nove miliardi, 192 milioni, 631 mila, 770 oscillazioni, unità ufficialmente riconosciuta. Nonostante ciò la caccia alla precisione continua. Alla precisione cosmica pensano particolari stelle chiamate pulsar, veri e propri `fari' che emettono onde elettromagnetiche di una regolarità assoluta. Nel corso dei millenni sulla terra il giorno, l'intervallo del tempo che va da un sorgere del sole all'altro si è allungato: in altri termini, il tempo che impiega la terra a girare intorno al proprio asse e

lentamente cresciuto. Il fenomeno è stato ampiamente spiegato e dimostrato.
Dalla nascita dell'universo, presumibilmente e secondo la conoscenza umana, inizia il trascorrere del tempo. I cambiamenti materiali e spaziali regolati dalla chimica e dalla fisica determinano, secondo l'osservazione, il corso del tempo. Tutto ciò che si muove e si trasforma è così descritto, oltre che chimicamente e fisicamente, anche a livello temporale. Alcuni esempi tra i più immediati della correlazione tra tempo e moto sono la rotazione della Terra attorno al proprio asse, che determina la distinzione tra il giorno e la notte, ed il suo percorso ellissoidale intorno al Sole (la cosiddetta rivoluzione), che determina le variazioni stagionali.

Il dato certo dell'esperienza è che tutto ciò che interessi i nostri sensi è materia, ovvero trasformazione di materia, visto che tutti gli oggetti materiali si modificano. Alcuni impiegano tempi brevi, altri in modo lento; ma tutti sono destinati a trasformarsi. La materia è, e (contestualmente) diviene (ossia assume altra forma). L'ovvietà di questa asserzione non tragga in inganno: essa sottende una contraddizione, perché l'essere di un oggetto è certificato dalla sua identità (nel tempo), ovvero dal suo permanente esistere; il divenire, invece, presuppone la trasformazione, ovvero la diversità (della forma), per cui impone un "prima" e un "dopo", vale a dire un (intervallo di) "tempo". Il tempo "origina" dalla trasformazione della materia.
La percezione del "tempo" è la presa di coscienza che la realtà di cui siamo parte si è materialmente modificata. Se osservo una formica che si muove, la diversità delle posizioni assunte certifica che è trascorso un "intervallo di tempo". Si evidenzia "intervallo" a significare che il tempo è sempre una "durata" (unico sinonimo di tempo), ha un inizio ed una fine.
Il tempo dunque è forse la più antica invenzione dell'uomo; tale idea nasce dagli eventi, cioè dai fatti accaduti, o che stanno accadendo, o che potranno accadere. È quindi corretto parlare di intervalli di tempo, anche se per comodità ne facciamo di solito a meno e parliamo semplicemente di tempo. Dire che sono le 8 del mattino equivale infatti a dire che 8 ore è l'intervallo di tempo tra l'istante in cui l'orologio segnava l'ora zero (primo evento) e quello in cui segna l'ora 8 (secondo evento); analogamente: dire che l'America è stata scoperta nel 1492 equivale a dire che 1492 anni è l'intervallo di tempo tra la nascita di Cristo (primo evento) e la scoperta dell'America (secondo evento).
L'intervallo di tempo (simbolo Δt), o semplicemente il tempo (simbolo t), è una grandezza fondamentale del S.I. e il campione scelto come unità è il secondo (simbolo s), così definito

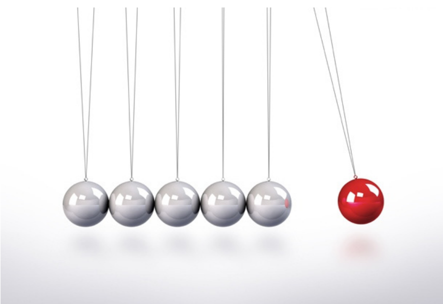
nella 13a conferenza generale dei pesi e misure del 1967:

> Il secondo è un intervallo di tempo uguale alla durata di 9˙192˙631˙770 oscillazioni di una particolare radiazione emessa dall'isotopo 133 del cesio.

Il secondo equivale circa alla 86˙400a parte del giorno solare medio. I multipli del secondo non appartengono al sistema decimale; infatti:

- 1 minuto = 60 secondi
- 1 ora = 60 minuti
- 1 giorno = 24 ore

Gli intervalli di tempo inferiori al secondo seguono invece il sistema decimale; infatti si esprimono in decimi, centesimi, ecc.
Per misurare il tempo si possono usare comuni orologi da polso o da tasca (sensibilità 1s), pendoli o altri dispositivi capaci di scandire intervalli di tempo costanti, come contasecondi manuali, cronometri elettrici, strumenti elettronici (sensibilità 10–3s).



Un normale pendolo si realizza legando un oggetto piccolo e pesante (di solito una sferetta metallica) a un sottile filo non elastico . È facile verificare che più il pendolo è corto e più oscillazioni compie in uno stesso intervallo di tempo, il che consente, regolando opportunamente la lunghezza del filo, di realizzare pendoli che impiegano intervalli di tempo determinati per compiere una oscillazione completa. Se la lunghezza del pendolo (distanza tra il centro della pallina e l'estremità superiore del filo) è circa 25cm, il periodo di oscillazione è un secondo; in tal caso si dice che il pendolo batte il secondo.
Nel linguaggio di tutti i giorni spesso si usa il tempo come misuratore di distanze, per indicare la durata di un percorso (come ad esempio: "mezz'ora d'automobile", "un giorno di viaggio", "10 minuti di cammino"). Dato che la velocità è uguale a spazio percorso diviso l'intervallo di tempo impiegato a percorrere quello spazio, si può fare un'inferenza implicita sulla velocità media tenuta dal corpo in movimento. Si valorizza così in modo approssimato la distanza a livello temporale, in relazione al fatto che lo spazio percorso può essere espresso come la velocità media (all'incirca nota), moltiplicata per l'intervallo di tempo interessato.
Tecnicamente, però, espressioni come "un anno luce" non esprimono un intervallo di tempo, ma una distanza avendo-

ne nota la velocità: infatti più precisamente l'anno luce si può esprimere come "la distanza percorsa dalla luce in un anno", conoscendone esattamente la velocità (appunto la Velocità della luce). In questi casi particolari, una locuzione contenente riferimenti al tempo indica quasi sempre distanze precise nello spazio, al punto da assurgere al ruolo di unità di misura.

Eventi distinti tra loro possono essere simultanei oppure distanziarsi in proporzione a un certo numero di cicli di un determinato fenomeno, per cui è possibile quantificare in che misura un certo evento avvenga dopo un altro. Il tempo misurabile che separa i due eventi corrisponde all'ammontare dei cicli intercorsi. Convenzionalmente tali cicli si considerano per definizione periodici entro un limite di errore sperimentale. Tale errore sarà percentualmente più piccolo quanto più preciso sarà lo strumento (orologio) che compie la misura. Nel corso della storia dell'uomo gli orologi sono passati dalla scala astronomica (moti del Sole, della Terra) a quella quantistica (orologi atomici) raggiungendo progressivamente precisioni crescenti.

Uno dei modi di definire il concetto di dopo è basato sull'assunzione della causalità. Il lavoro compiuto dall'umanità per incrementare la comprensione della natura e della misurazione del tempo, con la creazione e il miglioramento dei calendari e degli orologi, è stato uno dei principali motori della scoperta scientifica.

L'unità di misura standard del Sistema Internazionale è il secondo. In base ad esso sono definite misure più ampie come il minuto, l'ora, il giorno, la settimana, il mese, l'anno, il lustro, il decennio, il secolo ed il millennio. Il tempo può essere misurato, esattamente come le altre dimensioni fisiche. Gli strumenti per la misurazione del tempo sono chiamati orologi. Gli orologi molto accurati vengono detti cronometri. I migliori orologi disponibili (al 2010) sono gli orologi atomici.

Esistono svariate scale temporali continue di utilizzo corrente: il tempo universale, il tempo atomico internazionale (TAI), che è la base per le altre scale, il tempo coordinato universale (UTC), che è lo standard per l'orario civile, il Tempo Terrestre (TT), ecc. L'umanità ha inventato i calendari per tenere traccia del passaggio di giorni, settimane, mesi e anni.

Il concetto di tempo in geologia è un argomento complesso in quanto non è quasi mai possibile determinare l'età esatta di un corpo geologico o di un fossile. Molto spesso le età sono relative (prima di..., dopo la comparsa di...) o presentano un margine di incertezza, che cresce con l'aumentare dell'età dell'oggetto. Sin dagli albori della geologia e della paleontologia si è preferito organizzare il tempo in funzione degli organismi che

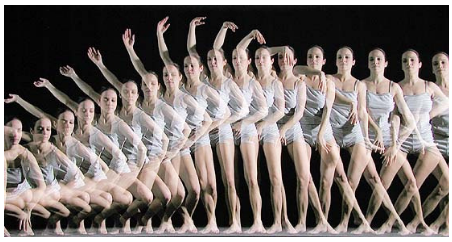
hanno popolato la Terra durante la sua storia: il tempo geologico ha pertanto struttura gerarchica e la gerarchia rappresenta l'entità del cambiamento nel contenuto fossilifero tra un'età e la successiva.
Solo nella seconda metà del XX secolo, con la comprensione dei meccanismi che regolano la radioattività, si è iniziato a determinare fisicamente l'età delle rocce. La precisione massima ottenibile non potrà mai scendere al di sotto di un certo limite in quanto i processi di decadimento atomico sono processi stocastici e legati al numero di atomi radioattivi presenti all'interno della roccia nel momento della sua formazione. Le migliori datazioni possibili si attestano sull'ordine delle centinaia di migliaia di anni per le rocce con le più antiche testimonianze di vita (nel Precambriano) mentre possono arrivare a precisioni dell'ordine di qualche mese per rocce molto recenti.
Un'ulteriore complicazione è legata al fatto che molto spesso si confonde il tempo geologico con le rocce che lo rappresentano. Il tempo geologico è un'astrazione, mentre la successione degli eventi registrata nelle rocce ne rappresenta la reale manifestazione. Esistono pertanto due scale per rappresentare il tempo geologico, la prima è la scala geocronologica, la seconda è la scala cronostratigrafica. In prima approssimazione comunque, le due scale coincidono e sono intercambiabili.

2. Lo spazio

Quando ci riferiamo ad un oggetto fisico è conveniente spesso schematizzarlo come un punto materiale. Si definisce punto materiale un corpo le cui dimensioni siano trascurabili rispetto al fenomeno in studio. Ad esempio un pianeta può essere considerato un punto materiale in un problema di meccanica celeste, un atomo in un problema di meccanica statistica e così via. Una nave nell'oceano è un punto materiale, perché le sue dimensioni sono trascurabili rispetto a quelle del riferimento (oceano) se la stessa nave sta attraccando in un porto non si può schematizzare come punto materiale perché le sue dimensioni sono paragonabili a quelle del sistema in cui la consideriamo, ovvero il porto.
La posizione di un punto materiale può essere univocamente determinata dalle tre coordinate spaziali, dalle relative velocità e dalla sua massa. Ciò significa che la schematizzazione di un corpo come punto materiale equivale a trascurare l'esistenza dei suoi gradi di libertà interni: un punto materiale non può immagazzinare energia ruotando su se stesso, scaldandosi o

comprimendosi elasticamente. Tutti questi fenomeni, infatti, per essere descritti necessitano di una modellizzazione del corpo più dettagliata: sempre rifacendoci ad un esempio concreto un pianeta può essere trattato come corpo rigido, piuttosto che come punto materiale, se si è interessati alla sua rotazione. L'utilità del concetto di punto materiale sta nel poter associare al corpo un punto geometrico e quindi poter operare nello spazio cartesiano con i metodi della geometria analitica.

3. Il moto



Dalla finestra vediamo delle persone. Fissiamo l'attenzione su una di esse, quella ragazza con l'abito bianco, che, nell'istante in cui iniziamo l'osservazione, si trova di fronte al bar. Se, dopo un certo intervallo di tempo, la ragazza si trova a una certa distanza dal bar, diciamo che essa si è mossa; se invece la sua posizione rispetto al bar è rimasta sempre la stessa, diciamo che è rimasta ferma.
Dall'esempio fatto risulta che le idee di moto e di quiete nascono dalla possibilità di stabilire se la posizione di un corpo, rispetto a un altro che si considera fisso, varia o no nel tempo. Se l'universo fosse costituito da un solo corpo A, parlare di moto non avrebbe alcun senso, perché non avrebbe senso parlare di posizioni diverse tra loro. Se i corpi fossero due, A e B, avrebbe senso parlare di moto, ma non dire che A si muove e B sta fermo, o viceversa, a meno che, come nell'esempio fatto sopra, uno di essi (il bar) venisse considerato fisso. Se invece i corpi fossero tre, A, B, C, l'ultimo dei quali considerato fisso, allora avrebbe senso dire che A si muove e B è fermo (o viceversa), oppure che entrambi si muovono o che entrambi sono fermi.

- Dalla presenza di un solo corpo non possono nascere le idee di quiete e di moto.
- In presenza di un secondo corpo nascono tali idee, però non è possibile stabilire quale dei due si muove; per esempio: ci troviamo in una carrozza ferroviaria alla stazione e ci sembra che un treno stia muovendosi sul binario vicino al nostro; ma, dopo qualche istante, una lieve scossa provocata dalle giunture dei binari ci fa capire che è il nostro treno che si muove e non quello vicino.
- In presenza di un terzo corpo, che arbitrariamente si considera fisso, cioè che si assume come sistema di riferimento, non sussistono dubbi sullo stato di quiete o di moto

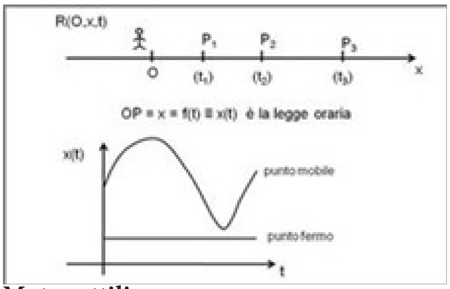
degli altri due. Infatti, se oltre a guardare il treno vicino al nostro, guardassimo anche la pensilina della stazione, ci renderemmo subito conto che il nostro treno sta muovendosi, mentre quello vicino è fermo.

Ma il sistema di riferimento del nostro esempio, la stazione ferroviaria, che si considera fisso, è veramente tale? Lo è rispetto alla Terra, ma non, per esempio, rispetto al Sole. E il problema si porrebbe anche se si assumesse come sistema di riferimento il Sole, perché esso si muove rispetto ad altre stelle. Anche le stelle fisse, alle quali si fa riferimento per studiare il moto dei pianeti del sistema solare, in realtà fisse non sono: esse ci appaiono tali solo a causa della loro enorme distanza dalla Terra (la più vicina si trova a circa 4,5 anni-luce).
Il fatto è che non esiste un sistema di riferimento fisso in senso assoluto, e quindi quiete e moto sono condizioni relative; esse dipendono dalla scelta del sistema di riferimento.
La relatività del moto viene utilizzata, per esempio, nella tecnica cinematografica, quando per dare la sensazione di un'automobile in corsa si fanno scorrere rapidamente al suo fianco (in secondo piano) le immagini del paesaggio.
Ma allora, come ci si deve comportare? Quale sistema di riferimento si deve scegliere, visto che non ne esiste uno che possa ritenersi privilegiato rispetto a tutti gli altri possibili? La risposta è facile: si deve sempre scegliere un sistema rispetto al quale il moto oggetto di studio sia il più semplice possibile. Per esempio: se una sfera rotola sul ponte di una nave, lo studio del suo moto è facile se lo si riferisce alla nave stessa, meno facile se lo si riferisce alla terraferma. Analogamente: è più facile studiare il moto di un treno rispetto alla Terra che rispetto al Sole.
Per rappresentare il moto di un corpo si usa come sistema di riferimento un asse, o un sistema di assi. Se il moto è unidirezionale, basta una retta orientata x; se il moto avviene su un piano, si adotta un sistema costituito da due assi cartesiani x e y; se il moto avviene nello spazio, si adotta un sistema costituito da tre assi cartesiani x, y, z.
Noi ci occuperemo soprattutto del moto bidimensionale e, come caso particolare, di quello unidimensionale

3. La cinematica

La cinematica è la descrizione del moto dei corpi indipendentemente dalle cause che lo provocano. Partiamo dal caso semplice del punto materiale, cioè un sistema descrivibile con le

sole tre coordinate di un punto.
Inizieremo dal caso del moto rettilineo, quello di un punto P che si muove su una retta. Per descriverne il moto dobbiamo individuare la sua posizione ad ogni istante di tempo; e cioè definire un osservatore che effettua le misure di spazio e di tempo. In generale si fissa un verso convenzionale sull'asse del moto ed un'origine O dalla quale si misurano le posizioni xi e un sistema di riferimento R(O,x,t).
La descrizione completa si ottiene fornendo la posizione ad ogni istante di tempo; cioè la funzione x=f(t) (a volte solo x(t)) . Questa funzione, o legge oraria, può essere data sotto forma di tabella, di relazione analitica, o in forma grafica riportando in ascisse t ed in ordinate x(t).
La legge oraria fornisce la descrizione completa del moto ma sovente non è disponibile, mentre si conoscono altre grandezze cinematiche di uso comune (e.g. la velocità) che dobbiamo definire. In generale parliamo di moto se il punto P cambia posizione (per un punto fermo x(t)=costante). Dati due istanti t1< t2 definiamo l'intervallo di tempo Δt=t2-t1, ed il corrispondente spostamento di P:

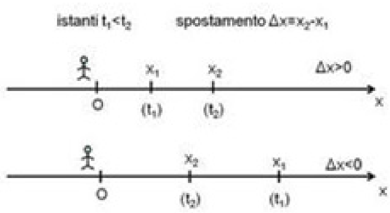


Moto rettilineo
Sistema di riferimento R(O,x,t) e legge oraria.

$$\Delta x = x(t_2) - x(t_1) = x_2 - x_1$$

Iindicheremo con il simbolo ΔA la variazione di una grandezza A.

Notiamo che lo spostamento Δx può essere sia positivo che negativo a secondo che il punto si muova nel verso crescente o decrescente dell'asse di riferimento; questa grandezza è più generale di quella usata comunemente di distanza percorsa cioè |Δx|.



Definizione di spostamento

I moti unidimensionali

Il primo passo nella descrizione del moto di una particella consiste nello stabilire un sistema di coordinate che definiscono la sua posizione.

Figura 1 - Sistema di coordinate in una dimensione
Quando stabilisci un sistema di coordinate in una dimensione puoi scegliere l'origine e il verso positivo che preferisci, ma, una volta fatta la scelta, devi attenerti a essa.

Un esempio di sistema di coordinate in una dimensione è mostrato in figura 1. Si tratta semplicemente di un asse x, sul quale è fissata un'origine (in cui x = 0) e una freccia che indica il verso positivo, cioè il verso nel quale x aumenta. Quando stabiliamo un sistema di coordinate, siamo liberi di scegliere l'origine e il verso positivo come desideriamo, ma, una volta fatta questa scelta, dobbiamo essere coerenti con essa in tutti i calcoli che seguiranno.

La particella in figura 1 è una persona che si è mossa verso destra da una posizione iniziale x_i a una posizione finale x_f. Poiché il verso positivo è a destra, segue che x_f è maggiore di x_i, cioè $x_f > x_i$.
Abbiamo visto come costruire un sistema di coordinate; usiamolo ora per esaminare la situazione mostrata in figura 2.

Figura 2 - Coordinate unidimensionali
La posizione della tua casa, di quella del tuo amico e della drogheria in un sistema di coordinate unidimensionali.

Definizione di distanza
La distanza è uguale alla lunghezza complessiva del tragitto.
Nel SI si misura in metri (m).

In un'automobile la distanza percorsa è indicata dal contakilometri. Osserviamo che la distanza è sempre positiva e, poiché non ha associata alcuna direzione, è una grandezza scalare.
Un altro modo utile per descrivere il moto di una particella consiste nell'esprimerlo in termini di spostamento, Δx, che rappresenta il cambiamento di posizione.

Definizione di spostamento Δx
Lo spostamento è uguale al cambiamento di posizione; è uguale alla posizione finale - posizione iniziale

$\Delta x = x_f - x_i$

Nel SI si misura in metri (m).

Osserviamo che Δx può essere positivo (se la posizione finale è a destra della posizione iniziale, $x_f > x_i$), negativo (se la posizione finale è alla sinistra della posizione iniziale, $x_f < x_i$) o nullo (se la posizione finale e quella iniziale coincidono, $x_f = x_i$).

In effetti lo spostamento è un vettore unidimensionale e il suo verso (destra o sinistra) è indicato dal suo segno (positivo o negativo, rispettivamente).
Nel SI lo spostamento si misura in metri, come la distanza, ma spostamento e distanza sono grandezze fisiche diverse. Ad esempio, nel tragitto da casa tua alla drogheria e ritorno, la distanza percorsa è 8,6 km, mentre lo spostamento è zero dal momento che x_f =2,1 km = x_i.
Supponi, invece, di andare da casa tua alla drogheria e quindi a casa del tuo amico.
In questo caso la distanza percorsa è 10,7 km, ma lo spostamento è:

$$\Delta x = x_f - x_i = 0 - 2{,}1 \text{ km} = -2{,}1 \text{ km}$$

dove il segno meno indica che il tuo spostamento è avvenuto nel verso negativo, cioè verso sinistra.

La velocità media

Il passo successivo è il concetto di quanto rapidamente avviene lo spostamento; il modo più semplice è di associare una quantità numerica a questa idea e, molto intuitivamente, definiamo la velocità media tramite il rapporto:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Questa nuova grandezza ha dimensioni fisiche $[v] = [L][T]^{-1}$, e si misura in m/s nel SI ma spesso nelle applicazioni pratiche in km/h.
Per esempio un velocista, che copre Δx = 100m in Δt = 10s, corre alla velocità media:

$$v_m = \frac{100}{10} = 10\frac{m}{s} = 36\frac{Km}{h}$$

Per passare da Km/h a m/s basta moltiplicare per 1000 e dividere per 360.

Interpretazione grafica della velocità media

Spesso è utile visualizzare il moto di una particella rappresentando la sua posizione in funzione del tempo.
Consideriamo ad esempio una particella che si muove avanti e indietro lungo l'asse x, come mostrato in figura 3a nella quale è riportata la posizione della particella in vari istanti. Questo modo di indicare la posizione di una particella e il tempo corrispondente è però un po' disordinato; proviamo perciò a rappresentare la stessa informazione con un diverso tipo di grafico.

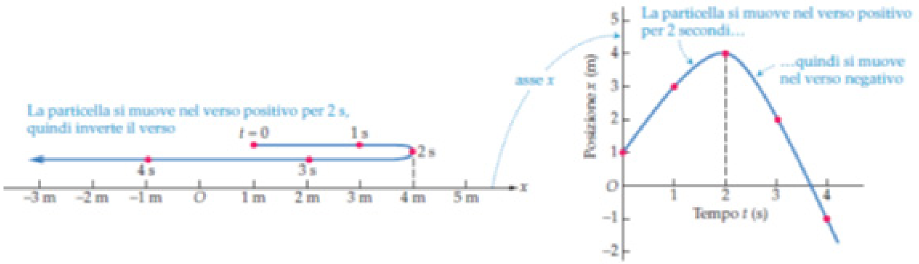


Figura 3 - Due modi per visualizzare un moto unidimensionale
a) Il cammino della particella mostrato su un asse coordinato.
b) Lo stesso cammino visualizzato in un grafico che riporta la posizione x in funzione del tempo t.

Sebbene in a) il percorso della particella sia mostrato come una U per chiarezza, in realtà la particella si muove in linea retta, lungo l'asse x.

In figura 3b rappresentiamo lo stesso moto, ma questa volta su un piano cartesiano, riportando sull'asse orizzontale il tempo t e sull'asse verticale la posizione x.
Con un grafico spazio-tempo di questo tipo è molto più facile visualizzare il moto della particella.
La rappresentazione nel piano x-t permette di dare un'interpretazione particolarmente utile della velocità media. Supponiamo di voler determinare la velocità media della particella, il cui moto è illustrato nelle figure 3a e 3b, nell'intervallo di tempo fra t = 0 e t = 3s.
Applicando la definizione di velocità media:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m - 1m}{3s - 0} = 0,3s$$

Per mettere in relazione questa definizione con il grafico spazio-tempo, disegniamo nel grafico il segmento che unisce la posizione della particella al tempo t = 0 (punto A) con la posizione al tempo t = 3 s (punto B), come mostrato in figura 4a. La pendenza della retta che congiunge i punti A e B è uguale all'incremento di x rispetto a t, cioè a$\Delta x/\Delta t$. Ma è la velocità media, perciò concludiamo che:

Definizione di pendenza
La pendenza della retta che congiunge due punti del grafico spazio-tempo è uguale alla velocità media nell'intervallo di tempo fra i due punti.

Come ulteriore esempio, calcoliamo la velocità media fra l'istante t = 2 s e l'istante t = 3 s della figura 3b. In figura 4b è riportata la retta che congiunge i due punti corrispondenti.
Osserviamo innanzitutto che questa retta ha una pendenza negativa; quindi $v_m < 0$, cioè la particella si sta muovendo verso sinistra. Notiamo inoltre che la retta è molto più inclinata rispetto a quella della figura 4a e pertanto la sua pendenza è maggiore. Infatti, se calcoliamo la pendenza in questo intervallo di tempo otteniamo v_m = -2 m/s.
Quindi, congiungendo i punti in un grafico x-t abbiamo un'informazione immediata sulla velocità media in un determinato intervallo di tempo.

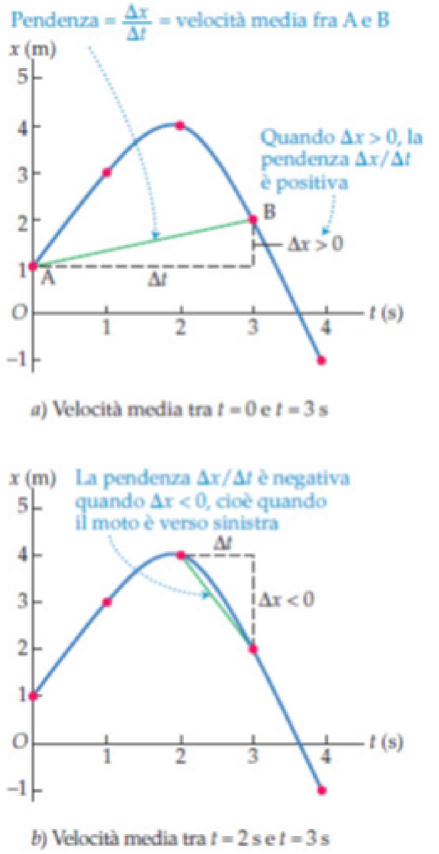


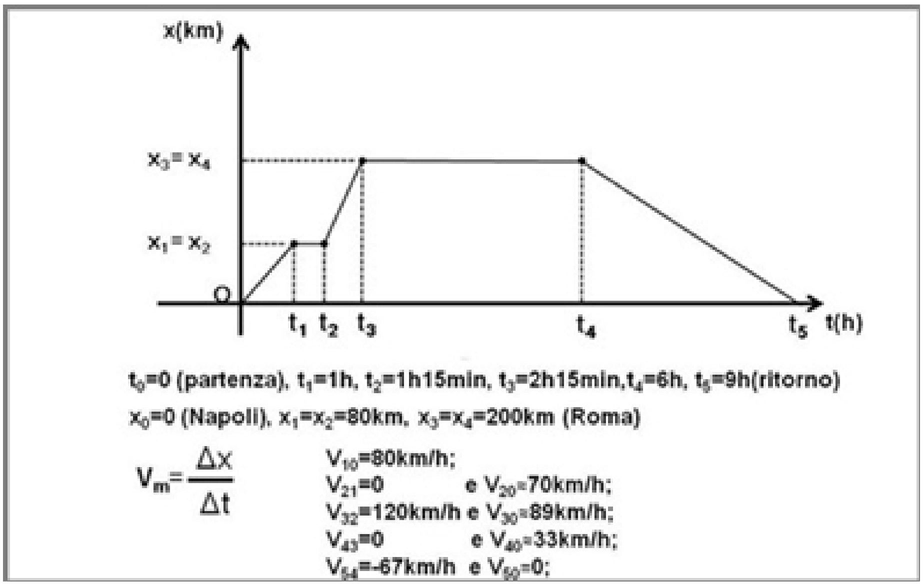
Figura 4 - Velocità media in un grafico spazio-tempo
La pendenza della retta fra due punti qualsiasi su un grafico spazio-tempo è uguale alla velocità media fra quei punti.
Una pendenza positiva indica un moto verso destra, una pendenza negativa indica un moto verso sinistra.

La velocità istantanea

La velocità media è molto comune anche se spesso non è sufficientemente rappresentativa del moto. Consideriamo il caso corrispondente ad una gita da Napoli a Roma; per le diverse frazioni determiniamo la velocità media e quella dall'inizio del viaggio:

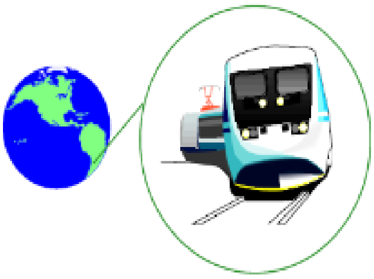
- 0 → 1 viaggio in autostrada v_{10} = 80km/h;
- 1 → 2 sosta all'area di servizio, v_{22} = 0km/h (v_{20} = 70km/h);
- 2 → 3 viaggio a velocità maggiore per recuperare tempo v_{32} = 120km/h (v_{30} = 89km/h);
- 3 → 4 visita della città v_{21} = 0km/h (v_{40} = 33km/h);
- 4 → 5 rientro rallentato dal traffico, v_{54} = -67km/h (v_{50} = 0!);

Risulta, complessivamente, una velocità media nulla anche se siamo andati da Napoli a Roma (!); questo perché siamo ritornati al punto di partenza.
Serve una definizione appropriata della velocità capace di tenere conto delle varie fasi;



Per avere una rappresentazione più accurata del viaggio, dobbiamo calcolare la velocità media su intervalli di tempo più piccoli. Se calcoliamo la nostra velocità media ogni 15 minuti, otteniamo una migliore rappresentazione del viaggio; possiamo ottenere una rappresentazione ancora più realistica calcolando la velocità media ogni minuto o, addirittura, ogni secondo. Avendo a che fare con il moto di una qualsiasi particella, l'ideale sarebbe conoscere la velocità della particella in ogni istante. Questa idea di una velocità corrispondente a ogni istante di tempo è proprio ciò che intendiamo con velocità istantanea. Il modo più intuitivo è quello di rendere sempre più piccolo l'intervallo Δt considerato e definire dunque la velocità istantanea.

Con un formalismo matematico che sarà chiarito con studi più approfonditi di matematica possiamo scrivere che:



$$v_m = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Che cosa significa Δt→0?

Vuol dire che Δt è molto più piccolo dei tempi caratteristici del moto; nel caso della gita Δt=1s sarebbe sufficiente mentre dovendo misurare la velocità di una particella in un acceleratore servirebbe Δt~10-9 s!

Nella pratica riduciamo talmente l'intervallo di tempo Δt da poterlo considerare un istante.

Velocità istantanea: $v = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Esempi di velocità caratteristiche:

- spostamenti geofisici (continenti, ecc): V~(0,1÷1) cm/anno= $3.10^{-(11÷10)}$m/s
- esseri viventi (animali, uomo, ecc): V~(10÷100) km/h= (3÷30) m/s
- mezzi meccanici (auto, treni,ecc) V~(50÷300 km/h = (15÷90) m/s
- mezzi aerei (jet, missili, ecc) V~1000km/h= $3,0.10^2$ m/s
- velocità di fuga dalla Terra V=11km/s = $1,4.10^4$ m/s
- velocità della Terra intorno al Sole V=30km/s = $4,2.10^4$ m/s
- velocità di fuga dal sistema solare V= 600 km/s = $6,5.10^5$ m/s
- velocità elettroni orbitanti V~ 2000 km/s = 2.10^6 m/s
- velocità prodotti nucleari V~ 20000 km/s = 2.10^7 m/s
- velocità della luce nel vuoto V= 300000 km/s= 3.10^8 m/s

Man mano che l'intervallo Δt diventa piccolo, anche Δx diminuisce, ma il rapporto tende a un valore definito. Consideriamo, ad esempio, il semplice caso di una particella che si muove con una velocità costante di 1 m/s. Se essa parte dal punto x = 0 nell'istante t = 0, la sua posizione nell'istante t = 1 s corrisponde a x = 1 m, nell'istante t = 2 s a x = 2 m e così via. Riportando questo moto in un grafico spazio-tempo otteniamo una linea retta (fig. 5).

Ora, supponiamo di voler determinare la velocità istantanea nell'istante t = 3 s. Calcoliamo la velocità media su piccoli intervalli di tempo centrati intorno a 3 s, riducendo l'intervallo di tempo, come mostrato in figura. Poiché il grafico è una linea retta, è evidente che $\Delta x/\Delta t=(\Delta x_1)/(\Delta x_2)$, indipendentemente dall'ampiezza dell'intervallo Δt. Più piccolo diventa Δt, più lo diventa anche Δx, ma il rapporto, essendo la pendenza della retta, rimane costante ed è uguale a 1 m/s. Perciò, la velocità istantanea nell'istante t = 3 s è 1 m/s.

Osserviamo inoltre che in questo caso la velocità istantanea è uguale a 1 m/s in qualsiasi istante e non solo per t = 3 s. Pertanto possiamo concludere che:

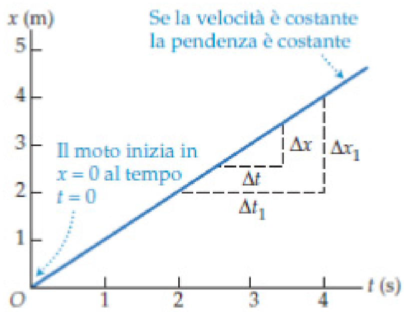
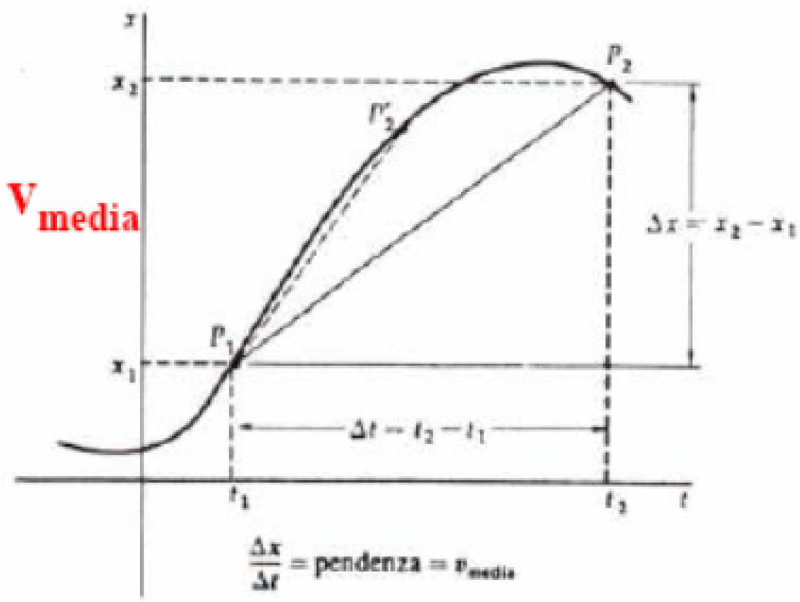


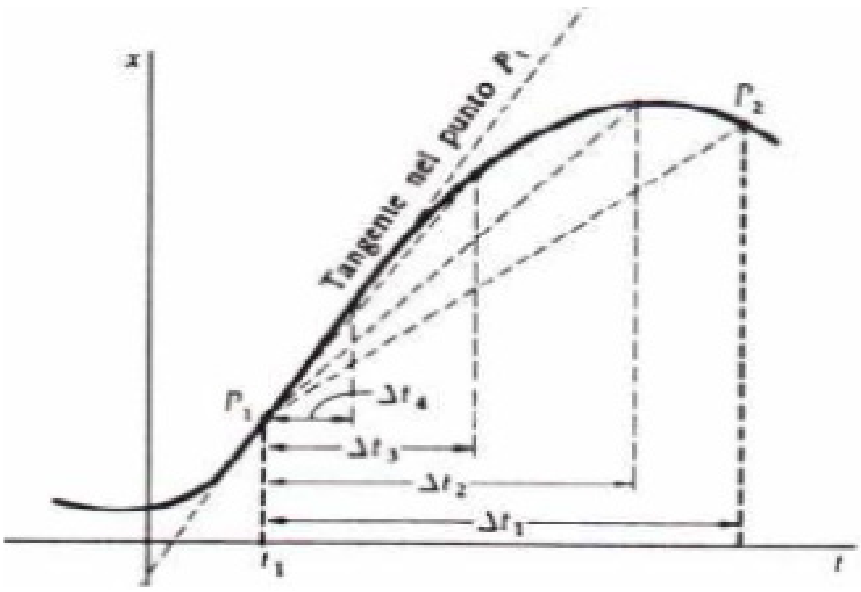
Figura 5 - Una velocità costante corrisponde a una pendenza costante in un grafico x-t

La pendenza $\Delta x_1/ \Delta t_1$ è uguale a (4 m - 2 m) / (4 s - 2 s) = (2 m)/(2 s) = 1 m/s. Poiché il grafico è una linea retta, la pendenza è uguale a 1 m/s per qualsiasi valore di Δt.

> Quando la velocità è costante, la velocità media in qualunque intervallo di tempo è uguale alla velocità istantanea in ogni istante.



Geometricamente, pertanto, la velocità media rappresenta la pendenza della retta secante la curva che rappresenta la traiettoria percorsa dal punto materiale da P_1 a P_2. Tale pendenza è dunque il coefficiente angolare della retta stessa.



Prendendo intervalli di tempo Δt via via sempre più piccoli, anche l'incremento Δx diviene via via sempre più piccolo fino a che il punto P_2 viene a sovrapporsi al punto P_1. La retta da secante diviene tangente. Matematicamente, come visto, si ha che:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

cioè la velocità istantanea coincide con il limite del rapporto incrementale $\Delta x/\Delta t$ ovvero con la derivata rispetto al tempo della variabile x.

Fisica e realtà: Tutor - sistema di rilevazione velocità media

Da un po' di tempo chi percorre il tratto di autostrada Napoli – Roma si imbatte in cartelli che segnalano la presenza del sistema tutor control. Una semplice legge fisica è alla base del principio di funzionamento di questo aggeggio.

Come funziona nel dettaglio?Un sistema automatico di lettura della targa, che solitamente viene collocato sotto i pannelli di messaggistica che si trovano nelle autostrade, legge la targa al primo passaggio. Dopo una quindicina di chilometri, un secondo sistema torna a leggere la targa e calcola la velocità media in base alla distanza esistente fra i due pannelli e al tempo impiegato nella percorrenza. Se la velocità media è superiore a 136 km/h (cioè 130 km/h + il 5% di tolleranza), scatta la multa.

Il sistema TUTOR è il sostituto dell'autovelox, ma non funziona nelle stesso modo.

L'autovelox misurava la velocità istantanea del veicolo che vi transitava davanti rilevando o no la contravvenzione. Poco importava se il veicolo beccato aveva magari appena concluso un sorpasso, la multa c'era e te la tenevi. Il tutor invece è un sistema innovativo che fa un calcolo della velocità media in un percorso che va da 10 a30 km circa di strada. Funziona così: quando entri su un tratto di strada controllato dal tutor delle telecamere rilevano la tua targa e l'ora del passaggio; mentre percorri il tratto controllato altre telecamere rilevano, ad intervalli prestabiliti il tuo passaggio, la tua posizione e velocità. Al termine del tratto controllato avviene un ultimo controllo. I dati raccolti vengono elaborati da un computer ed associati ad ogni singolo veicolo transitato e se questo ha tenuto una velocità MEDIA superiore a quella imposta dai limiti di velocità per quel tratto di strada, (in autostrada se la velocità media è superiore a 136 km/h ,cioè 130 km/h + il 5% di tolleranza), scatta la multa viene automaticamente emessa la multa, in caso contrario i dati vengono cancellati. Il sistema prevede che non ci siano pattuglie della stradale che ti fermano per comunicarti che hai superato il limite, è completamente automatico ed è senza appello, ovvero se ti becchi la multa non puoi fare altro che pagarla.

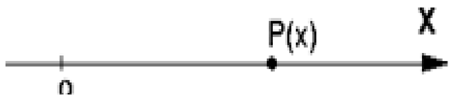
Sistemi di riferimento

Si definisce sistema di riferimento, l'insieme dei riferimenti o coordinate utilizzate per individuare la posizione di un oggetto nello spazio. A seconda del numero di riferimenti usati si può parlare di:

Sistema di riferimento monodimensionale

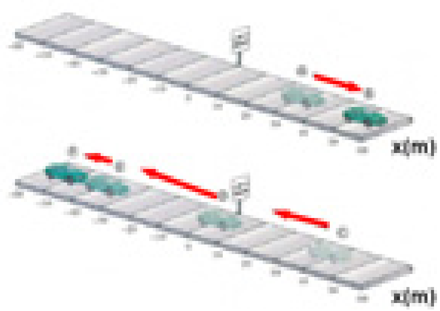
Sistemi di riferimento bidimensionale

Sistemi di riferimento tridimensionale (3D)



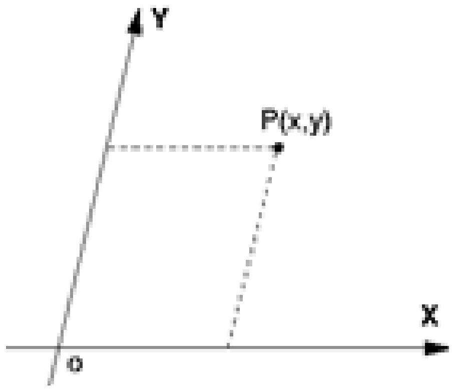
Il sistema di riferimento monodimensionale ideato da Cartesio è costituito da una retta, sulla quale un oggetto, di solito un punto, è vincolato a muoversi. Su questa retta si fissa un'origine, che è consuetudine indicare con O, un verso di percorrenza ed un'unità di misura delle lunghezze. È possibile individuare un punto sulla retta in base ad un numero reale, che individua la distanza dall'origine nell'unità di misura scelta, positiva se concorde con il verso di percorrenza scelto e negativa altrimenti, del punto. Tale numero è detto coordinata, e per indicare genericamente tale coordinata si usa la lettera x. La retta su cui si è fissato origine, verso di percorrenza e unità di misura è detta ascissa

Quando un punto, anziché su una retta, è vincolato a muoversi su una curva è possibile scegliere anche su quest'ultima un'origine, un verso di percorrenza ed un'unità di misura, ma in tal caso si parlerà di ascissa curvilinea. La distanza con segno del punto dall'origine è la coordinata curvilinea del punto.

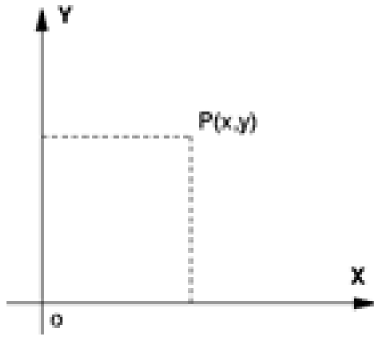


Uno dei sistemi di riferimento bidimensionale è costituito da una coppia di rette incidenti.

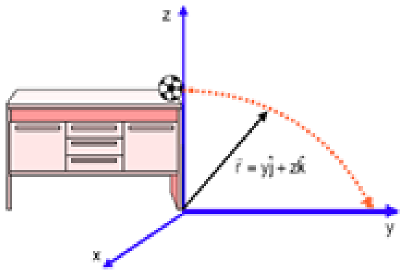
Tali rette sono indicate, in genere, con X e Y, ed il loro punto di intersezione è l'origine per entrambe le rette. Su ciascuna retta si fissa un verso di percorrenza ed un'unità di misura che in genere è uguale per entrambe le rette, ma per esigenze particolari può benissimo essere diversa per ciascuna retta. La posizione di un punto vincolato a muoversi su un piano può essere individuata da una coppia di valori reali, genericamente indicati con le lettere x e y. Si indica con x il numero reale che individua la distanza dall'asse Y del punto, misurata parallelamente all'asse X nell'unità di misura scelta per quest'ultimo; con y il numero reale che individua la distanza dall'asse X del punto, misurata parallelamente all'asse Y nell'unità di misura scelta per quest'ultimo. La coppia di coordinate che individua il punto si indica scrivendo (x,y) oppure<x,y>



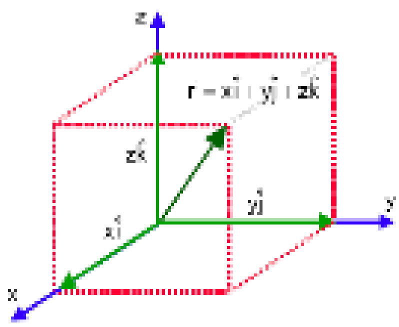
Quando gli assi X e Y sono fra loro ortogonali tale sistema di riferimento si dice ortogonale, ortonormale o cartesiano, in onore del matematico francese Cartesio che lo riprese in età moderna, dopo che era già stato introdotto, nel Medio Evo, da Nicola d'Oresme. In tal caso l'asse X, orizzontale, prende il nome di ascissa, e l'asse Y, verticale, prende il nome di ordinata. In Oresme, erano, rispettivamente, longitudo e latitudo.



Negli altri casi si parla di sistema di riferimento cartesiano non ortogonale



Il sistema di riferimento tridimensionale è costituito da tre rette non coincidenti passanti per un punto che è l'origine delle rette. Per ciascuna di tali rette, in genere indicate con X,Y e Z, si sceglie un'unità di misura ed un verso di percorrenza. Le coordinate generiche di un punto nello spazio sono indicate con le lettere x, y e z. Si indica con x il numero reale che individua la distanza di un punto dal piano individuato dalle rette Y e Z misurata parallelamente all'asse X nell'unità di misura scelta per quest'ultimo asse. Si definiscono analogamente y e z. Le tre coordinate che individuano un punto nello spazio sono indicate con la simbologia (x,y,z). Quando i tre assi sono fra loro ortogonali il sistema di riferimento si dice ortogonale o rettangolare.



Ciascuna delle tre rette è un asse cartesiano, e insieme formano la terna cartesiana. Nella figura è indicato un particolare formalismo per rappresentare uno spazio cartesiano, il formalismo vettoriale analizzato nella sezione dedicata al calcolo vettoriale. Nella pratica non studieremo moti che avvengono nello spazio tridimensionale.

Esempio

Disegnare il diagramma orario, tra gli istanti 2s e 5s, di un moto la cui legge è

$s = t^2 - 3t + 2$

Soluzione – Si sostituiscono nell'equazione oraria i due valori dati, più altri compresi nell'intervallo (per semplicità limitiamoci a due soli: 3s e 4s):

$t = 2s \qquad s = 2^2 - 3 \bullet 2 + 2 = 0$

$t = 3s \qquad s = 3^2 - 3 \bullet 3 + 2 = 2m$

$t = 4s \qquad s = 4^2 - 3 \bullet 4 + 2 = 6m$

$t = 5s \qquad s = 5^2 - 3 \bullet 5 + 2 = 12m$

Si individuano su un piano cartesiano i punti corrispondenti alle quattro coppie (t , s) e si uniscono tra loro con una curva, che è il diagramma orario richiesto.

L'accelerazione

Il concetto di accelerazione, come quello di velocità, è intuitivo: quando si osserva che la velocità di un veicolo aumenta, si dice che esso accelera.

Nel linguaggio comune accelerazione significa aumento di velocità; la parola accelerazione appartiene anche al linguaggio scientifico, però con un significato più ampio: un corpo accelera quando la sua velocità cambia; e dato che la velocità è un vettore, il cambiamento può riguardare sia il modulo (aumenti o diminuzioni) che la direzione. In altri termini: per il fisico un corpo accelera non solo se la sua velocità passa, per esempio, da 20m/s a 30m/s, ma anche se accade l'inverso e anche se, pur restando invariato il valore (20m/s), la traiettoria si incurva, cioè cambia la direzione del moto e quindi quella della velocità.

Siamo su una automobile, osserviamo il tachimetro e abbiamo un contasecondi. Nell'istante t_1 il tachimetro segna la velocità v_1 e poco dopo, nell'istante t_2, segna quella v_2. Nell'intervallo di tempo

$t_2 - t_1 = \Delta t$

si è verificata una variazione di velocità

$v_2 - v_1 = \Delta v$

La nozione intuitiva di accelerazione suggerisce che il suo valore è tanto più grande quanto più grande è Δv e quanto più piccolo è Δt. Ciò suggerisce al fisico l'idea di una grandezza, che anch'egli chiama accelerazione (simbolo a) e che definisce direttamente proporzionale a Δv e inversamente proporzionale a Δt. In tal modo l'idea di accelerazione viene a essere espressa da una formula matematica

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

l'accelerazione è il rapporto tra la variazione di velocità e l'intervallo di tempo in cui si verifica; ovvero: è la variazione di velocità che si verifica in un secondo.

L'accelerazione è una grandezza vettoriale e nel S.I. si misura in metri al secondo quadrato (simbolo m/s^2).

La sua formula dimensionale è $[a]=[L][T]^{-2}$, Dato che la velocità è un vettore e il tempo uno scalare, l'accelerazione, rapporto tra le due grandezze, è un vettore;

Accelerazione media e accelerazione istantanea

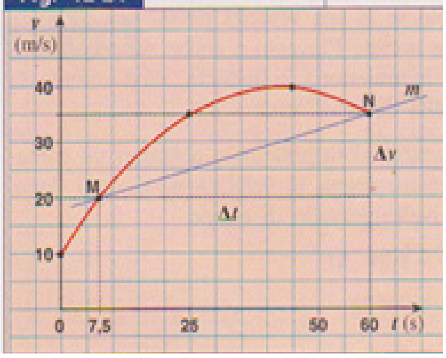
A bordo di una autovettura, muniti di un buon contasecondi (sensibilità 0,5s), si osserva il tachimetro e si prende nota di alcune coppie di valori (t , v), quelli della tabella. Con i dati raccolti si disegna il diagramma della fig., che rappresenta una funzione tempo →velocità t = f(v)

Con la relazione

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

si può calcolare l'accelerazione media (a_m) tra due degli istanti considerati, per esempio tra 7,5s e 60s:

Fig. 12-21



$$a_m = \frac{(35-20)m}{(60-7,5)s} = \frac{15m/s}{52,5s} = 0,286\frac{m}{s^2}$$

Graficamente, tale valore è la pendenza della retta m individuata dai punti M e N, che rappresentano le coppie di valori considerate. L'accelerazione istantanea può essere considerata come l'accelerazione media tra due istanti infinitamente vicini tra loro, cioè praticamente coincidenti, per cui la retta passante per i corrispondenti punti del diagramma non è una secante, ma una tangente, e la sua pendenza è l'accelerazione istantanea.Esempio Per calcolare l'accelerazione nell'istante 25s, si traccia la retta n tangente nel punto P e se ne calcola la pendenza misurando i cateti di un triangolo rettangolo avente per ipotenusa un suo qualsiasi segmento AB:

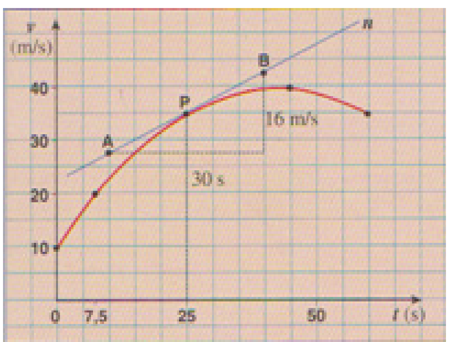


Fig. 12-22

$$a_i = \frac{16m/s}{30s} = 0,533m/s^2$$

accelerazione istantanea = pendenza della retta n

4. I moti

I moti si possono classificare in base alla loro natura e/o in base alla traiettoria:

- il moto si dice uniforme se l'accelerazione è nulla ovvero se la velocità è costante e in questo caso il mobile percorre spazi uguali in tempi uguali;

- il moto si dice uniformemente accelerato se l'accelerazione è costante

Il moto si dice rettilineo se la sua traiettoria è una linea retta; si dice circolare se la traiettoria è una circonferenza; più in generale si dice curvilineo se la traiettoria è una curva qualsiasi.

Il moto rettilineo uniforme è caratterizzato dal fatto che la traiettoria lungo cui si sposta il punto materiale è una retta; inoltre il punto materiale percorre spazi uguali in tempi uguali ovvero si muove con velocità costante .

Il moto rettilineo uniforme

Il tipo di moto più semplice possibile è il moto rettilineo. Se si considerare il moto di una particella che si sposta lungo l'asse x. Allora lo spostamento, velocità e accelerazione saranno:

$$x=x(t)$$

$$v=v(t)$$

$$a=a(t)$$

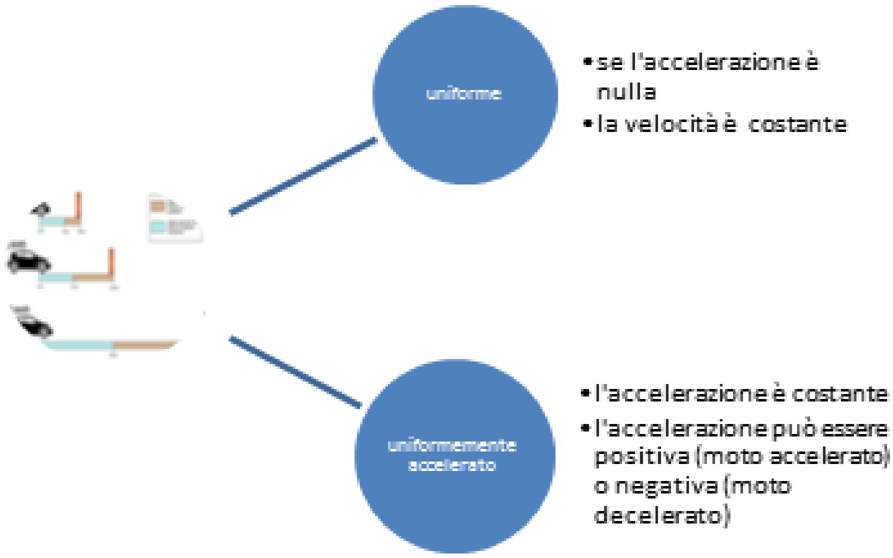
Per semplicità si è considerato l'asse x come asse del moto ma non bisogna dimenticare che il moto può avvenire anche in una direzione diversa dall'asse x.

Le relazioni appena scritte indicano semplicemente che le tre grandezze che caratterizzano un moto sono lo spostamento, la velocità e l'accelerazione e tutte e tre sono funzioni del tempo.

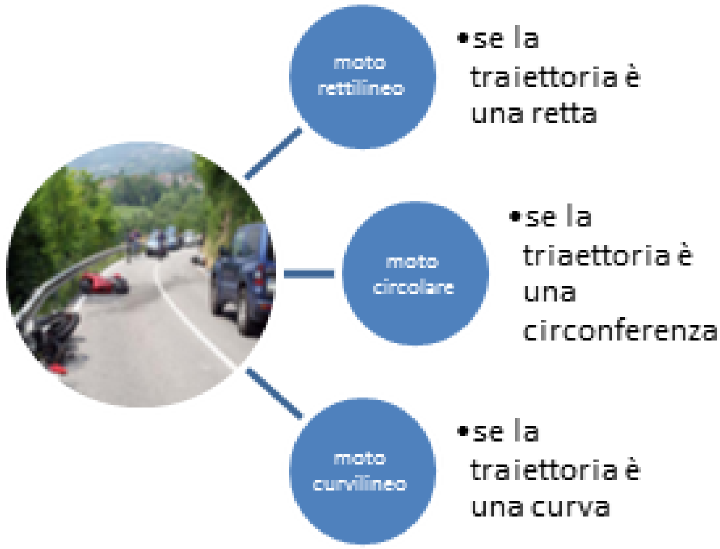
I moti si possono classificare in base alla loro natura e/o in base alla traiettoria:

il moto si dice uniforme se l'accelerazione è nulla ovvero se la velocità è costante e in questo caso il mobile percorre spazi uguali in tempi uguali;

il moto si dice uniformemente accelerato se l'accelerazione è costante



Il moto si dice rettilineo se la sua traiettoria è una linea retta; si dice circolare se la traiettoria è una circonferenza; più in generale si dice curvilineo se la traiettoria è una curva qualsiasi.



Il moto rettilineo uniforme è caratterizzato dal fatto che la traiettoria lungo cui si sposta il punto materiale è una retta; inoltre il punto materiale percorre spazi uguali in tempi uguali ovvero si muove con velocità costante .
In generale, l'accelerazione ci fornisce l'informazione di quanto varia la velocità al trascorrere del tempo; più formalmente, se indichiamo con Δv la variazione di velocità e con Δt l'intervallo di tempo, l'accelerazione (media) è data dalla seguente relazione

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Per il fatto che la velocità, nel moto rettilineo uniforme, si mantiene costante, la sua variazione $\Delta v=0$ e pertanto l'accelerazione è nulla.
La velocità (media), in generale può essere definita come

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

Da cui si può ricavare

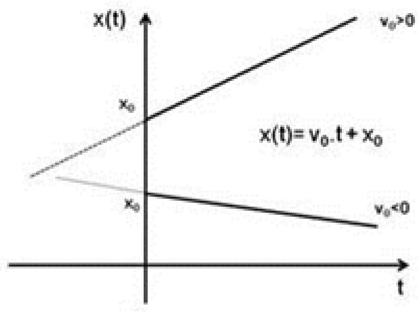
$$v(t-t_0)=s-s_0$$

e cioè, tenendo presente che all'istante iniziale il tempo $t_0=0$, si ha:

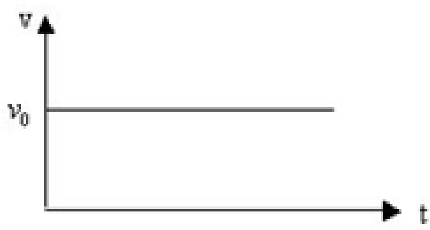
$$s=s_0+v_0\, t$$

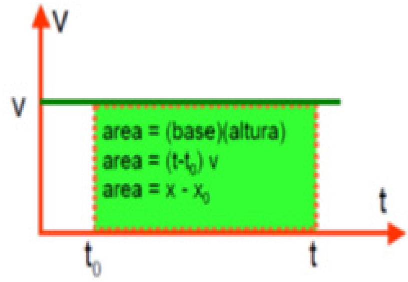
Questa relazione è la funzione che esprime la dipendenza del vettore spostamento dal tempo e prende il nome di legge oraria del moto rettilineo uniforme. Si tratta di una dipendenza lineare e pertanto in un piano cartesiano, identificando il tempo sull'asse x e lo spostamento sull'asse y, questa legge è rappresentata da una retta. Poiché il moto si svolge lungo un'unica direzione, nello specifico del moto rettilineo uniforme possiamo anche scrivere la legge oraria come

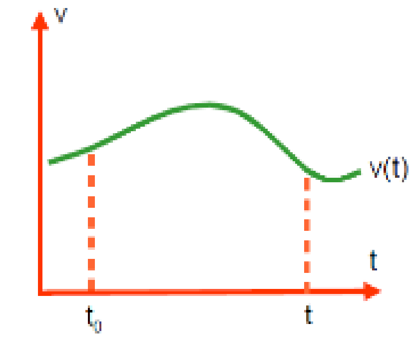
$$x=x_0+v_0\, t$$

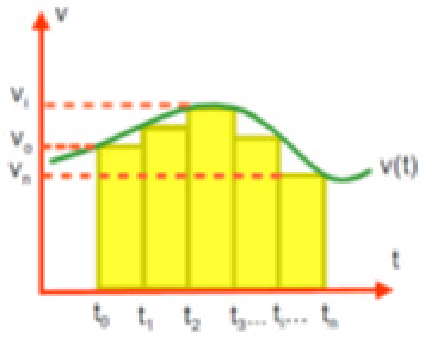


Nell'equazione della retta, la velocità rappresenta la pendenza della retta ovvero il suo coefficiente angolare. Nel grafico in figura possiamo vedere due rette, una con pendenza positiva se v>0, una con pendenza negativa se v<0.
Anche la velocità può essere rappresenta in funzione del tempo. Nel moto rettilineo uniforme, la velocità è costante e pertanto in un piano v-t il grafico della velocità è una retta orizzontale parallela all'asse del tempo.
L'accelerazione è nulla e pertanto, in funzione del tempo, essa rimane tale. Pertanto avremo un grafico a-t in cui l'accelerazione è rappresentata da una retta orizzontale coincidente con l'asse del tempo.









Si noti che l'area tratteggiata in figura coincide con il modulo del vettore spostamento che è anche uguale alla traiettoria perché si tratta di un moto rettilineo. Per i moti non rettilinei queste entità non coincideranno.

Si la velocità non è costante, allora ci sarà una accelerazione diversa da zero e, nel caso più generale, essa sarà costante.
In questi casi il calcolo dell'area non sarà così semplice.
La soluzione si ottiene suddividendo l'intervallo di tempo Δt in tanti pezzetti

$$\Delta t = \frac{t_n - t_0}{n}$$

in modo tale da ricoprire tutta la superficie come si puo' osservare in figura.
Se calcoliamo la somma delle aree di questi rettangolini che si sono formati, questa coinciderà esattamente con l'area sottesa alla curva tra t_0 e t_n.
L' area del primo rettangolo è $(t_1-t_0)v_1$; l'area del rettangulo i-esimo è $(t_{i+1}-t_i)v_i$. In questo modo, se sommiamo le aree di tutti i rettangoli, possiamo scrivere:

$$Area = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \Delta t$$

Supposto ovviamente che le basi siano uguali. E' evidente che quanto più sono i rettangoli da sommare tanto più la somma delle aree si avvicina al valore effettivo dell'area totale.
Possiamo considerare un numero elevatissimo di rettangoli, un numero infinito; in questo caso possiamo calcolare l'area in modo più preciso facendo il limite per n che tende a infinito della somma.
Questa espressione coincide con l'integrale definito di una funzione v(t) tra due interavalli t_0 e t_n e si rappresenta mediante il simbolo

$$\int_{t_0}^{t_n} v(t)dt$$

Il moto uniformemente accelerato

Malgrado la sua importanza il moto rettilineo uniforme non è l'unico possibile. Proprio nell'esperienza quotidiana in molti casi la velocità cambia, per esempio quando freniamo o acceleriamo in macchina. Per quantificare queste variazioni possiamo definire l' accelerazione media su un intervallo $\Delta t = t_2 - t_1$ come:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

le cui dimensioni fisiche sono [a]=[L].[T]$^{-2}$ e nel SI si misura in m.s^{-2} ma nelle applicazioni pratiche in km/h/s. Per esempio per le macchine di formula uno si legge che passano da 0 a 100km/h in 3 s questo vuol dire un'accelerazione media:

$$a_m = \frac{100-0}{4}\frac{Km}{h^2} = 8,3m/s^2$$

Il segno dell'accelerazione indica se la velocità aumenta a>0 (accelera) o diminuisce a<0 (decelera o frena). Il secondo esempio di studio esplicito è quello del moto uniformemente accelerato di importanza fondamentale in Fisica. In questo caso l'accelerazione è costante a=a_0=cost; e naturalmente coincide con quella media fra due istanti generici, per esempio 0 e t:

$$a_0 = \frac{v(t) - v_0}{t - 0} \rightarrow v(t) = a_0 \cdot t + v_0$$

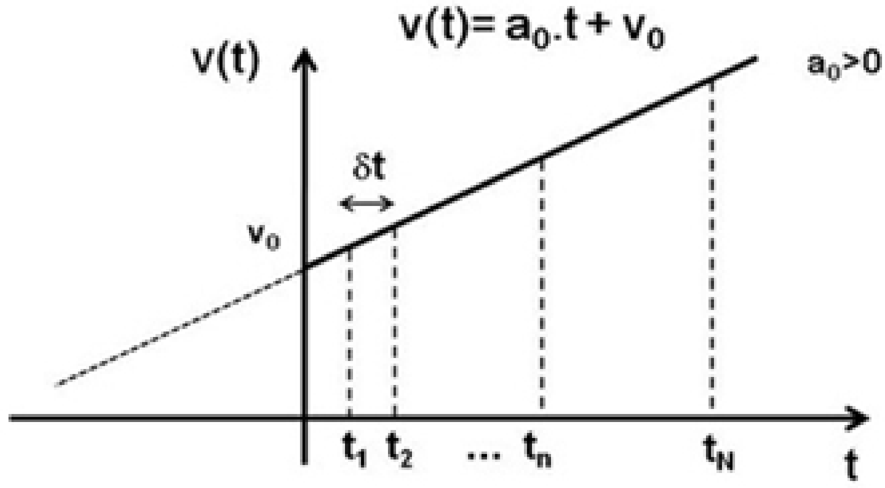
questo significa che la velocità cambia nel tempo in modo lineare
Per ricavare la legge oraria cerchiamo l'espressione della velocità media sull'intervallo di tempo. Possiamo scomporre l'intervallo in parti uguali piccole (Δt=N.dt) e riscrivere lo spostamento complessivo come somma di tutti i piccoli contributi dxj=vj.dt:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\sum_{j=1}^{n} dx_j}{ndt} = \frac{\sum_{j=1}^{n} v_j}{n}$$

e corrisponde alla media aritmetica dei valori della velocità per i diversi tempi vj=v(tj).
Introducendo la dipendenza lineare dal tempo si ottiene (vedi figura) il risultato, valido solo per andamenti lineari, che il valore medio su un intervallo è la media aritmetica dei valori agli estremi dell'intervallo:

$$v_m = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N} v(t_n) = \frac{v_1 + v_N}{2}$$

$$v_m(t) = v_0 + \frac{1}{2} a_0 t$$



$$v_m = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} v_n = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} v(t_n) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(v_0 + a_0 t_n) = v_0 + a_0 t_1 + \frac{a_0 \delta t}{N}\sum_{n=0}^{N-1} n \Rightarrow v_m = \frac{v_1 + v_N}{2}$$

$$v_m = v_0 + a_0 t_1 + \frac{a_0 \delta t}{N}\frac{(N-1)N}{2} = \frac{(v_0 + a_0 t_1) + (v_0 + a_0 t_1 + (N-1)\delta t)}{2}$$

Possiamo inserire il risultato della velocità media nella sua definizione cinematica che fa intervenire la definizione esplicita dello spostamento $\Delta x = x(t) - x_0$

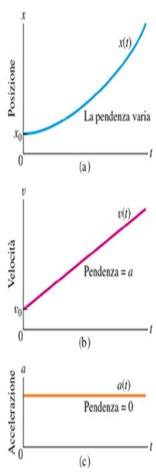
$$\frac{x(t) - x_0}{t - 0} = v_m(t) = v_0 + \frac{1}{2}a_0 t$$

da cui:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

che rappresenta la legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato.

Il diagramma orario è rappresentato da una parabola con la concavità rivolta verso l'alto se a0>0 (verso il basso se a0<0); x_0 e v_0 sono rispettivamente la posizione e velocità iniziali; come vedremo questo moto si ottiene in numerosissime applicazioni in Fisica.



I tre diagrammi riportati a lato rappresentano rispettivamente l'accelerazione, la velocità e lo spostamento in funzione del tempo.

Una relazione molto utile si ottiene esplicitando il tempo dall'andamento della velocità:

$$v = v_0 + a_0 t \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a_0}$$

e inserendola nella legge oraria, si ha:

$$x = \frac{1}{2}a_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a_0}\right)^2 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a_0}\right) + x_0$$

cioè:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_0 \cdot (x - x_0)$$

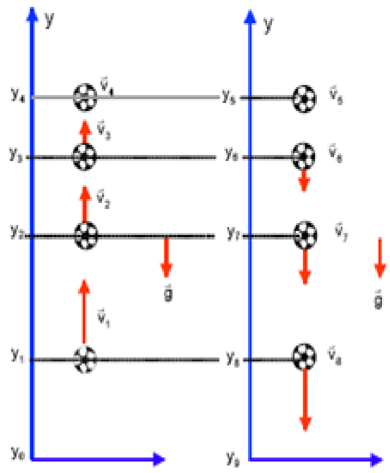
Equazione	Informazioni che possiamo ricavare
$v = v_0 + at$	**Velocità in funzione del tempo**
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	**Spostamento in funzione della velocità e del tempo**
$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	**Spostamento in funzione del tempo**
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	**Velocità in funzione dello spostamento**

Moto di caduta libera

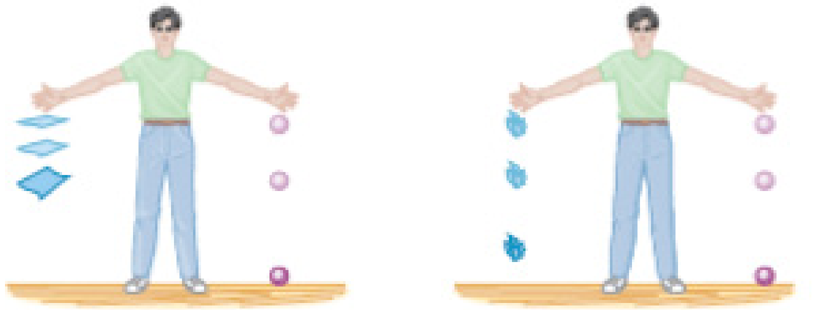
Un esperimento si trova descritto nell'opera "Discorsi e Dimostrazioni matematiche
attorno a due nuove scienze attinenti alla Meccanica e i Movimenti Locali": ".. Ma io, signor Simplicio, che n'ho fatto prova, vi assicuro che una palla di artiglieria, che pesi cento, dugento e anco più libbre, non anticiperà d'un palmo solamente l'arrivo in terra della palla d'un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia... Ia maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote la terra, l'altra ne è lontana due dita."

Il più famoso esempio di moto uniformemente accelerato è la caduta libera, cioè il moto di un oggetto che cade liberamente sotto l'influenza della gravità.
Aristotele riteneva che un oggetto pesante in caduta libera arrivasse al suolo, per effetto del proprio peso, più rapidamente di uno leggero lasciato cadere dalla stessa altezza , basandosi sul presupposto, di per sé corretto, che ogni deduzione logica dovesse basarsi su ciò che l'esperienza quotidiana mostrava all'osservatore attento Galileo (1564-1642) mostrò per primo che gli oggetti che cadono si muovono con accelerazione costante. Le sue conclusioni si basavano su due esperimenti eseguiti con sfere che rotolavano lungo piani inclinati di varia altezza; utilizzando il piano inclinato, Galileo riuscì a ridurre l'accelerazione delle sfere, ottenendo un moto abbastanza lento da poter essere misurato, anche con gli strumenti disponibili a quel tempo.
Galileo, inoltre, dimostrò che oggetti di differente peso cadono con la stessa accelerazione costante, purché la resistenza dell'aria sia tanto piccola da poter essere ignorata. Se, come dice la storia, per dimostrare questo fatto egli abbia lasciato cadere gli oggetti dalla torre pendente di Pisa, probabilmente non lo sapremo mai con certezza, ma sappiamo che, per confermare le proprie affermazioni, condusse molti esperimenti.
La leggenda vuole che Galileo abbia fatto cadere dalla torre pendente di Pisa due palle, una di ferro e l'altra di legno, ed abbia così convinto gli increduli che le due palle toccavano il suolo quasi contemporaneamente.
Vera o no che sia questa leggenda, è un fatto accertato che Galileo compì numerose osservazioni per dimostrare che : "la velocità dei mobili della stessa materia, disegualmente gravi, movendosi per un istesso mezzo, non conservano altrimenti la proporzione della gravità loro, assegnatali da Aristotele..." .
Egli utilizzò anche un tipico ragionamento deduttivo per dimostrare che la velocità di caduta di un corpo non può essere proporzionale al suo peso
"Ma se questo è, ed è insieme vero che una pietra grande si muove, per esempio, con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque congiungendole ambedue insieme, il composto di loro si muoverà con velocità minore di otto gradi: ma le due pietre, congiunte insieme, fanno una pietra maggiore che quella prima, che si muoveva con otto gradi di velocità; adunque questa maggiore si muove meno velocemente che la minore; che è contro vostra supposizione."
Ma perché, allora, nella maggior parte dei casi osservati i corpi

pesanti cadono più in fretta, anche se solo di poco, di quelli più leggeri? Galileo non ha dubbi in proposito, la ragione va cercata nella resistenza dell'aria:
"... e perché solo uno spazio del tutto voto d'aria e di ogni altro corpo, ancorché tenue e cedente, sarebbe atto a sensatamente mostrarci quello che cerchiamo, già che manchiamo di cotale spazio, andremo osservando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili e meno resistenti, in comparazione di quello che si vede accadere negli altri meno
sottili e più resistenti. Se noi troviamo, in fatto, i mobili differenti di gravità meno e meno differir di velocità secondo che i mezzi più e più cedenti si troveranno, ..., parmi che potremo con molto probabil conietture credere che nel vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali."
Egli cercò quindi, attraverso prove sperimentali e ragionamenti speculativi, di dimostrare la fondatezza della sua teoria sulla caduta dei gravi .



Oggi è facile verificare le affermazioni di Galileo facendo cadere oggetti in un recipiente in cui è stato fatto il vuoto e nel quale gli effetti della resistenza dell'aria sono praticamente nulli. In una classica dimostrazione in laboratorio, una piuma e una moneta vengono lasciate cadere nel vuoto ed entrambe cadono con la stessa velocità. Nel 1971 una rinnovata versione di questo esperimento fu eseguita sulla Luna dall'astronauta David Scott; nel vuoto quasi perfetto attorno alla superficie lunare egli lasciò cadere una piuma e un martello e mostrò al mondo intero che essi
raggiungono il suolo nello stesso istante.
Per illustrare in modo semplice l'effetto della resistenza dell'aria, consideriamo la caduta di un foglio di carta e di una palla di gomma (fig. 16): la carta scende lentamente al suolo, impiegando molto più tempo a cadere rispetto alla palla. Se però accartocciamo il foglio di carta fino a farlo diventare una palla e ripetiamo l'esperimento, possiamo vedere che la palla di carta e quella di gomma raggiungono il suolo più o meno nello stesso istante. Che cos'è cambiato nei due esperimenti? Ovviamente, quando il foglio di carta è stato ridotto a una palla, l'effetto della resistenza dell'aria è notevolmente diminuito, così che entrambi gli oggetti cadono più o meno come se fossero nel vuoto.



a) La caduta di un foglio di carta e di una palla di gomma

b) La caduta di un foglio accartocciato e di una palla di gomma

Prima di considerare altri esempi, esaminiamo meglio che cosa intendiamo esattamente per "caduta libera".
Per cominciare, osserviamo che l'aggettivo libera significa "libera da qualsiasi altro effetto che non sia la gravità". Ad esempio, nella caduta libera assumiamo che il moto di un oggetto non sia influenzato da alcuna forma di attrito o di resistenza dell'aria.
Sebbene la caduta libera sia una idealizzazione, che non si può applicare a molte situazioni del mondo reale, è tuttavia un'approssimazione utile in molti casi. Negli esempi seguenti assumeremo che il moto possa essere considerato come una caduta libera.
In secondo luogo è necessario precisare che la parola caduta non significa necessariamente che l'oggetto si stia muovendo verso il basso. Con l'espressione caduta libera, intendiamo qualsiasi moto sotto l'influenza della sola gravità: se lasciamo cadere una palla, questa è in caduta libera, se lanciamo una palla verso l'alto o verso il basso essa è comunque in caduta libera non appena lascia la mano.
L'accelerazione prodotta dalla gravità sulla superficie terrestre è indicata con il simbolo g ed è detta accelerazione di gravità. Il valore di g varia al variare della posizione sulla superficie della Terra e al variare dell'altitudine. La tabella 1 riporta i valori di g in alcune località situate a diversa latitudine.

Località	Latitudine	g
Quito (Ecuador)	0°	9,780
Honk Kong	30°	9,793
Oslo (Norvegia)	60°	9,819
Polo Nord	90°	9,832

Tabella 1 - Valori di g (m/s^2) in alcune località della Terra

In tutti i calcoli in questo testo non terremo però quasi mai conto di questa variazione e utilizzeremo per l'accelerazione di gravità il valore $g = 9,81\ m/s^2$.
Sottolineiamo, in particolare, che g indica sempre il valore $+9,81\ m/s^2$, mai il valore $-9,81\ m/s^2$. Ad esempio, se scegliamo un sistema di coordinate con direzione positiva verso l'alto, l'accelerazione della caduta libera è $a = -g$; se scegliamo un sistema con direzione positiva verso il basso, allora l'accelerazione nella caduta libera è $a = g$. Tenendo presenti queste osservazioni, siamo pronti a esplorare esempi diversi di caduta libera.
Il caso particolare della caduta libera con partenza da fermo,

cioè con $v_0 = 0$, è così frequente e si incontra in così tanti contesti che merita una speciale attenzione.
Se poniamo $x_0 = 0$ e consideriamo il verso positivo in basso, la posizione in funzione del tempo è:

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Quando analizziamo il moto di caduta libera di un grave, dunque, ci troviamo di fronte a un moto uniformemente accelerato la cui accelerazione costante ha il valore ben noto di 9.8m/s^{2}.
Le leggi del moto possono essere così schematizzate:

$$a = -g = -9.8 m / s^2$$

$$v = v_0 - gt$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Per un corpo in caduta libera, il tempo impiegato per raggiungere il suolo si ricava imponendo nella legge oraria del moto y=0 e tenendo conto che il corpo viene lasciato da fermo si può eliminare anche il termine v0t.
Pertanto, si ha

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

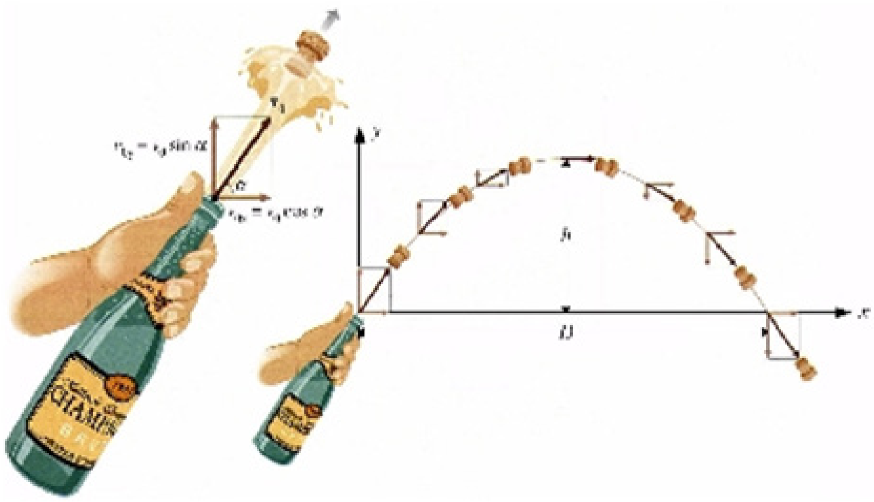
Avendo indicato con h l'altezza iniziale espressa in metri da cui il corpo viene lasciato cadere ovvero y0
La velocità finale vf d'impatto con il suolo si può ricavare sostituendo nella legge della velocità il tempo così calcolato. Si ha pertanto:

$$v_f = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{g^2 \frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

Moti in due dimensioni

Le comuni leggi della fisica affermano che per lanciare un proiettile alla massima distanza è necessario inclinare il cannone a 45° rispetto al suolo. Questa regola non sembra però essere applicabile alle rimesse con le mani: i calciatori infatti, così come i lanciatori del disco e del giavellotto, solitamente utilizzano inclinazioni inferiori, tra i 30 e i 35°. I due ricercatori hanno analizzato centinaia di lanci, effettuati con inclinazioni diverse, misurandone potenza e lunghezza: un complesso sistema di equazioni ha consentito loro di determinare che l'inclinazione ottimale per un lancio lungo deve essere compresa tra i 20 e i 35°.

Per Linthorne e Everett, questa differenza tra le comuni regole della balistica e quelle della fisica sportiva risiede nella struttura scheletrica e muscolare dell'uomo, che rende più semplice applicare una maggior forza al pallone ad angoli bassi. I calciatori, pur non essendo, tranne rarissime eccezioni, esperti di fisica, giungono a questa conclusione semplicemente grazie all'esperienza: le rimesse di professionisti ma anche di semplici appassionati si discostano infatti pochissimo dall'angolo ottimale. (dalla rivista Focus)



Abbiamo analizzato finora moti che avvengono lungo una sola direzione: il moto di un oggetto che si muove lungo una retta orizzontale, il moto di un oggetto che cade liberamente da una certa altezza h sono esempi di moto cosiddetto unidimensionale.

Nella vita di tutti i giorni si ha spesso a che fare con moti in due dimensioni: una palla da basket che viene lanciata nel tentativo di far canestro, un calcio d'angolo battuto durante una partita di calcio, un paracadutista che si lancia da un aereo in movimento, un proiettile sparato da un cannone sono solo alcuni dei numerosi esempi il cui studio cinematica richiede la conoscenza del moto in due dimensioni.

Durante il suo moto in due dimensioni, il mobile (che chiameremo per uso comune proiettile) subisce una accelerazione verso il basso dovuta alla accelerazione di gravità g che ovviamente si mantiene costante in modulo e diretta verticalmente verso il basso mentre non possiede accelerazione orizzontale.

A un primo impatto lo studio del moto in due dimensioni potrebbe sembrare complicato ma possiamo semplificarlo analizzando singolarmente il moto lungo le due dimensioni perché

Il moto orizzontale e il moto verticale sono indipendenti l'uno dall'altro non influenzandosi a vicenda.

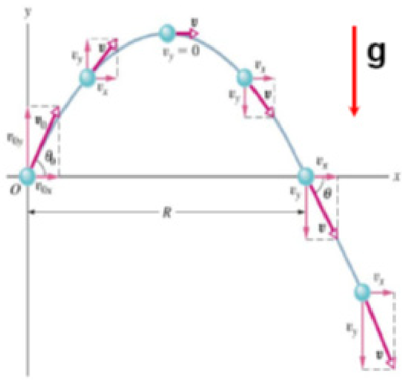
Lungo la direzione orizzontale l'accelerazione è nulla e così la componente orizzontale della velocità rimane costante duran-

te il moto (si tratta di un moto uniforme).
Il moto verticale è quello analizzato per il moto di caduta libera ovvero di un oggetto che si muove sottoposto ad una accelerazione g costante. Si tratta, pertanto, di un moto uniformemente accelerato.
Possiamo così schematizzare le leggi del moto:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$



Possiamo per semplicità porre l'origine degli assi coordinati nel punto di lancio del proiettile avendosi così e possiamo rappresentare graficamente il moto. Dal grafico si può notare che la componente orizzontale della velocità rimane costante mentre quella verticale varia con continuità. La componente verticale della velocità si comporta come per una palla lanciata verticalmente verso l'alto. E' diretta inizialmente verso l'alto e la sua intensità diminuisce fino ad annullarsi quando il proiettile raggiunge la posizione più elevata della traiettoria. Poi la componente verticale della velocità inverte la sua direzione e la sua intensità va aumentando sempre più rapidamente.
Analizziamo ora il moto nel dettaglio.

Equazione della traiettoria

Ci preoccupiamo inizialmente di trovare l'equazione della traiettoria.
Ricavo il tempo dall'equazione:

$$x = v_{0x}t$$

Si ha che:

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

Sostituendo tale valore della equazione:

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

si ricava:

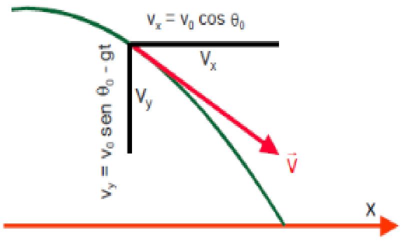
$$y = v_{0y}\frac{x}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{0x}^2}$$

Indico con b la quantità:

$$\frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

e con a la quantità:

$$\frac{1}{2v_{0x}^2}g$$

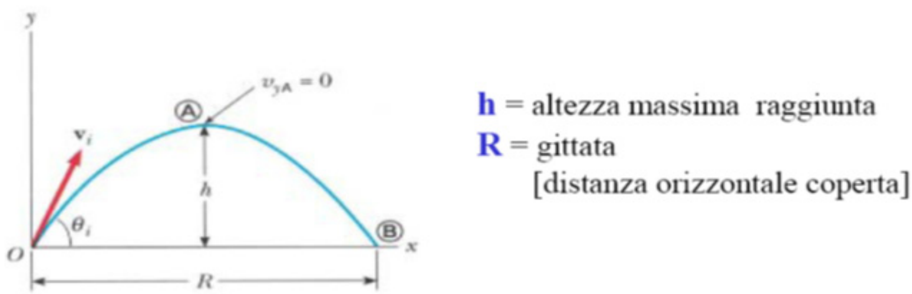


Entrambe le quantità sono costanti avendosi così l'equazione:

$$y = -ax^2 + bx$$

che è l'equazione di una parabola che volge la concavità verso il basso.

La gittata



Si dice gittata la distanza orizzontale tra il punto di lancio del

proiettile e il punto in cui tocca nuovamente il suolo (alla stessa quota di partenza).
Quando il proiettile tocca il suolo la componente y della sua traiettoria si annulla. Dall'equazione di II grado ottenuta ponendo y=0 ricavo il tempo. Ricavo $t_1 = 0$ che rappresenta l'istante del lancio e:

$$t_2 = \frac{2v_{0y}}{g}$$

Questo valore di t prende anche il nome di tempo di volo.
Sostituendo il valore ottenuto nella equazione ricavo:

$$x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

che rappresenta il segmento cercato e detto Gittata R.

Le condizioni iniziali

Molte volte conosciamo il cosiddetto angolo di lancio ovvero l'inclinazione rispetto all'asse orizzontale del lancio del proiettile.
Applicando le relazioni già note che legano un vettore e le sue componenti possiamo esprimere v_{0x} e v_{0y} come segue:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

Se conosciamo l'angolo di alzo possiamo riscrivere la relazione che ci permette di calcolare la gittata G come segue:

$$x = G = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

Si noti che la massima gittata si ha per $\alpha = 45°$.

La massima altezza raggiunta

Al vertice della traiettoria si ha $v_y = 0$ e cioè:

$$v_0 \sin\alpha - gt = 0$$

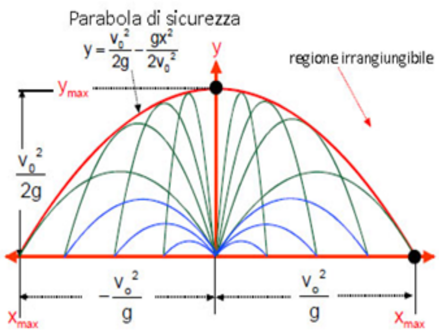
da cui ricavo il tempo:

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

La massima altezza raggiunta si ricava sostituendo nell'equazione della traiettoria il valore di t così ricavato avendosi:

$$y = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}$$

La parabola di sicurezza



Come si vede, se una particella ha velocità iniziale costante (v_0), non è difficile ricavare l'altezza massima (y_{max}) e la gittata (x_{max}).
In generale, l'altezza massima può essere calcolata anche dalla funzione v (y), in quanto la velocità nella posizione di massima altezza ha componente verticale nulla.
Nell'ipotesi che $y_0 = 0$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(y - y_0)$$

Ponendo

$$v_y^2 = 0$$

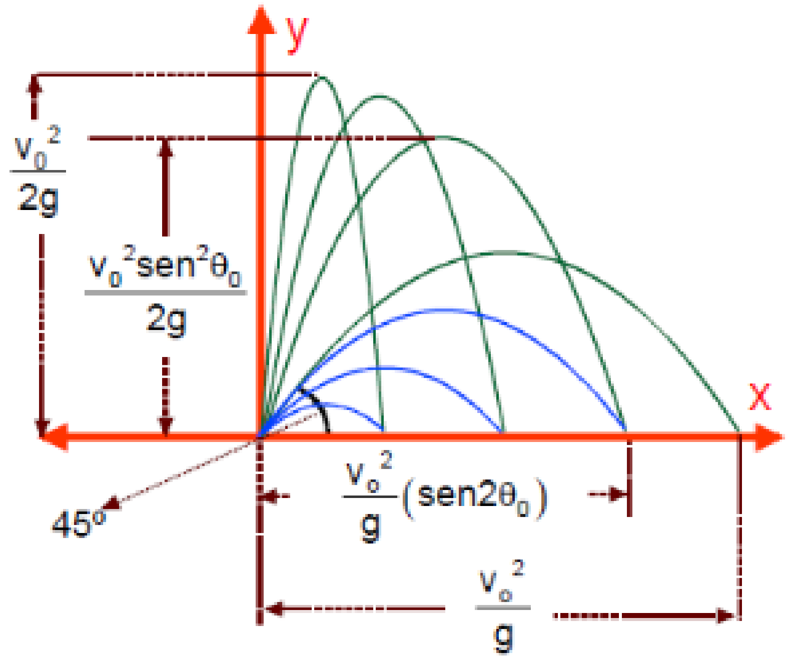
si ha:

$$0 = v_{0y}^2 - 2gy_{\max}$$

da qui posso ricavare l'altezza massima

$$y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2(\sin\theta)^2}{2g}$$

Si noti che l'altezza massima dipende dall'angolo di elevazione.



Poiché la funzione seno assume i valori compresi tra 0 e 1, non tenendo conto dei valori negativi, allora il massimo valore dell'altezza si ottiene quando sinθ=1 cioè quando θ=90°.

Invece la massima gittata si ottiene dalla funzione x(t).

L'espressione della gittata ottenuta è

$$x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

Se esprimiamo la gittata in funzione dell'angolo di alzo, si ottiene

$$x = \frac{2v_0 \cos\theta \cdot v_0 \sin\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Il maggiore valore possibile della x si ottiene quando sin2θ=1, cioè quando

2θ=90° ovvero quando θ=45°

Se invece vogliamo trovare l'angolo per il quale il proiettile colpisce un punto bel preciso dobbiamo procedere come segue: Si parte dall'equazione della parabola ovvero dalla legge oraria che descrive il moto del proiettile (in cui si è tenuto conto che $x_0=0$ e $y_0=0$:

$$y = tg\theta_0 x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

da cui, tenendo conto dell'identità:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta_0} = tg^2\theta_0 + 1$$

si ha:

$$y = tg\theta_0 x - \frac{gx^2}{2v_0^2}\left(tg^2\theta_0 + 1\right)$$

$$y = tg\theta_0 x - \frac{gx^2}{2v_0^2} tg^2\theta_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

Posso esplicitare l'espressione così ricavata rispetto a θ

$$\frac{gx^2}{2v_0^2} tg^2\theta_0 - tg\theta_0 + \frac{gx^2}{2v_0^2} + y = 0$$

Ottenendo un'equazione di secondo grado in $tg\theta_0$ a cui soluzione è:

$$tg\theta_0 = \frac{x \pm \sqrt{x^2 - 4\frac{gx^2}{2v_0^2}\left(\frac{gx^2}{2v_0^2} + y\right)}}{2\frac{gx^2}{2v_0^2}} = \frac{v_0^2}{xg} \pm \frac{1}{x}\sqrt{\frac{v_0^4}{g^2} - x^2 - 2\frac{v_0^2 y}{g}}$$

Si noti che l'equazione non ha soluzione quando la quantità sotto radice è negativa ovvero quando:

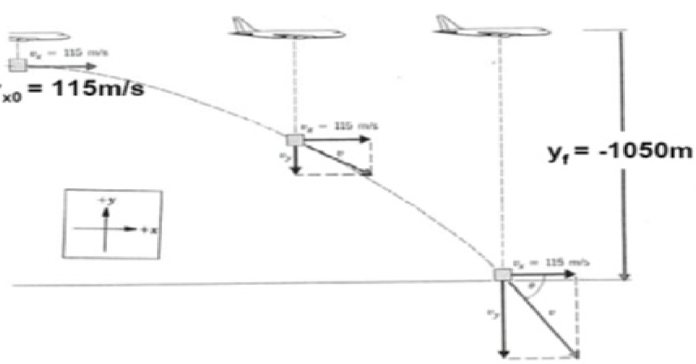
$$y > \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

Questo significa che i punti del piano al di fuori della curva descritta dall'equazione

$$y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

non sono raggiungibili dal proiettile lanciato con quell'angolazione

Fisica e realtà: lancio di materiali da soccorso



Un aereo impiegato per il soccorso durante la guerra in Kosovo viaggia alla velocità di 115m/s e ad un'altezza dal suolo di 1050 metri. Il pilota deve lanciare un pacco contenente materiale per il pronto soccorso ma deve stare bene attento affinché il pacco arrivi proprio nell'accampamento distante circa 1600 metri dal punto in cui decide di sganciare il pacco. Riuscirà nell'ardua missione?

$$\begin{cases} x_f = x_i + v_{x0}t \\ y_f = y_i + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

In questo caso, la velocità iniziale ha solo la componente lungo x , mentre la componente lungo y è nulla.
Dalla relazione scritta sopra è possibile ricavare il tempo che impiega il pacco di pronto soccorso per arrivare al suolo e a che distanza dal punto di lancio il pacco arriva.

$$\begin{cases} x_f = 0 + (115\,m/s)\cdot t \\ -1050\,m = 0 + 0\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

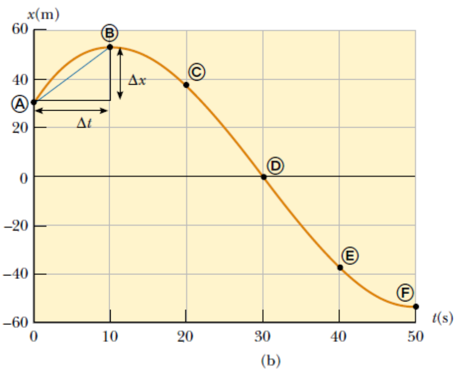
$$\Downarrow$$

$$t^2 = \frac{2\times 1050\,m}{9.8\,m/s^2} = 214.3\,s^2$$

$$t = 14.6\,s$$

$$x_f = (115\,m/s)\times 14.6\,s = 1679\,m$$

Problemi svolti



1. Trovare lo spostamento, la velocità media, e la velocità istantanea della vettura che si muove tra le posizioni A e B di cui è rappresentata la legge oraria

Soluzione:

Dal grafico x-t possiamo notare che x_A=30m al tempo t_A=0s e che x_F=-53m al tempo t=50s. Usando questi valori possiamo calcolare lo spostamento

$$x_F - x_A = -53\ \text{m} - 30\ \text{m} = 83\ \text{m}$$

Questo risultato indica che la macchina si ferma dopo aver percorso 83 m nella direzione negativa (a sinistra, in questo caso) da dove si trovava. Questo numero ha le unità corrette ed è dello stesso ordine di grandezza dei dati forniti. Un rapido sguardo alla Figura indica che questa è la risposta corretta. La velocità media può essere ricavata come segue:

$$\overline{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{-53m - 30m}{50s - 0s} = \frac{-83m}{50s} = -1.7m/s$$

Troviamo la media della velocità della vettura per questo viaggio sommando le distanze percorse e dividendo per il tempo totale

$$v = \frac{22m + 52m + 53m}{50s} = 2.5m/s$$

2. Un'automobile viaggia per un certo tempo T alla velocità di 40 Km/h, percorrendo un cammino S, e poi per lo stesso tragitto alla velocità di 80 km/h. Trovare la velocità media.

Soluzione: La velocità media si ottiene dalla definizione :

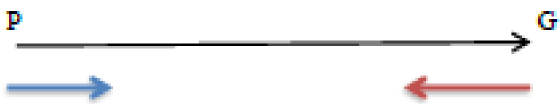
$$v_m = \frac{s_{TOT}}{t_{TOT}} = \frac{v_1 t + v_2 t}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 60\ Km/h$$

Non è necessario (ma non è neppure sbagliato) trasformare da Km/h a m/s.

3. Due ragazzi Paolo e Giorgio si vanno incontro lungo una strada lunga 200m e si dirigono l'uno verso l'altro con le velocità rispettivamente di 4,5m/s e 5,5m/s. Dopo quanto tempo si incontrano? In quale punto della strada avviene l'incontro? Si risolvi il problema anche graficamente.

Soluzione:

Scegliamo un sistema di riferimento per schematizzare il problema



Il moto di Paolo e Giorgio si muovono entrambi di moto rettilineo uniforme. Scriviamo, pertanto, la legge oraria di entrambi:

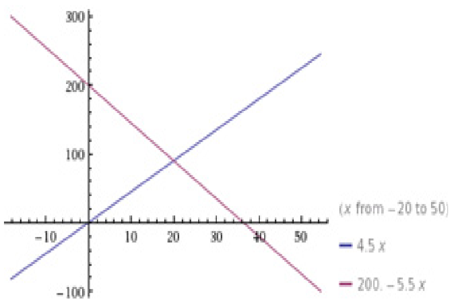
sP = v0Pt

sG = s0G – v0Gt

Abbiamo tenuto conto del fatto che la posizione iniziale di Paolo coincide con l'origine del sistema di riferimento scelto e la velocità di Giorgio ha verso negativo per come abbiamo scelto il sistema di riferimento. Sostituendo i valori numerici:

sP = 4,5t

sG = 200– 5,5t



Paolo e Giorgio si incontrano al tempo che risulta dalla soluzione del sistema costituito dalle due leggi orarie. Si ricava che il tempo t = 20s. Gli spazi percorsi si ottengono sostituendo nelle rispettive leggi orarie il tempo t = 20s, ottenendo sP = 90m e sB = -110m. La risoluzione grafica si ottiene rappresentando in un piano s-t le leggi orarie dei due moti. Le due rette che risultano dalla rappresentazione si incontrano in un punto. L'ascissa del punto di intersezione coincide con il tempo t in cui si incontrano Paolo e Giorgio.

4. Una particella si muove lungo l'asse x. La sua coordinata x varia con il tempo secondo la legge $x=-4t+2t^2$ dove x è espresso in metri e t in secondi (a) Si determini lo spostamento della particella negli intervalli di tempo da t=0 a t=1s e da t=1 s a t=3s.

Soluzione:

Nel primo intervallo di tempo da A a B poniamo ti=0 e tf=1s. Dalla legge oraria si ricava:

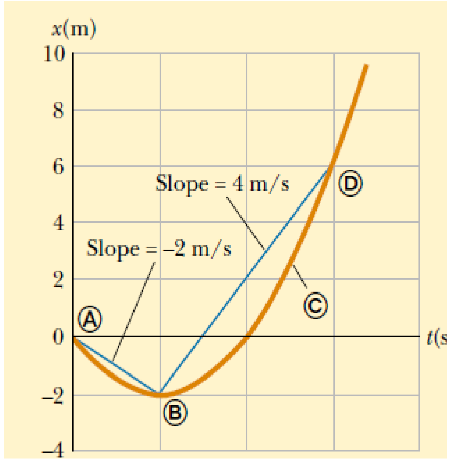
$\Delta x_{AB} = x_f - x_i = -4(1)+2(1)2- [-4(0)+2(0)2] = -2m$

Analogamente, nel secondo intervallo di tempo da B a D, possiamo porre t_i=1s e t_f=3s. quindi lo spostamento in questo intervallo è

$\Delta x_{BD} = x_f - x_i = 8m$

Questi spostamenti possono anche essere letti direttamente dal grafico posizione-tempo. Per calcolare la velocità media, nel primo intervallo di tempo Δt=1s.

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} = \frac{-2m}{1s} = -2m/s$$



Analogamente, nel secondo intervallo di tempo, Δt=2s, perciò:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x_{BD}}{\Delta t} = \frac{8m}{2s} = 4m/s$$

Questi valori si accordano con le pendenze delle linee che congiungono questi punti come mostrato in figura.

Per trovare la velocità istantanea per qualunque tempo t possiamo misurare la pendenza del grafico posizione-tempo per t=2.5s. Si ottiene v=6m/s

5. Un'automobile, durante una frenata uniforme, passa in un minuto dalla velocità di 40 Km/h a quella di 28 Km/h. Trovare il valore della accelerazione e lo spazio percorso.

Soluzione: La velocità media si ottiene dalla definizione :

$$v_m = \frac{s_{TOT}}{t_{TOT}} = \frac{s+s}{s/v_1 + s/v_2} = \frac{2}{1/v_1 + 1/v_2} = \frac{2}{(v_1+v_2)/(v_1 \cdot v_2)} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 28}{40 + 28} = 3\ ,3\,Km/h$$

NB – 1. È differente dal caso precedente (capire bene !!!); 2. Non occorre trasformare da Km/h a m/s.

6. Un veicolo fermo si mette in movimento su una traiettoria rettilinea all'istante t=0 con una accelerazione costante a=900Km/h² di modulo Dopo un intervallo di tempo di 4 minuti l'accelerazione si annulla e il moto resta uniforme per un intervallo di tempo di 10 minuti dopodichè il veicolo rallenta con accelerazione a_2=-1800Km/h² fino a fermarsi all'istante t_3 . A- Disegnare il grafico x(t), v(t), a(t); B- Calcolare l'intervallo impiegato per fermarsi e lo spazio percorso; C- Calcolare la velocità media in t_3-t_0

Soluzione

$$v_1 = a \cdot \Delta t_1 = 900 \cdot \frac{4}{60} = 60\,Km/h$$

$$s_1 = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t_1^2 = \frac{1}{2} 900 \cdot \frac{1}{225} = \frac{900}{450} = 2\,Km$$

$$s_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 = 60 \cdot \frac{10}{60} = 10\,Km$$

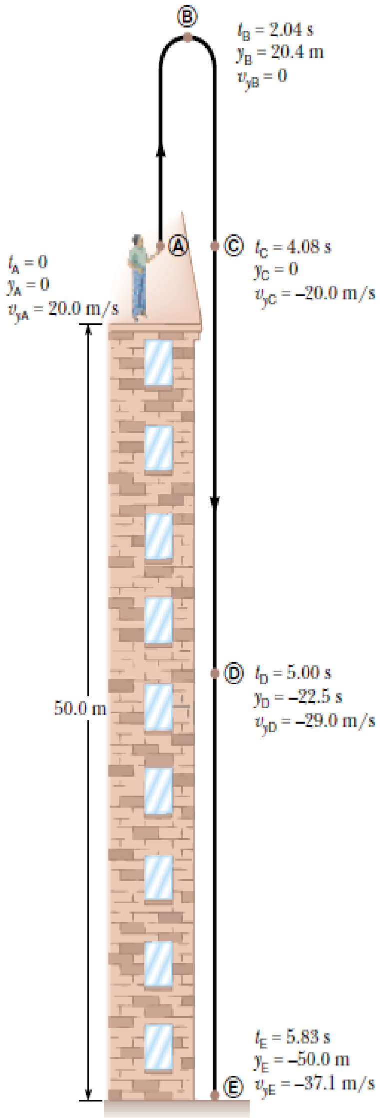
Nella fase di decelerazione si ha:

$$v = v_1 + a_2 t \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{v_1}{a_2} = \frac{60}{1800} = \frac{1}{30} = 2\min$$

$$s_3 = v_1 \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t_3^2 = \frac{60}{30} - \frac{1}{2} \cdot 1800 \cdot \frac{1}{900} = \ldots$$

$$\Delta s = 13\ Km$$
$$\Delta t = 16\ \text{min}$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



7. Una pietra è lanciata nel punto A dalla cima di un edificio con la velocità iniziale di 20m/s verso l'alto. L'edificio è alto 50m e la pietra sfiora il bordo dell'edificio quando ritorna giù. Determinare a) il tempo impiegato dalla pietra per raggiungere la sua altezza massima; b) l'altezza massima al di sopra dell'edificio; c) il tempo impiegato dalla pietra per ritornare al livello del lanciatore; d) la velocità della pietra in questo istante; e) la velocità e la posizione della pietra per t=5s; f) la posizione della pietra per t=6s.

Soluzione:

La pietra viene lanciata verso l'alto e rallenta. Si ferma momentaneamente nel punto B e poi inizia a scendere cadendo verso il basso. Durante l'intero moto, la sua accelerazione è diretta verso il basso perché la forza di gravità è sempre diretta verso il basso. Trascurando la resistenza dell'aria, il modello è quello di un punto materiale che si muove con accelerazione costante.
Per ricavare il tempo per raggiungere la massima quota, basta porre uguale a zero la velocità nell'equazione

$$v = v_0 - gt$$

ottenendo

$$t = \frac{v_0}{g}$$
$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = -56.4m$$
$$v_D = v_A - g t_D = -29 m/s$$

Sostituendo il tempo trovato nella legge oraria, si ottiene l'altezza massima

$$y_{\max} = y_B = y_A + v_{yA} t - \frac{1}{2} g t_A^2 = 20.4m$$

Per ricavare il tempo impiegato dalla pietra per ritornare al livello del lanciatore basta imporre uguale a zero la y:

$$0 = y_A + v_{yA} t - \frac{1}{2} g t_C^2 \Rightarrow 0 = 20.0 t_C - 4.9 t_C^2$$

E dunque $t_C = 4.08$s
Per determinare il valore della velocità a quell'istante basta sostituire il

valore trovato nella legge che regola la velocità:

$$v_C = v_A - gt_c = -20m/s$$

Si osservi che la velocità della pietra quando ritorna alla quota di partenza ha lo stesso modulo ma verso opposto rispetto alla velocità iniziale.
Per determinare la velocità in D dopo 5 secondi utilizziamo

$$v_D = v_A - gt_D = -29m/s$$

Per trovare la posizione basta sostituire nella legge oraria il valore del tempo:

$$y_D = y_A + v_{yA}t - \frac{1}{2}gt_D^2 = -22.5m$$

Infine per trovare la posizione della pietra al tempo t=6s:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = -56.4m$$

Il fallimento del modello nell'ultimo calcolo è dovuto al fatto che l'edificio è alto 50m cosicché è un assurdo fisico che la pietra possa trovarsi al di sotto dell'edificio di 6.4m.

Come esercizio ricavare la velocità della pietra all'istante in cui tocca terra (-37.1m/s) e il tempo totale durante il quale la pietra sta in aria (5.83s)

8. Una biglia imbocca una rampa di scale con velocità iniziale di 4m/s. Considerando che ogni gradino è alto h=0,15m e profondo p=0,2m, determinare il primo gradino colpito dalla buca.

Soluzione
Scriviamo la legge oraria della biglia (si tratta ovviamente di un moto parabolico in due dimensioni)

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \end{cases}$$

La retta tangente ai gradini ha equazione

$$y = \frac{h}{p}x$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v_0^2} \cdot x^2 \\ y = \frac{h}{p} \cdot x \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 g}{2v_0^2} = \frac{h}{p} \cdot x$$

Da cui ricavo x=2,45m e dunque il numero dei gradini sarà n=(2,45/0,2)+1y

9. Un ciclista C1, che si muove con velocità costante di modulo 6 m/s, supera un altro ciclista C2 che sta fermo. Nell'istante in cui i due ciclisti si trovano appaiati, C2 inizia a muoversi con accelerazione costante di 1.2 m/s^2. Determinare:

A - il tempo necessario a C2 per raggiungere C1
B - la velocità di C2 quando sorpassa C1
C - la distanza percorsa da C2 per raggiungere C1

Soluzione

Prendiamo come origine della coordinate spaziale il punto in cui C2 `e fermo e come origine del tempo l'istante in cui la prima bicicletta affianca la seconda ferma. Le equazioni del moto delle due biciclette (indichiamole qui con A e B per semplicità) risultano essere:

$$s_A = v_A \cdot t \qquad\qquad s_B = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

A - Per trovare il tempo necessario a B per raggiungere A, imponiamo:

$$s_A = s_B \Rightarrow v_A \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow t = 2 \cdot v_A / a = 10 \ \ s$$

B.

$$s_B = s_A = v_A t = 60 \ \ m$$

C.

$$v_B = a \cdot t = 1{,}2 \cdot 10 \ \ = 12 \ \ m/s$$

10. Un arciere vuole colpire con una freccia una mela su un albero ad altezza h=12m rispetto all'arciere. La distanza in linea d'aria tra arciere e bersaglio sia s=35m. L'angolo di mira dell'arciere sia rispetto all'orizzontale. Si determini:

A1 - con quale velocità (in modulo) deve essere scoccata la freccia affinché colpisca il bersaglio;
A2 - in quanto tempo la freccia raggiunge il bersaglio;
A3 - l'altezza massima raggiunta dalla freccia.
B - Se la velocità massima con cui l'arciere è in grado di scoccare la freccia è 45m/s, si determini il valore minimo dell'angolo di mira (rispetto all'orizzontale) che consente all'arciere di colpire il bersaglio.
C - All'istante t=0la mela si stacca dal ramo e cade, mentre l'arciere sta mirando in direzione della mela a un angolo di 17° rispetto all'orizzontale. Dato un tempo di reazione dell'arciere pari a 0.2s si determini con quale velocità l'arciere deve scagliare la freccia per colpire in volo la mela.
Soluzione:

• Calcoliamo innanzitutto la distanza lungo l'asse x dell'arciere dalla mela. Siccome distano in linea d'aria s=35m e verticalmente h=12m, otteniamo:

$$d=\sqrt{s^2-h^2}\approx 32,8\ m$$

L' equazione del moto per la freccia considerata come punto materiale è quella di un moto uniforme lungo l'asse x ed uniformemente accelerato lungo l'asse y :

$$\begin{cases} x(t)=v_0 t\cos\alpha \\ y(t)=v_0 t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

dove l'angolo di mira rispetto all'orizzontale è di 30° e v_0 è il modulo incognito della velocità iniziale della freccia. Possiamo ricavare dalla prima equazione e sostituirlo nella seconda ottenendo:

$$v_0=\frac{x(t)}{t\cos\alpha}\ \Rightarrow\ y(t)=x(t)\tan\alpha-\frac{1}{2}gt^2$$

Nell'istante t_f in cui la freccia colpisce la mela si ha $x(t_f)$=d e $y(t_f)$=h per cui l'equazione precedente ci permette di ricavare t_t e conseguentemente v_0:

$$h=d\cdot\tan\alpha-\frac{1}{2}g\cdot t_f^2\ \Rightarrow\ \begin{cases} t_f=\sqrt{\frac{2}{g}(d\tan\alpha-h)}\approx 1,91\ s \\ v_0=\frac{d}{t_f\cos\alpha}\approx 31,82\ m/s \end{cases}$$

L'istante di massima ascesa per la freccia si ricava annullando la velocità verticale :

$$v_y(t_m)=v_0\sin\alpha-g\cdot t_m=0\ \Rightarrow\ t_m=\frac{v_0}{g}\sin\alpha\approx 1,63\ s$$

Siccome però questo istante t_m è successivo all'istante t_f nel quale la freccia colpisce la mela, la freccia non vi arriva mai, e la massima ascesa è effettivamente h=12m.
Per risolvere il punto b) bisogna ricavare la traiettoria dalle equazioni del moto (eliminando il tempo) e considerare l'equazione risultante come funzione dell'angolo. Ricordando che

$$\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha$$

e che ora è:

$$v_{max}=45\ m/s$$

si ha:

$$t_f = \frac{d}{v_{\max}\cos\alpha} \Rightarrow h = d\tan\alpha - \frac{g\cdot d^2}{2v_{\max}^2}\cdot\left(1+\tan^2\alpha\right)$$

Questa è una equazione di secondo grado le cui soluzioni sono:

$$\tan\alpha = \frac{1}{gd}\cdot\left(v_{\max}^2 \pm \sqrt{v_{\max}^4 - 2v_{\max}^2 gh - g^2d^2}\right) \approx \begin{cases} 2,9 \\ 0,462 \rightarrow \alpha \approx 24°77' \end{cases}$$

Ovviamente la soluzione da scegliere è quella per cui la tangente è minore. Si noti che per valori sufficientemente piccoli di non esistono soluzioni (la freccia non è in grado di arrivare all'altezza della mela). Infine per risolvere il punto c) scriviamo le equazioni del moto per la freccia ($x_F(t)$,$y_F(t)$) , analoghe a prima ma traslate temporalmente di 0.2s, ed anche per la mela ($x_M(t)$,$y_M(t)$) che ora ha un moto di caduta libera:

$$\begin{cases} x_F(t) = v_0(t-\Delta t)\cos\alpha \\ y_F(t) = v_0(t-\Delta t)\sin\alpha - \frac{1}{2}g\cdot(t-\Delta t)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M(t) = d \\ y_M(t) = h - \frac{1}{2}g\cdot t^2 \end{cases}$$

Per risolvere poniamo $x_F(t_f)=x_M(t_f)$ il che ci permette di ricavare l'istante di impatto:

$$d = v_0(t_f - \Delta t)\cos\alpha \rightarrow t_f = \Delta t + \frac{d}{v_0\cos\alpha}$$

Sostituendo t_f nell'ulteriore vincolo $y_F(t_f) = y_M(t_f)$possiamo ricavare :

$$h - \frac{1}{2}g\cdot\left(\Delta t + \frac{d}{v_0\cos\alpha}\right)^2 = v_0\sin\alpha\cdot\frac{d}{v_0\cos\alpha} = \frac{1}{2}g\cdot\left(\frac{d}{v_0\cos\alpha}\right)^2$$

nell'equazione precedente i termini quadratici in d si semplificano.
Inoltre possiamo riconoscere la velocità

$$v' = -g\Delta t$$

che la mela assume e la posizione

$$h' = h - \frac{1}{2}g\Delta t^2$$

in cui la mela si trova dopo il tempo Δt

$$h' + \frac{v'd}{v_0\cos\alpha} = d\tan\alpha$$

da cui, ricordando che l'angolo vale 17°

$$v_0 = \frac{v'd}{d\tan\alpha - h'}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} \approx 8,5\ m/s$$

infine verifichiamo che l'altezza alla quale avviene il contatto è maggiore di zero (ovvero che effettivamente la mela viene colpita prima di toccare terra):

$$y_M(t_f) = h - \frac{1}{2} g \cdot \left(\Delta t + \frac{d}{v_0 \cos\alpha} \right)^2 \approx 6{,}14 \ m$$

11. Una palla viene lanciata dal suolo verso l'alto con un angolo θ = 45° rispetto all'orizzontale e velocità in modulo pari a $v_0 = 20$ m/s. Determinare: a. il tempo impiegato per raggiungere la quota massima; b. la quota massima raggiunta.

Soluzione:

a) La palla raggiunge la massima quota quando la componente verticale della velocità è nulla, cioè quando

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

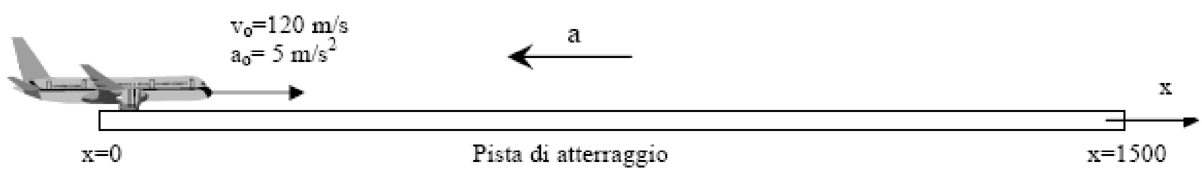
da cui si ricava:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = 1{,}4s$$

b) la quota massima si ottiene dalla legge del moto lungo y per $t = \frac{v_{0y}}{g}$:

$$y = y_o + v_{0y} t + \frac{1}{2} g t^2 = 0 + v_{0y} \cdot \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{v_{0y}}{g} \right)^2 = \frac{v_{0y}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g} = 10{,}2m$$

12. Un aereo atterra ad una velocità orizzontale di 400 km/h e, per fermarsi, è costretto a decelerare bruscamente con accelerazione uniforme di valore assoluto $a_0 = 5 m/s^2$. (a) Dall'istante in cui esso tocca il suolo, qual è l'intervallo di tempo necessario per fermarsi? (b) Può questo aereo atterrare su una piccola isola tropicale, il cui aeroporto ha una sola pista lunga 1.5Km?



Soluzione:

Il moto è rettilineo uniformemente ritardato con accelerazione costante negativa $a(t)=-a_0$ di valore assoluto $a_0=5m/s^2$. Il velivolo tocca il suolo all'istante iniziale $t=0$, in un punto che facciamo coincidere con l'origine del sistema di riferimento $x(t=0)=x_0=0$ con una velocità iniziale positiva $v_0=400Km/h$.Il tempo di arresto t_{fin} si trova annullando l'equazione della velocità

$$v(t_{fin}) = v_0 - a_0 t_{fin} = 0$$

da cui si ricava

$$t_{fin} = \frac{v_0}{a_0} = \frac{111}{5} = 2\ \ ,2s$$

Dall'equazione dello spazio si ricava lo spazio di frenata come

$$x(t_{fin}) = v_0 \cdot t_{fin} - \frac{1}{2}a_0 \cdot t_{fin}^2 = \frac{v_0^2}{a_0} - \frac{v_0^2}{2a_0} = 1235m$$

Essendo la pista leggermente più lunga (1500m) dello spazio di frenata, tale aereo potrebbe riuscire ad atterrare.

13. Un proiettile sparato verticalmente verso l'alto, a partire da una torre alta h = 30 m, aggiunge un'altezza massima hmax=330 m rispetto al suolo. a) Calcolare quanto vale la velocità a cui il proiettile viene sparato; b) Se il proiettile fosse sparato dalla stessa quota con la stessa velocità in modulo, ma con una angolazione di α=60° rispetto all'orizzontale, quanto varrebbe l'altezza massima raggiunta? c) Calcolare inoltre il tempo impiegato prima che il proiettile cada al suolo, e lo spazio percorso nella direzione x.

Soluzione:

Le equazioni generali del moto del proiettile:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ v_x = v_{0x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}g\ ^2 \\ v_y = v_{0y} - g \end{cases}$$

a) se il proiettile è sparato verticalmente verso l'alto, il moto si sviluppa solo lungo y calcolo la velocità iniziali utilizzando le equazioni in y con $y_0=30m$, $y=330m$, $v_y=0$

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ 0 = v_{0y} - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ t = \frac{v_{0y}}{g} \end{cases}$$

$$y - y_0 = \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{v_{0y}^2}{g^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0y}^2}{g} \Rightarrow v_{0y} = \sqrt{2g(y - y_0)} = 76,7m/s$$

b) supponiamo ora che il proiettile sia sparato con la stessa velocità in modulo (ossia v=76,6m/s) ma angolazione di 60° rispetto all'orizzontale. Calcolo l'altezza massima raggiunta utilizzando le equazioni generali del moto parabolico in y,

$$v_{0y} = v\sin\theta \quad \text{e} \quad v_y = 0$$

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_{0y} = gt \end{cases}$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0y}^2}{g} = 255m$$

c) per calcolare il tempo impiegato dal proiettile prima che cada al suolo utilizzo l'equazione in y con $v_{0y} = v \cdot \sin\theta = 66,4\ m/s$ ed imponendo y=0

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 + 2gy_0}}{g} = \begin{cases} 14\ s \\ -0,34\ s \end{cases}$$

Il tempo impiegato è quindi 14s

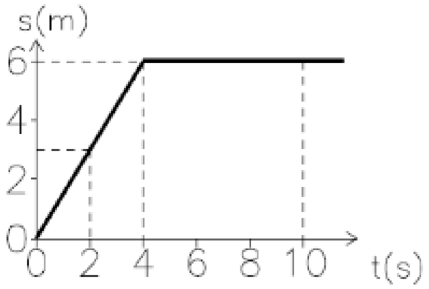
Lo spazio percorso in x si ottiene sostituendo il tempo impiegato appena calcolato, nella equazione del moto lungo x, con $x_0 = 0$ e $v_{0x} = v \cdot \cos\theta$

$$x = x_0 + v_{0x}t = v_{0x}t = 537m$$

Problemi proposti

1. Quanti metri percorre in 20 secondi un'automobile che viaggia a 40 km/h?

2. Un automobilista che viaggia in autostrada alla velocità costante di 120 km/h decide di fermarsi ad una stazione di servizio che dista 8 km. Quanto tempo impiega a raggiungerla?



3. Un oggetto si muove lungo una linea retta (asse x) e la sua distanza (x) da un punto dato O varia con il tempo come indicato in figura. Quanto vale la velocità del corpo agli istanti t_1 = 2 s e t_2 =10 s?

4. Si costruisca un grafico approssimato (su carta quadrettata) che rappresenta l'andamento nel tempo dello spazio percorso da un oggetto che si muove lungo una retta (asse x) partendo dalla posizione x = 0 e si muove per 10 s alla velocità costante di 0,2 m/s e poi sta fermo per altri 10 s

5. Per studiare il moto di un oggetto si registra la sua posizione ad intervalli di 1 secondo:

a) Costruire un grafico della posizione in funzione del tempo (x(t)). b) Calcolare la velocità media dell'oggetto in ciascun intervallo di tempo in base ai dati riportati nella tabella precedente e riportate i valori ottenuti prima in una tabella e poi in un grafico. c) Scrivete l'espressione analitica che descrive la funzione x(t) d) In quale posizione si trovava l'oggetto all'istante t = 0? e) In quale istante l'oggetto passa per la posizione x = 0?

6. Un cavallo da corsa percorre al galoppo 1.350 m in 1min 15s. Calcolate la sua velocità media e quanto tempo impiega a percorrere 1 Km con la stessa velocità.

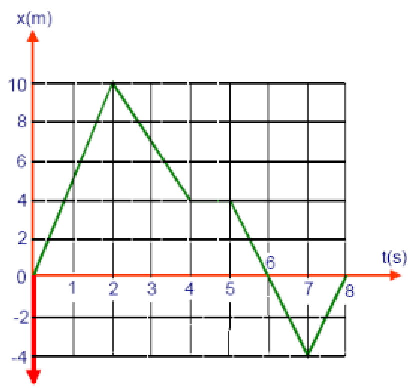
7. Giorgio va a trovare l'amico Carlo; è una bella giornata e decide di andare a piedi, camminando a una velocità media di 5 Km/h. Al ritorno Giorgio rientra in tram, impiegando solo

4 minuti. Sapendo che il tram viaggia con una velocità media di 30 Km/h, si chiede: quanto dista la casa di Carlo da quella di Giorgio? Quanto tempo ha impiegato Giorgio per andare da Carlo?

8. Giulio per andare a scuola prende l'autobus sotto casa, 6 minuti dopo scende, avendo percorso circa 4 Km e cammina per altri 6 minuti alla velocità di 5 Km/h. Quanto é lungo il tragitto che Giulio deve percorrere a piedi? Quanto é lungo il percorso dalla scuola alla casa di Giulio? Qual è la velocità media dell'autobus? Con quale velocità media Giulio percorre il tragitto casa scuola?

9. Un treno ha una velocità costante di 100 m / s e si muove verso est per 3s. In seguito si muove in direzione nord-ovest per 3s e infine verso ovest per 4s. Qual è la velocità media del treno durante il viaggio?

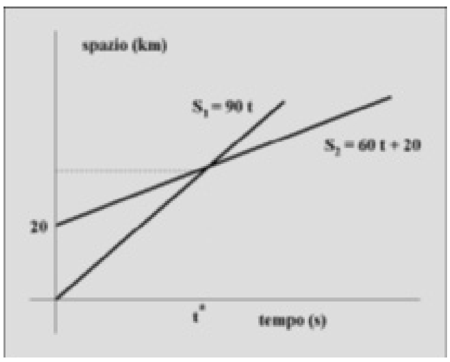
10. Dato il grafico di figura, determinare:



a) La velocità media tra t = 0 e T = 4s. b) La velocità media tra t = 2s et = 4s. c) La velocità media tra t = 0 e t = 8s. d) La velocità istantanea al 6s; e) Descrivere brevemente il movimento tra 4s e 8s (la direzione e il tipo di movimento).

10. Due treni partono da due stazioni distanti 20 km dirigendosi uno verso l'altro rispettivamente alla velocità costante di v1 = 50,00 km/h e v2 = 100,00 km /h. Dopo quanto tempo si incontrano ?

11. Con gli stessi dati dell'esercizio precedente sia A la stazione da cui parte il treno più veloce e B quella da cui parte il treno più lento. Supponiamo ora che i due treni viaggino nella stessa direzione e nello stesso verso diretti verso una terza stazione C situata 30 km oltre B, ma dalla parte opposta ad A. Calcolare: a) quanto tempo impiegano i due treni ad arrivare in C b) in che istante e in che punto del viaggio il treno più veloce raggiunge quello più lento.



12. Due auto si muovono di moto rettilineo uniforme con velocità date da v1 = 90 km/h e v2= 60 km/h. La seconda auto

parte con un vantaggio di 20 km. Dopo quanto tempo l'auto più veloce raggiunge quella più lenta?

13. Antonio parte da Milano e viaggia a velocità costante di 120Km/h; Fabio parte da Roma e viaggia alla velocità di 130Km/h. Sapendo che le due città distano 450Km, dopo quanto tempo i due automobilisti si incroceranno in autostrada? Quanti Km ha percorso ciascuno quando si incrociano?

14. LA FISICA A PIEDI

Una persona cammina a velocità costante di 10.0 m/s lungo una strada rettilinea dal punto A al punto B, poi torna indietro lungo la stessa strada dal punto B al punto A sempre a velocità costante di 4 m/s. Quali sono (a) il valor medio del modulo della velocità sull'intero percorso e (b) la sua velocità media sempre sull'intero percorso?

15. Piero, quando cammina, fa sempre un passo lungo 70cm ogni 2s; quindi la legge del suo motoè una relazione di proporzionalità diretta. Scrivi tale legge e rappresentala graficamente. La costante di proporzionalità è una grandezza; quale grandezza? (Esprimi gli spazi in metri e i tempi in secondi).

16. Un veicolo viaggia per 50km verso sud, per 120km verso est, per 130km verso il punto di partenza, impiegando complessivamente 4 ore e mantenendosi sempre su uno stesso piano. Calcola lo spostamento e la velocità media (in m/s) relativa allo spazio percorso.

17. Un veicolo si mette in movimento alle ore 12,40 e si ferma alle 12,47, dopo avere percorso 9km. Riparte alle 12,50 e giunge in una località distante 5km alle 12,55. Calcola la velocità media nel primo tratto, nel secondo e in tutto il percorso.

18. Calcola lo spazio percorso da una automobile che viaggia per 3 ore a 25m/s e per 12 minuti a 72km/h. Quale è la velocità media complessiva?

19. Un rilevatore di velocità per autoveicoli (uno di quegli or-

digni usati per multare chi supera i limiti di velocità imposti dalla legge) ha due sensori distanti 3m l'uno dall'altro. Quando l'arrivo di un veicolo eccita il primo sensore, scatta un cronometro, che si arresta quando il veicolo giunge al secondo sensore. Una automobile in transito fa registrare 0,1s. Calcola la sua velocità. Se nel tratto di strada considerato la velocità massima consentita è 90km/h, qual è il minimo tempo che un veicolo può far registrare senza superare tale limite? Dato che la strada è a scorrimento veloce, esiste anche un limite minimo, che è 30km/h. Qual è il tempo massimo che un veicolo può far registrare senza andare al disotto di tale limite?

20. Calcola lo spazio percorso in 12s da un veicolo che viaggia alla velocità costante di 150km/h. A un certo istante il guidatore inizia a frenare e il veicolo si ferma dopo 50s. Calcola il valore dell'accelerazione media.

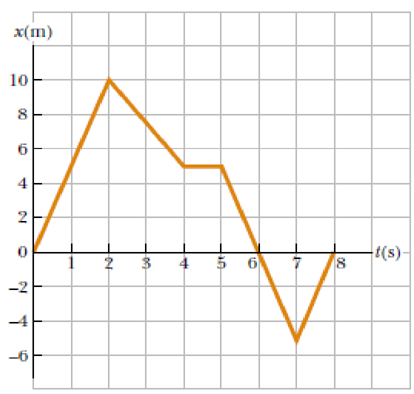
21. La posizione di un'auto, durante una competizione, è stata registrata a vari tempi ed I dati sono riportati nella tabella.

x (m)	0	2.3	9.2	20.7	36.8	57.5
t (s)	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0

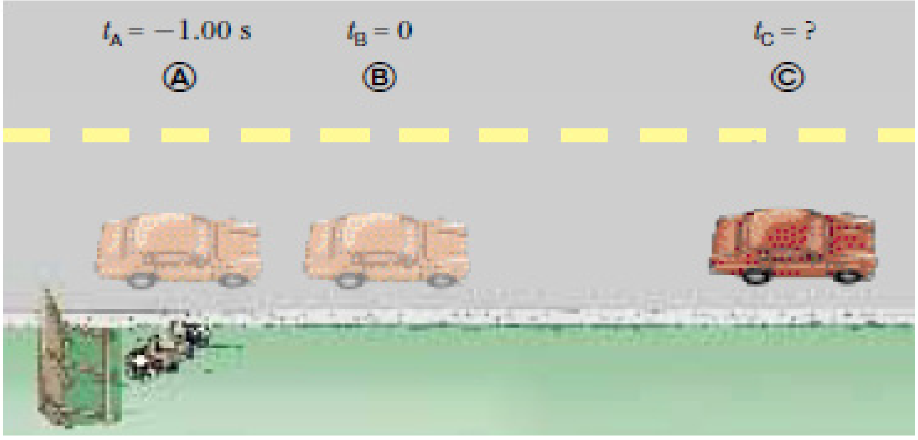
Determinare la velocità media dell'auto (a) dopo il primo secondo, (b) dopo 3 secondi; (c) dopo l'intervallo completo di osservazione.

22. Un automobilista guida per 35.0 min ad una velocità di 85.0 km/h in direzione nord e si ferma dopo 15 minuti. Poi riprende il viaggio per 2 ore a 130Km/h (a) qual è la distanza totale percorsa? Qual è la velocità media?

23. In figura è mostrato lo spostamento nel tempo di una persona che si muove lungo un'unica direzione. Trovare la velocità media negli intervalli di tempo (a) da 0s a 2 s, (b) da 0s a 4s, (c) da 2s a 4s, (d) da 4s a 7s, (e) da 0s a 8s.



24. Un'auto viaggia alla velocità costante di 454m/s, quando passa davanti a un'auto della polizia, nascosta dietro un cartello. Un secondo dopo che l'auto è passata di fronte al cartello, l'auto della polizia inizia un inseguimento con l'accelerazione di 3m/s2. Dopo quanto tempo la polizia raggiunge l'auto?



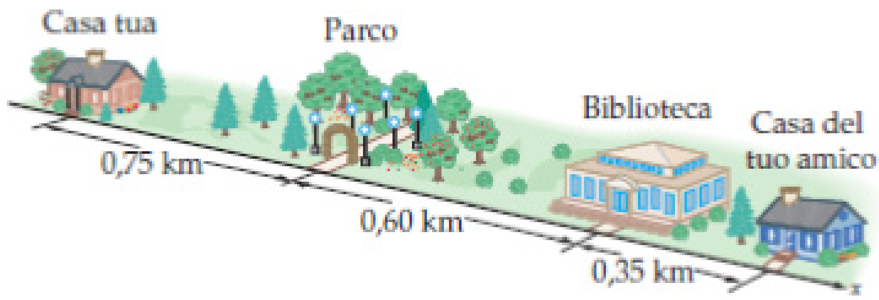
25. Durante una gara di slalom gigante uno sciatore completa il percorso di 1,5Km in 50 secondi. Qual è la sua velocità media (in Km/h)?

26. Un automobilista in 1 ora percorre in autostrada una distanza di 90Km. Tornando indietro, per evitare le eventuali "code" preferisce percorrere la strada lunga 110Km che impiega 1,5h.
Qual è la velocità media in autostrada?
Qual è la velocità media sul percorso di andata e ritorno?

27. Un ragazzo cammina con velocità costante lungo una strada dritta percorrendo 300m in un minuto. Qual è la sua velocità?

28. Un tram percorre 0,6Km in 2 minuti con moto rettilineo uniforme. Qual è la sua velocità?

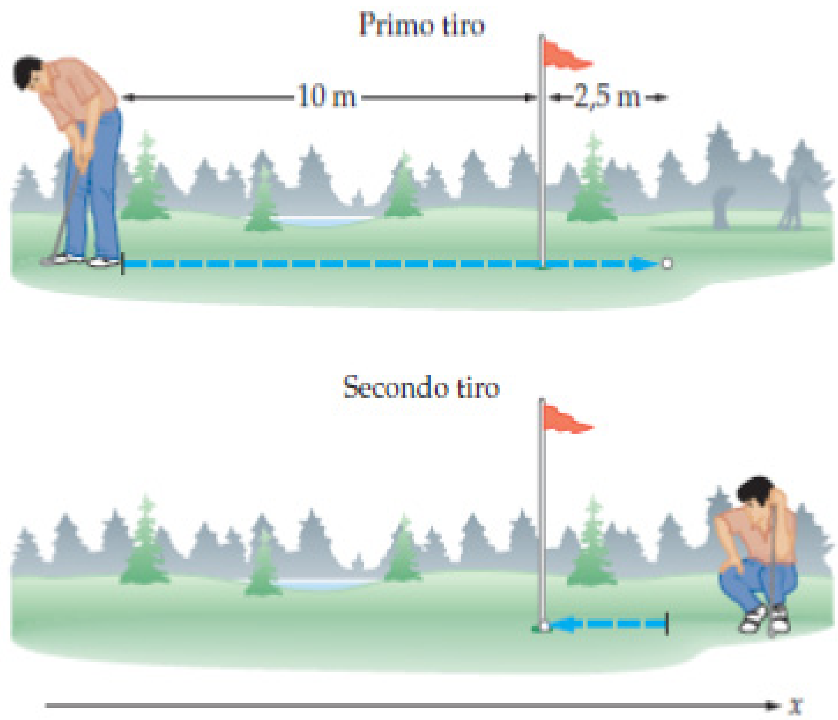
29. Osserva la figura. Se, partendo da casa tua, vai prima in biblioteca e poi al parco, che distanza hai percorso? Qual è stato il tuo spostamento?



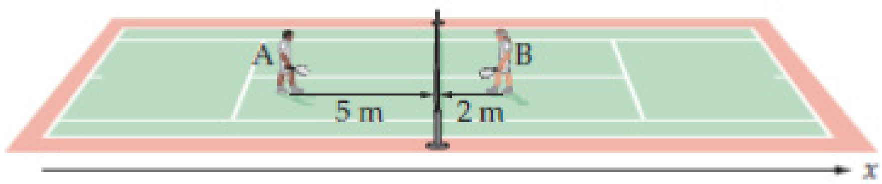
30. Osserva la figura del problema precedente. Se dal parco vai a casa del tuo amico e poi torni a casa tua, che distanza hai percorso? Qual è stato il tuo spostamento?

31. Un giocatore di golf mette in buca la pallina in due tiri, come mostrato nella figura. Qual è la distanza percorsa dalla

pallina? E il suo spostamento?



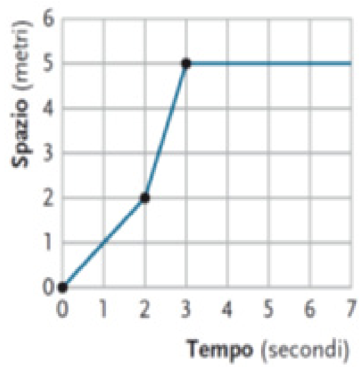
32. I due giocatori di tennis mostrati in figura vanno verso la rete per stringersi la mano. Calcola la distanza percorsa da ciascun giocatore e il loro spostamento.



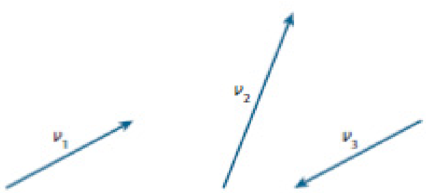
33.Un nuotatore olimpico percorre 50,0 m in 23,1 s. Quanto vale la velocità media? [2,16 m/s]

34.La velocità media di un aeroplano in volo tra due città è di 600 km/h. Se il viaggio dura 2,5 ore, quanto è lo spazio percorso? [1500 km]

35. Osserva il seguente grafi co, che mostra il moto di una bicicletta. Qual è la velocità nei primi due secondi? E qual è lo spazio percorso nel secondo successivo? Qual è il significato dell'ultimo tratto orizzontale?



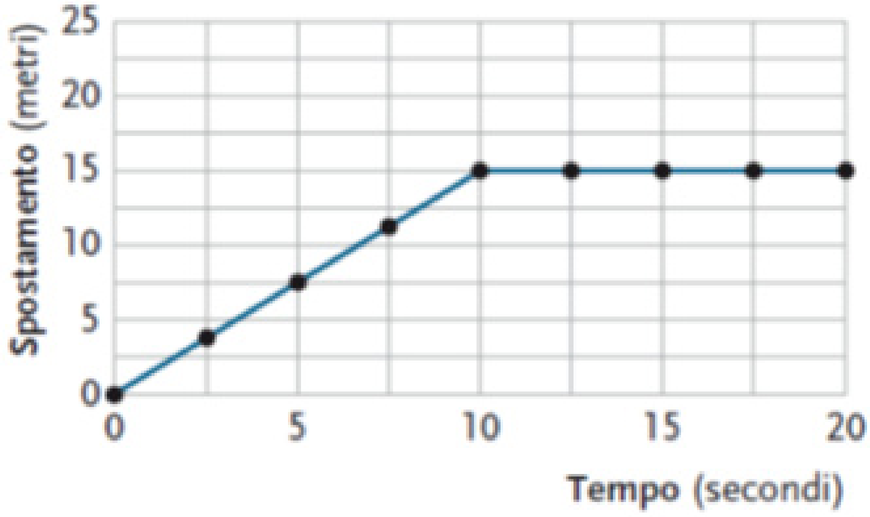
36. Un'antilope corre per sfuggire a un leone, cambiando continuamente velocità. In tre istanti differenti la velocità è rappresentata dai tre vettori v_1, v_2, v_3 raffigurati. In quale istante aveva intensità maggiore? Che cosa cambia negli istanti 1 e 3?



37. Due treni su binari paralleli si muovono nella stessa direzione. Un treno parte 10 km prima dell'altro e viene raggiunto in 2 ore. Qual è la velocità relativa di un treno rispetto all'altro? [5 km/h]

38. Una navicella spaziale in buone condizioni accelera da ferma per due minuti a 5 m/s^2. Quale sarà la velocità finale? [600 m/s]

39. Il grafico seguente mostra il moto di una persona che cammina in una strada. Descrivi il moto al variare del tempo. Qual è la velocità nei primi 10 secondi? [1,5 m/s]



40. Un corridore percorre 3,0 km in 24 minuti, poi altri 2,5 km in 27 minuti e infine 1,2 km in 15 minuti. Qual è la velocità media del corridore? [6,1 km/h]

41. Un ciclista viaggia per 1,5 ore alla velocità di 8,9 m/s. Quanto spazio percorre in questo tempo? [48 km]

42. Se lanci un urlo di fronte a una parete rocciosa, la tua voce viaggia alla velocità del suono (~340 m/s), raggiunge la parete, viene riflessa e torna al tuo orecchio: è il fenomeno dell'eco. Quanto è distante la parete se senti l'eco 5,2 s dopo avere urlato? [884 m]

42. Un'automobile parte da ferma e raggiunge una velocità di 15 m/s in 20 s. Quanto vale la sua accelerazione? [0,75 m/s^2]

43. Una palla è lanciata verso l'alto, raggiungendo la massima altezza dopo 2,0 s. Qual è la velocità al momento del lancio?[19,6 m/s]

44. Il moto di caduta libera di un corpo è un moto rettilineo uniformemente accelerato. Sapendo che un sasso, cadendo da una parete, raggiunge il suolo dopo 8 s, sai dire a quale altezza si trovava? [313,6 m]

45. Confronta il caso di una pallina di gomma in caduta libera nell'aria e quello di una pallina di gomma che rimbalza ripetutamente su un pavimento, salendo e scendendo. In quale caso l'accelerazione istantanea è sempre la stessa? [primo caso, uguale a 9,8 m/s^2]

46. Un satellite geostazionario è un satellite artificiale che ha lo stesso periodo di rotazione della Terra, cioè uguale a 1 giorno. Se il raggio della sua traiettoria circolare è uguale a 42 168 km, con quale velocità si muove? [11 040 km/h]

47. Un bambino cavalca un pony lungo una pista circolare di raggio 4,5 m.

a) Calcola la distanza percorsa e lo spostamento quando il bambino ha fatto mezzo giro.
b) La distanza percorsa aumenta, diminuisce o rimane la stessa quando il bambino compie l'altro mezzo giro? E lo spostamento? Motiva la risposta.
c) Calcola la distanza percorsa e lo spostamento dopo un giro completo.

48. Usain Bolt, giamaicano, ha stabilito nel 2008 a Pechino il record olimpico sui 200 m piani con un tempo di 19,30 s. Quale è stata la sua velocità scalare media? Scrivi il risultato in m/s e in km/h.

49. Nel 2008, Britta Steffen, nuotatrice tedesca, ha stabilito il record olimpico nei 100 m stile libero con un tempo di 53,12 s. Qual è stata la sua velocità scalare media in m/s e in km/h?

50. I canguri possono muoversi, saltando, fino a una velocità di 65 km/h.
a) Quanto spazio può percorrere un canguro saltando per 3,2 minuti a questa velocità?
b) Quanto tempo impiega un canguro che si muove a questa velocità per percorrere 0,25 km?

51. Durante una violenta tempesta vicino alle Isole Aleutine, il 10 gennaio 1992, un cargo perse in mare 29 000 papere di gomma e altri giochi da bagno. Dopo 10 mesi, centinaia di papere di gomma furono avvistate lungo la costa nei pressi di Sitka, in Alaska, a circa 1600 miglia dal luogo dove erano cadute. Qual è stata, approssimativamente, la velocità scalare media, in m/s e in km/h, della corrente oceanica che ha trasportato le papere?

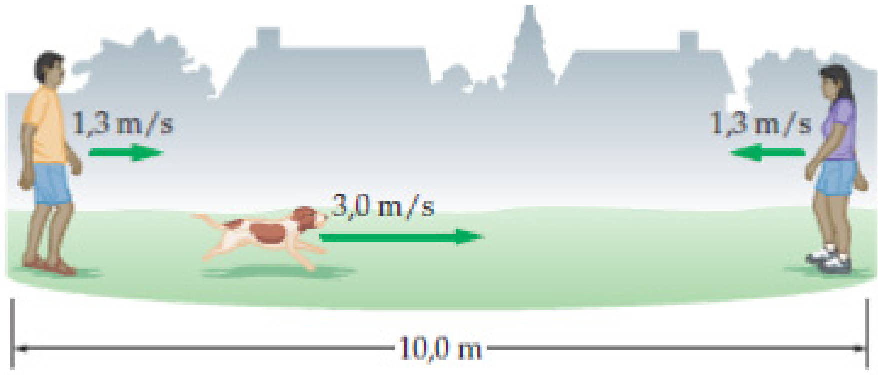
52. Le onde radio viaggiano alla velocità della luce, approssimativamente 300 000 km/s. Quanto tempo impiega un messaggio radio inviato dalla Terra per raggiungere la Luna e tornare sulla Terra? (Cerca i dati necessari).

53. Durante un temporale notturno vedi improvvisamente il lampo di luce di un fulmine; 3 secondi e mezzo più tardi senti il tuono. Poiché la velocità del suono nell'aria è 340 m/s, a quale distanza è caduto il fulmine?

54. Il sistema nervoso umano può propagare impulsi nervosi con una velocità di circa 102 m/s. Stima il tempo necessario a un impulso nervoso, generato quando le tue dita toccano un oggetto caldo, a raggiungere il tuo cervello.

55. Stima la velocità con cui crescono i tuoi capelli in km/h.

56. Un cane corre avanti e indietro tra i suoi due padroni, che stanno camminando uno verso all'altro, come mostrato in figura. Il cane inizia a correre quando i suoi padroni si trovano a 10,0 m l'uno dall'altro. Se il cane corre con una velocità scalare di 3,0 m/s e i suoi padroni camminano con una velocità scalare di 1,3 m/s, che distanza ha percorso il cane quando i suoi padroni si incontrano?



57. Guidi il tuo motorino lungo una strada diritta a 20 m/s per 10,0 minuti, quindi a 30,0 m/s per altri 10,0 minuti.
a) La tua velocità media è uguale, è maggiore o è minore di 25,0 m/s? Motiva la risposta.
b) Verifica la risposta data al punto a) calcolando la velocità media.

58. Guidi un'automobile in linea retta a 15 m/s per 10 kilometri, poi a 25 m/s per altri 10 kilometri.
a) La velocità media dell'intero viaggio è maggiore, minore, o uguale a 20 m/s?
b) Quale fra le seguenti è la spiegazione migliore per la risposta?
1)Viaggi per più tempo a 15 m/s che a 25 m/s.
2) La media tra 15 m/s e 25 m/s è 20 m/s.
3)Viaggi per meno tempo a 15 m/s che a 25 m/s.

59. Un fringuello si posa sulla schiena di una tartaruga delle Galapagos, che cammina al maestoso passo di 0,060 m/s. Dopo 1,2 minuti il fringuello, stanco del passo lento della tartaruga, prende il volo nella stessa direzione e nello stesso verso per altri 1,2 minuti, con una velocità di 12 m/s. Qual è la velocità media del fringuello in questo intervallo di tempo di 2,4 minuti?

60. In una strada trafficata durante l'ora di punta guidi un'automobile in linea retta a 12 m/s per 1,5 minuti, poi rimani fermo per 3,5 minuti e infine procedi a 15 m/s per altri 2,5 minuti.
a) Disegna un grafico della posizione in funzione del tempo per questo moto. Il grafico deve comprendere l'intervallo di tempo fra t = 0 e t = 7,5 minuti.
b) Usa il grafico disegnato per calcolare la velocità media fra t = 0 e t = 7,5 minuti.

61. La posizione di una particella in funzione del tempo è data da: $x = (6\ m/s)t - (2\ m/s^2)t^2$
a) Costruisci il diagramma x-t relativo all'intervallo fra t = 0 e t =2 s.
b) Determina la velocità media della particella fra t = 0 e t = 1 s.
c) Determina la velocità scalare media fra t = 0 e t = 1 s.

62. Devi prendere un treno per andare in vacanza e parti con l'auto in direzione della stazione 30,0 minuti prima dell'orario di partenza del treno, che dovrebbe essere un tempo sufficiente per non arrivare in ritardo, dato che la stazione dista solo 16 km. Lungo la strada, però, ci sono dei lavori in corso e la tua velocità media nei primi 15 minuti

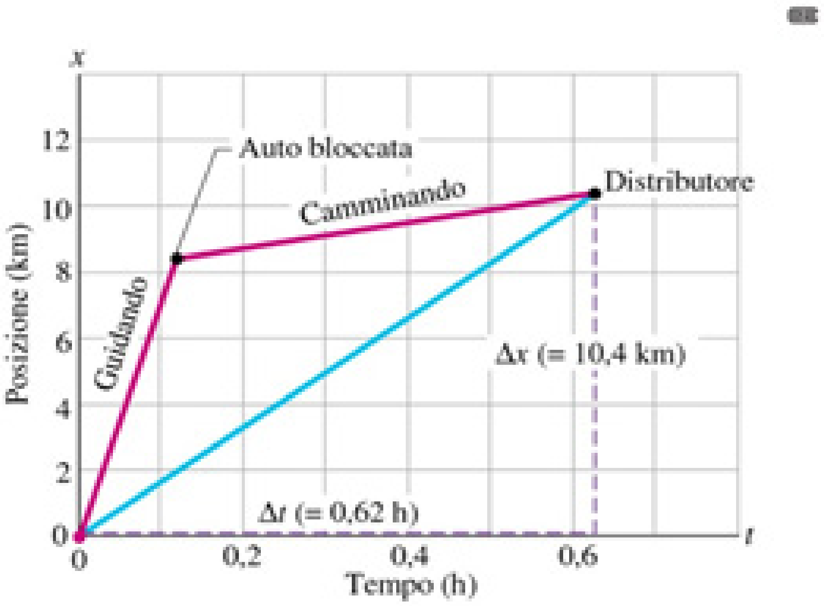
è soltanto di 8 km/h. Quale velocità media devi tenere per il resto del percorso per arrivare in orario alla stazione?

63. La posizione di una particella in funzione del tempo è data da: x = (2,0 m/s)t - (3,0 m/s3)t3
a) Costruisci il diagramma x-t relativo all'intervallo fra t = 0 e t = 1,0 s.
b) Determina la velocità media della particella nell'intervallo fra t = 0,35 s e t = 0,45 s.
c) Determina la velocità media della particella nell'intervallo fra t = 0,39 s e t = 0,41 s.
d) Ti aspetti che la velocità istantanea a t = 0,40 s sia più prossima a 0,54 m/s, a 0,56 m/s o a 0,58 m/s?

64. La posizione di una particella in funzione del tempo è data da: x = (-2,00 m/s)t + (3,00 m/s3)t3
a) Costruisci il diagramma x-t relativo all'intervallo fra t = 0 e t = 1,00 s.
b) Determina la velocità media della particella nell'intervallo fra t = 0,150 s e t = 0,250 s.
c) Determina la velocità media della particella nell'intervallo fra t = 0,190 s e t = 0,210 s.
d) Ti aspetti che la velocità istantanea a t = 0,200 s sia più prossima a =1,62 m/s o a =1,64 m/s?

65. Su un rettilineo di un'autostrada, un'automobile viaggia a 108Km/h e, 60m davanti a essa, viaggia un camion a 72Km/h. Dopo quanti secondi l'automobile sorpassa il camion?

Problema svolto (da Halliday) Alla guida di un'auto, dopo aver percorso una strada rettilinea per 5,2Km a 43Km/h, siete rimasti senza benzina. Avete quindi proseguito a piedi, sempre nella stessa direzione, per 1.2Km fino al prossimo distributore, dove siete arrivati dopo 27 minuti. Qual è la vostra velocità media dalla partenza in auto all'arrivo a piedi alla stazione di servizio? Trovare la risposta sia col calcolo sia graficamente.



Soluzione

Per calcolare la velocità media occorre determinare lo spostamento Δx

dalla partenza e il tempo trascorso Δt. Poniamo che il punto di partenza coincida con l'origine delle coordinate e che vi siate spostati nella direzione positiva. Il punto finale si trova a x_2=5.2Km+1.2Km=6.4Km e pertanto $\Delta x = x_2 - x_1$=6.4Km.
Per ottenere il tempo di marcia in auto si ha:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\overline{v}} = \frac{5.2Km}{43Km/h} = 0.121h$$

Il tempo totale, dalla partenza all'arrivo, risulta così:

$$\Delta t = 0.121h + 0.450h = 0.571h$$

Infine, sostituendo i valori di Δx e Δt si ha

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6.4Km}{0.571h} = 11Km/h$$

66. Due archi lanciano frecce identiche, ma, perché le due frecce siano lanciate con la stessa velocità iniziale, la corda dell'arco A deve essere tirata più indietro rispetto alla corda dell'arco B.
a) L'accelerazione della freccia lanciata dall'arco A è maggiore, minore o uguale all'accelerazione della freccia lanciata dall'arco B?
b) Quale fra le seguenti è la spiegazione migliore per la risposta?
1) La freccia lanciata dall'arco B accelera per un tempo maggiore.
2) Entrambe le frecce partono da ferme.
3) La freccia lanciata dall'arco A accelera per un tempo maggiore.

67. Un aereo 747 di linea raggiunge la sua velocità di decollo di 280 km/h in 30,0 s. Qual è la sua accelerazione media?

68. Al colpo di partenza, un atleta accelera a 1,9 m/s^2 per 5,2 s. L'accelerazione dell'atleta è nulla per il resto della corsa. Calcola la velocità dell'atleta a t = 2,0 s e alla fine della corsa.

Problema svolto. Un'antilope sta abbeverandosi quando si accorge della presenza di una leonessa: istantaneamente fugge, seguendo un percorso rettilineo per i primi 5 s, con un'accelerazione costante uguale a 3 m/s^2. Quale velocità raggiunge e quanto spazio percorre in questo intervallo di tempo?

Soluzione:
Consideriamo le relazioni che legano le grandezze caratteristiche del moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$v = at$$

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Sostituendo i dati forniti dal problema si ottiene:

v=15m/s e s= 37,5m

69. Un'auto da corsa, partendo da ferma, raggiunge in 10 s su una pista

rettilinea la velocità di 198 km/h. Qual è la sua accelerazione costante? [5,5 m/s2]

70. Un ciclista parte da fermo e, accelerando costantemente con un'accelerazione di 2,5 m/s^2, percorre su una strada rettilinea una distanza di 605 m. Quanto tempo impiega? [22 s]

71. Un jet, dopo aver viaggiato verso est, atterra in aeroporto con una velocità di 115 m/s. Se il jet si ferma in 13,0 s, quali sono il modulo e la direzione della sua accelerazione media?

72. Un'automobile sta viaggiando verso nord a 18,1 m/s. Determina la velocità della vettura dopo 7,50 s nei casi in cui la sua accelerazione è:
a) 1,30 m/s2 verso nord:
b) 1,15 m/s^2 verso sud.

73. Un'automobile che si muove a 10 m/s inizia a decelerare costantemente. Si arresta in 20 s. Qual è la sua accelerazione? [-0,5 m/s^2]

74. Un corridore percorre l'ultima parte di una gara in 4 s. Durante questo tempo, la sua velocità aumenta da 5 m/s a 9 m/s. Qual è l'accelerazione media del corridore in questo tratto di percorso? [1 m/s^2]

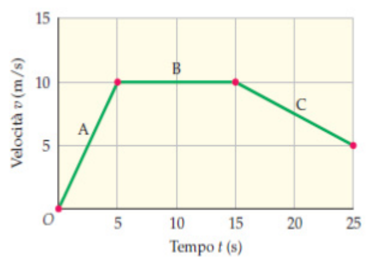
75. Quanto tempo occorre a un aeroplano per passare da 200 m/s a 300 m/s con un'accelerazione costante di 50 m/s? [2 s]

76. Un aeroplano viaggia per 4,0 s con un'accelerazione di 9,0 m/s2. Di quanto varia la sua velocità in questo tempo? [36,0 m/s]

77. Un bambino lancia una palla da un ponte. La palla raggiunge l'acqua sotto il ponte 2,0 s dopo. Qual è la sua velocità quando tocca l'acqua? [19,6 m/s]

78. Un ragazzo lancia un sasso in aria. Raggiunge il punto più alto dopo 2,5 s. Con quale velocità era stato lanciato il sasso? [24,5 m/s]

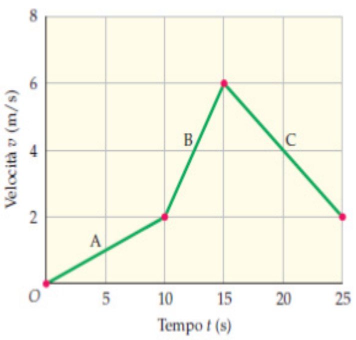
79. Il moto di una motocicletta è rappresentato nel diagramma v-t riportato in figura. Determina l'accelerazione media della motocicletta in ognuno dei tratti A, B e C.



80. Supponi che i freni di un'automobile producano una decelerazione costante di 4,2 m/s^2, indipendentemente dalla velocità del veicolo.
a) Se si raddoppia la velocità da 16 m/s a 32 m/s, il tempo necessario perché l'auto si fermi cresce di un fattore 2 o di un fattore 4? Motiva la risposta.
b) Verifica la risposta data al punto a) calcolando i tempi di arresto per le due velocità.

81. Con riferimento al problema precedente rispondi alle seguenti domande:
a) La distanza necessaria perché l'auto si fermi cresce di un fattore 2 o di un fattore 4? Motiva la risposta.
b) Verifica la risposta data al punto a) calcolando le distanze di arresto

per le due velocità.



82. Il moto di una persona a cavallo è rappresentato nel diagramma v-t riportato in figura. Determina lo spostamento della persona in ognuno dei tratti A, B e C.

83. Un cavallo, che ha una velocità iniziale 11 m/s, accelera con un'accelerazione media di 1,81 m/s^2. Quanto tempo occorre perché la sua velocità sia 6,5 m/s?

84. Un jet che viaggia verso sud atterra con una velocità di 81,9 m/s e si ferma in 949 m. Supponendo che il jet rallenti con un'accelerazione costante, determina l'intensità e il verso di questa accelerazione.

85. Quando un automobilista vede la luce del semaforo diventare gialla, aziona i freni fino a fermarsi. Se la sua velocità iniziale era di 12 m/s e se era diretto verso ovest, qual è stata la sua velocità media durante la frenata? Supponi che la decelerazione sia stata costante.

86. Supponi che l'automobile dell'esercizio precedente si arresti in 35 m. Quanto tempo le occorre?
Partendo da ferma, una barca aumenta la sua velocità fino a 4,12 m/s, con accelerazione costante.
a) Qual è la velocità media della barca?
b) Se alla barca occorrono 4,77 s per raggiungere questa velocità, che distanza ha percorso?

87. Gli air bag sono progettati per gonfiarsi in 10 ms. Fai una stima dell'accelerazione della superficie dell'air bag mentre si espande. Esprimi la risposta come multiplo dell'accelerazione di gravità g.

88. Due automobili viaggiano lungo una strada diritta. Nell'istante t = 0 l'auto 1 passa davanti al segnale del kilometro 0, viaggiando verso est a una velocità di 20,0 m/s; nello stesso istante l'auto 2 è a 1 km a est del segnale del kilometro 0 e sta viaggiando a 30,0 m/s verso ovest. L'auto 1 sta accelerando con un'accelerazione di 2,5 m/s2 e l'auto 2 sta rallentando con un'accelerazione di 3,2 m/s2.
a) Scrivi le equazioni di x in funzione del tempo per le due automobili, assumendo l'est come direzione positiva.
b) In quale istante le due auto si incrociano?

89. Nel suo romanzo Dalla Terra alla Luna (1866), Giulio Verne descrive un'astronave, chiamata Columbiad, che viene lanciata da un cannone con una velocità di 12 000 yarde/s. La Columbiad è lunga 900 piedi, ma una sua parte è piena di polvere da sparo, quindi la navicella accelera per una distanza di soli 700 piedi. Stima l'accelerazione subita dagli occupanti della navicella durante il lancio; fornisci la risposta in m/s2, tenendo presente che 1 yarda = 3 piedi e 1 piede = 0,305 m. (Verne ipotizzò che i viaggiatori avrebbero subito un violento rinculo, ma probabilmente non sapeva che gli esseri umani perdono conoscenza se subiscono accelerazioni più grandi di circa 7g, ossia circa 70 m/s2).

90. Stai guidando il tuo motorino in città a 12,0 m/s quando,

improvvisamente, una palla rotola davanti a te. Azioni i freni e cominci a decelerare di 3,5 m/s^2.
a) Quale distanza percorri prima di fermarti?
b) Quando hai percorso la metà della distanza di frenata determinata in a), la tua velocità è maggiore, minore o uguale a 6,0 m/s? Giustifica la risposta con il calcolo.

91. Con riferimento al problema precedente, rispondi alle seguenti domande:
a) Quanto tempo ti serve per fermarti?
b) Dopo aver frenato per metà del tempo determinato in a), la tua velocità è maggiore, minore o uguale a 6,0 m/s? Giustifica la risposta con il calcolo.

92. Andando sulla bicicletta verso ovest a una velocità di 8,4 m/s, incontri un tratto di strada sabbioso lungo 7,2 m. Finito questo tratto la tua velocità si è ridotta a 6,4 m/s. Supponendo che la bicicletta rallenti con accelerazione costante, qual è stata l'accelerazione nel tratto sabbioso? Determinane il modulo e la direzione.

93. Con riferimento al problema precedente, se fossi entrato nel tratto sabbioso con una velocità minore, ad esempio 5,4 m/s, avresti avuto lo stesso effetto sulla velocità? In altre parole, supponendo che il tratto sabbioso produca la medesima accelerazione, in questo caso la velocità diminuirebbe di una quantità maggiore, minore o uguale a 3,4 m/s? Giustifica la risposta con il calcolo.

94. Approssimativamente lo 0,1% dei batteri nell'intestino di un uomo adulto sono Escherichia coli. Questi batteri si muovono con una velocità di circa 15 mm/s, con accelerazione massima di 166 mm/s^2. Immagina che un Escherichia coli nel tuo intestino parta da fermo e acceleri a 156 mm/s^2. Quanto tempo e quanto spazio occorrono perché il batterio raggiunga la velocità di 12 mm/s?

95. Un ciclista sta finendo di riparare la gomma che si è bucata quando un amico passa a una velocità di 3,5 m/s. Due secondi dopo, il ciclista balza sulla sua bicicletta e accelera a 2,4 m/s^2, fino a raggiungere il suo amico.
a) Quanto tempo impiega a raggiungere il suo amico?
b) Quale distanza ha percorso in questo tempo?
c) Qual è la sua velocità nell'istante in cui lo raggiunge?

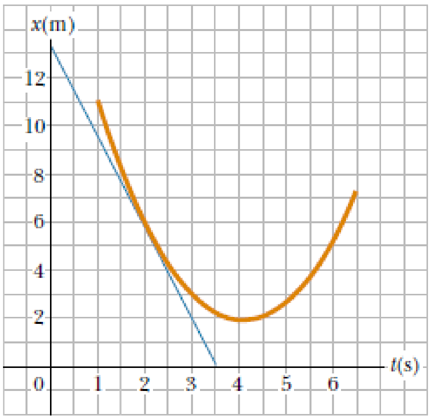
96. Una particella si muove secondo l'equazione $x=10t^2$ dove x è espresso in metri e il tempo t in secondi. (a) trovare la velocità media nell'intervallo di tempo da 2.0s a 3.0s. (b) trovare la velocità media per l'intervallo di tempo da 2s a 2.10s.

97. Una persona prima cammina con velocità costante di 5.00 m/s lungo una linea retta da A a B e poi torna indietro da B ad Acon velocità costante di 3.00 m/s. Calcolare (a) qual è la velocità media sull'intero percorso

98. La posizione di un punto materiale che si muove di moto unidimensionale varia nel tempo secondo l'espressione x=3t2 dove x è

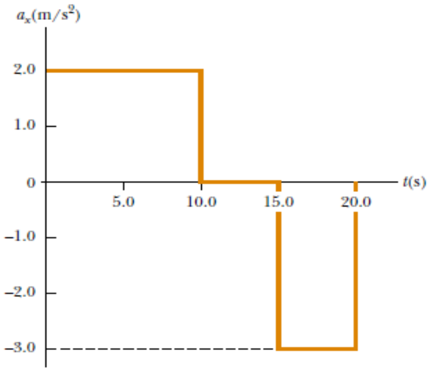
espressa in metri e t in secondi. Si calcoli la sua posizione (a) al tempo t=3.00s (b) al tempo 3.00s+ t. (c) si calcoli il limite del rapporto x/ t per t che tende a zeroe trovare la velocità al tempo t=3.00s

99. Il grafico posizione-tempo per una particella che si muove lungo una sola direzione è mostrato in figura. (a) si determine la velocità media nell'intervallo di tempo tra gli istanti t=1.5s e t=4.0s (b) si determine la velocità istantanea al tempo t=2.0s misurando la pendenza della retta tangente mostrata nel grafico.(c) per quale valore di t la velocità è zero?

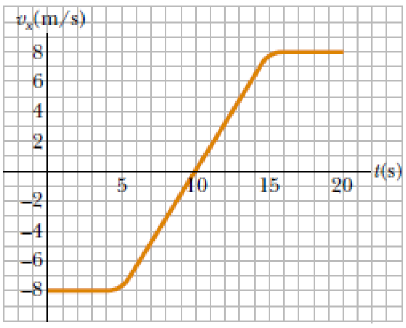


100. Una palla di 50.0g si muove con una velocità di 25.0 m/s rimbalzando su un muro e ricadendo con una velocità di 22.0 m/s. Se la palla resta a contatto con la parete per 3.5ms, qual è il modulo dell'accelerazione media della palla durante questo intervallo di tempo?

101. Un'automobile parte da ferma e accelera così come mostrato in figura. Si determini: (a) la velocità dell'automobile per t =10s e per t=20s; (b) la distanza percorsa nei primi 20 s.



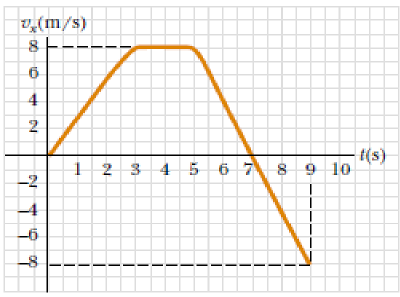
102. Nel grafico è velocità-tempo è mostrato il moto unidimensionale di un oggetto. Da tale grafico si ricavi il grafico accelerazione-tempo. Si determine inoltre l'accelerazione dell'oggetto tra gli intervallic di tempo da t=5.00s a t = 15.0s e da t=0s a t=20.0s.



103. Una particella si muove lungo l'asse x secondo l'equazione x= 2+3t-t2 dove x è espresso in metri e t in secondi. Al tempo t=3s trovare la posizione della particella, la sua velocità e la sua accelerazione.

104. Un oggetto si muove lungo l'asse x secondo l'equazione . Determinare a) la velocità media tra t=2s e t=3s; (b) la velocità istantanea tra t = 2s e t=3s; (c)l'accelerazione media tra t =2se t=3s; (d) l'accelerazione istantanea tra t=2s e t=3s.

105. Uno studente guida un motorino lungo una strada rettilinea come è descritto nel grafico velocità-tempo in figura. Disegnare un grafico della posizione in funzione del tempo allineando le coordinate temporali nei due grafici. (b) Disegnare un grafico dell'accelerazione in funzione del tempo allineando sempre le coordinate temporali. Su ciascun grafico mostra il valore numerico di e di ax per tutti i punti di inflessione. (c) Qual è l'accelerazione al tempo t=6s? (d) Trovare la posizione per t=6s. (e) Qual è la posizione finale del motorino per t=9s?



106. La figura mostra il grafico v-t di un motociclista che parte da fermo e si muove seguendo un percorso rettilineo. (a) si determini l'accelerazione media nell'intervallo di tempo t=0 e t=6s (b) calcolare l'istante in cui l'accelerazione ha un massimo positivo ed il valore corrispondente. (c) Quando si annulla l'accelerazione? (d) Determinare il massimo valore negative dell'accelerazione ed il tempo corrispondente.

107. Due oggetti si muovono secondo le seguenti leggi orarie:

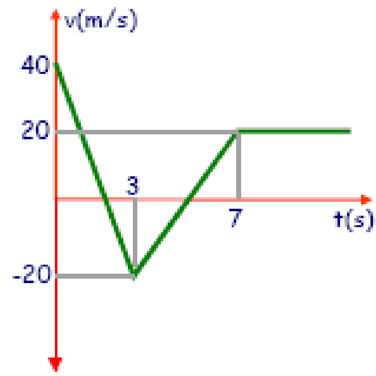
$$y = 5t - 2$$

$$x = 6t^2 + 4t + 1$$

Di ognuno di essi si dica:
a) tipo di moto e di traiettoria
b) posizione iniziale
c) velocità iniziale
d) accelerazione
e) velocità dopo tre secondi.

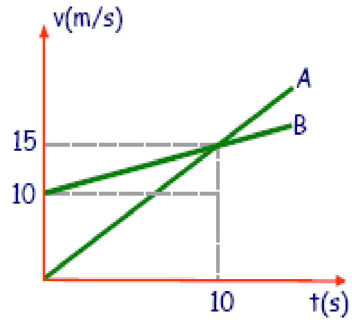
108. La legge oraria con cui si muove un corpo A è $x_A(t) = 3t^2 - 2t + 1$ mentre la legge oraria con cui si muove il corpo B è $x_B = t^2 + 2t + 4$. Calcolare in quale istante i due corpi possiedono la stessa velocità. Determinare, inoltre, le posizioni occupate dai corpi in quell' istante. Risolvere il problema anche graficamente.

109. Giovanni, con la sua moto, si muove durante il tragitto con una velocità il cui andamento in funzione del tempo è rappresentato in figura. Al tempo t=0 si trova nella posizione x=30m



A – si rappresenti graficamente la sua accelerazione in funzione del tempo.
B – si trovi la legge oraria x=x(t)
C – in che istante passa per l'origine?
D – quanti metri percorre nei primi 10 secondi?
E – qual è stato lo spostamento in questo intervallo di tempo?
F – disegna un diagramma che mostri le posizioni e gli spostamenti in ogni tratto e lo spazio nei primi 10 secondi

110. Descrivere, a partire dal seguente diagramma v-t, il tipo di moto di due autovetture A e B e ricavare le rispettive leggi orarie.



LA FISICA ALLA STAZIONE

111. Due treni A e B si muovono lungo uno stesso binario rettilineo, nello stesso verso e con B che precede A, con velocità rispettivamente v_A = 120 Km/h e v_B = 36 Km/h. Se il macchinista del treno A si accorge del treno B quando si trova ad una distanza da esso pari a d = 300 m ed aziona in quell' istante i freni, determinare il minimo valore della decelerazione per cui si evita la collisione.

112. Un treno transita alle ore 15:28 dalla stazione di Avellino alla velocità di 60Km/h e deve raggiungere la stazione di Benevento, distante 20Km, alle 15:43.
Quale accelerazione deve dare il macchinista per poter raggiungere la stazione di Benevento in perfetto orario?
Con quale velocità passerà il treno dalla stazione di Benevento?
Se, giunti a Benevento, il macchinista trova il segnale rosso di arresto, in quanti metri e in quanto tempo può arrestare il treno, applicando una decelerazione di $-3 m/s^2$?

113. Un treno parte da una stazione e accelera uniformemente con $a = 33 \times 10^{-3}$ m/s^2.
a. Quale sarà la sua velocità in km/h dopo un intervallo di tempo t = 10 m?
b. Quale distanza avrà percorso?

114. Un treno passa in un certo istante per il punto A, muovendosi di moto rettilineo uniforme con velocità 90km/ h. Dopo 20 minuti per lo stesso punto passa un altro treno, che procede anch'esso di moto uniforme nella stessa direzione e con lo stesso verso. Quale deve essere la velocità del secondo treno per raggiungere il primo a 80km dal punto A?

115. Due treni partono da due stazioni distanti 20 km dirigendosi uno verso l'altro rispettivamente alla velocità costante di v_1= 50,00 km/h e v_2 = 100,00 km /h. Dopo quanto tempo si incontrano ?

116. Con gli stessi dati dell'esercizio precedente sia A la stazione da cui parte il treno più veloce e B quella da cui parte il treno più lento. Supponiamo ora che i due treni viaggino nella stessa direzione e nello stesso verso diretti verso una terza stazione C situata 30 km oltre B, ma dalla parte opposta ad A.
Calcolare:
a) quanto tempo impiegano i due treni ad arrivare in C
b) in che istante e in che punto del viaggio il treno più veloce raggiunge quello più lento.

117. ACHILLE E LA TARTARUGA. Il piè veloce Achille corre alla velocità v1=10m/s nella direzione della tartaruga, inizialmente alla distanza di 200m, la quale fugge con velocità v2=1m/s. Dopo quanto tempo, e in che posizione la raggiungerà?

FISICA E METEREOLOGIA

118. Osservando un temporale lontano, si nota un ritardo di 25s fra l'istante in cui si vede il lampo e quello in cui si ode il tuono. A che distanza si trova il temporale?

119. Una goccia di pioggia cade da una nuvola che si trova ad un'altezza h = 1000 m rispetto al suolo ed arriva a terra con una velocità circa pari a v0 = 6.5 m/s (questa velocità dipende, leggermente, dalla forma della goccia). a) Confrontare questa velocità con quella che avrebbe la goccia, quando arriva a terra, supponendo che sia soggetta solo all'accelera-

zione di gravità. b) Calcolare il tempo impiegato ad arrivare a terra nel caso a) e nel caso in cui si muova con velocità costante pari a v_0.

120. Calcolare la velocità con cui giungerebbe al suolo una goccia di pioggia che scende da 1500 m se non fosse rallentata dalla resistenza dell'aria

121. La velocità finale di una goccia di pioggia e' compresa tra i 10 e i 20 m/s a seconda della grossezza della goccia stessa. Supponendo che la goccia si formi a 3000 m di quota, calcolare con quale velocità arriverebbe a terra in assenza di aria.

122. Un uomo cammina nella pioggia munito di ombrello.

A - Se le gocce di pioggia cadono secondo la verticale con velocità e l'uomo cammina in piano con velocità m/s, si determini l'angolo ottimale di inclinazione dell'ombrello e con quale velocità (in modulo) le gocce d'acqua colpiscono l'ombrello.
B - Si ripeta il calcolo nel caso in cui la pioggia cada contraria al moto dell'uomo con inclinazione pari a 20° rispetto alla verticale.

123. Un bambino lancia una palla dal tetto di un palazzo verso l'alto con una velocità di 12.25 m/s. La palla raggiunge il suolo dopo 4.25s. Dire quanto e' alto il palazzo. Qual e' la massima altezza raggiunta? Con quale velocità la palla raggiunge il suolo?

124. Una palla viene lanciata verticalmente verso l'alto dal suolo con v_i = 29.4 m/s.
Trovare:
a) Quanto tempo impiega la palla a raggiungere il punto più alto?
b) Qual è la massima altezza?
c) In quale istante la palla sarà a 39.2 m sopra il suolo?
d) La velocità in questi 2 istanti.

125. Una pietra viene lanciata dalla cima di un edificio con v_i =20 m/s verso l'alto. L'edificio è alto 50 m.
Trovare:
a) Il tempo impiegato dalla pietra a raggiungere la massima altezza
b) L'altezza massima
c) tempo impiegato dalla pietra a ritornare al livello del lanciatore
d) La velocità della pietra in quell' istante
e) La velocità e la posizione della pietra per t = 5s
f) La velocità della pietra immediatamente prima di toccare terra.
g) Il tempo complessivo in cui la pietra è stata in aria

126. Un sasso è lanciato verso l'alto con velocità iniziale v=15m/s. A che altezza giunge rispetto al punto di partenza? [11.5m]

127. Con che velocità giungerebbe al suolo un sasso lasciato cadere dall'altezza cui giunge nel problema precedente? [15m/s]

128. Una palla, lanciata verticalmente verso l'alto, ricade allo stesso livello dopo 3s. Determinare la velocità iniziale e l'altezza massima raggiunta.

[14.7m/s, 11.0m]

129. Un montacarichi sale con velocità costante v=2m/s. Ad un certo punto il cavo si spezza e questo si schianta al suolo dopo 2s. A che altezza si è spezzato il cavo? [15.6m]

130. Un oggetto viene fatto cadere in un pozzo profondo. Dopo 3.5s si sente il tonfo. Qual è la profondità del pozzo? (velocità del suono 340 m/s). [54.7m]

131. Una palla viene scagliata verticalmente verso il basso con velocità iniziale 7m/s, da un'altezza di 4m rispetto al suolo. Quale sarà la sua velocità all'impatto con il suolo? Quanto tempo impiega per giungere al suolo? [11.3m/s, 0.44s]

132. Come cambiano le risposte nel problema precedente se la palla è lanciata verso l'alto? [11.3m/s, 1.87s]

133. Un sasso è lanciato verso l'alto lungo la verticale con velocità iniziale v_{01} = 25 m/s. a) Calcolare la massima quota raggiunta e il tempo impiegato. Un secondo sasso è lanciato verso l'alto e lungo la stessa traiettoria con velocità iniziale v_{02} = 15 m/s nell'istante in cui il primo raggiunge il punto più alto.
b) Dopo quanto tempo dal secondo lancio i due sassi si scontrano?
c) A quale quota da terra?
d) Qual è la velocità di ciascun sasso nel momento dell'impatto?

FISICA E SPORT: calcio d'angolo allo stadio
134. Un giocatore di calcio colpisce la palla ad un angolo di 30° con l'orizzontale con una $v_0 = 20$ m/s . Supponendo che la palla si muova in un piano verticale. Trovare:
a) L'istante in cui la palla raggiunge il più alto punto della sua traiettoria.
b) Qual è l'altezza massima raggiunta dalla palla?
c) Qual è lo spostamento orizzontale della palla e per quanto tempo la palla rimane in aria ? Qual è la velocità della palla quando raggiunge il suolo?

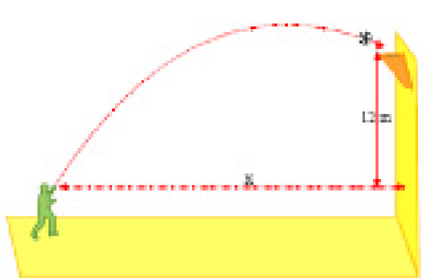
135. Una pietra viene scagliata con un angolo di 30° con velocità 20 m/sec da un edificio alto 45 m.
a) Quanto tempo la pietra rimane in volo?
b) Quale è la velocità con cui la pietra tocca il suolo?
c) In che punto la pietra tocca il suolo?

136. ESERCIZIO DEL CACTUS. Un uomo si lancia da un aereo in fiamme che viaggia alla velocità di 1200Km/h. Riesce ad aprire il paracadute e a salvarsi ma forse non riesce ad evitare gli enormi cactus che crescono nella zona. Dopo quanto tempo lo sventurato toccherà il suolo?
Se la piantagione di cactus si trova a 250m dal luogo del lancio, riuscirà ad evitare i cactus? Con che velocità toccherà il suolo? (Si consideri trascurabile la resistenza dell'aria)

137. Un uomo si lancia da un aereo in fiamme che viaggia alla velocità di 1200Km/h. Riesce ad aprire il paracadute e a salvarsi ma forse non riesce

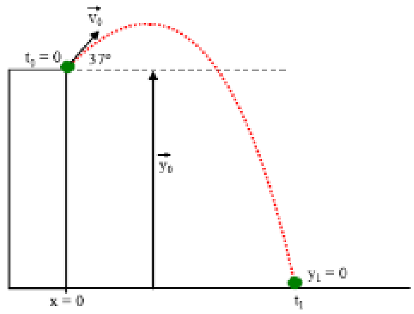
ad evitare gli enormi cactus che crescono nella zona. Dopo quanto tempo lo sventurato toccherà il suolo?
Se la piantagione di cactus si trova a 250m dal luogo del lancio, riuscirà ad evitare i cactus? Con che velocità toccherà il suolo? (Si consideri trascurabile la resistenza dell'aria)

138. Un cannone spara un proiettile alla velocità di 100 m/s ad un certo angolo con il piano orizzontale. Si calcoli l'angolo che causa la gittata massima e il valore della gittata. Si calcoli inoltre l'angolo necessario per colpire un bersaglio a 500 m di distanza

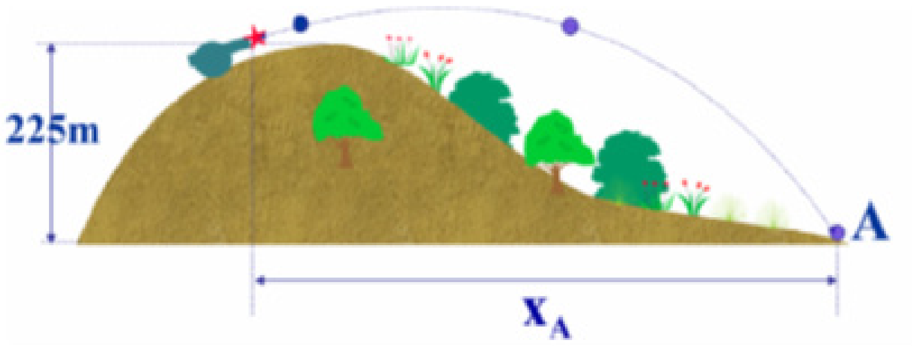


139. Carlo cerca di fare canestro e lancia la palla formando un angolo di 53° rispetto all'orizzontale e con una velocità iniziale di 20m/s. A che distanza dal canestro si deve posizionare considerando che l'altezza tra la sua mano e il canestro è 12m? [x=23,75]

140. Da un edificio alto 125m viene sparato un proiettile con una velocità iniziale di 720Km/h che forma un angolo di 37° rispetto all'orizzontale. Si calcoli:
a) il tempo che impiega il proiettile per arrivare al suolo
b) la posizione e la velocità 24 secondi dopo lo sparo
c) la distanza del proiettile dal punto di lancio



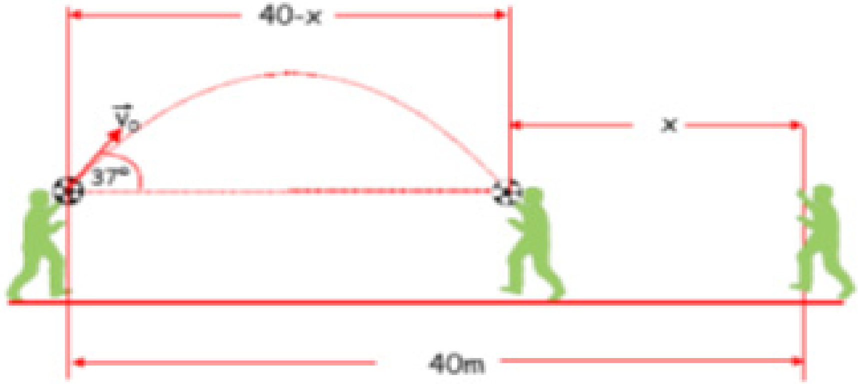
141. Un cannone spara un proiettile dalla cima di una collina alta 225m, con una velocità iniziale di 100m/s; il proiettile toccherà il suolo nel punto A(x,0) dopo 15 secondi. Si determini:
a) l'angolo di elevazione del cannone;
b) la distanza orizzontale totale percorsa dal proiettile
c) la velocità con cui il proiettile toccherà il suolo



142. Due proiettili vengono lanciati verticalmente verso l'alto con due secondi di differenza l'uno dall'altro, il primo con velocità iniziale di 40m/s e il secondo con la velocità di 60m/s
a) dopo quanto tempo i due proiettili raggiungeranno la stessa al tezza?
b) Quale velocità avrà ciascun proiettile in quell'istante?

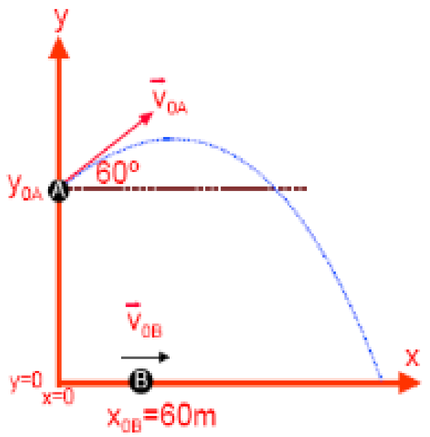
143. Una persona lancia un pallone (si assimila il pallone ad un punto materiale) con una velocità iniziale di 16,7m formando un angolo di 37° rispetto all'orizzontale. All'istante in cui il pallone viene lanciato, una seconda persona che si trova a 40m di distanza inizia a correre verso il pallone di prenderlo. Supponendo che la prenderà alla stessa altezza a cui è stata lanciata, si determini:
a) il tempo che impiega per prendere il pallone

b) la distanza percorsa dalla seconda persona
c) l'accelerazione della seconda persona
d) la velocità del pallone nel momento in cui viene preso

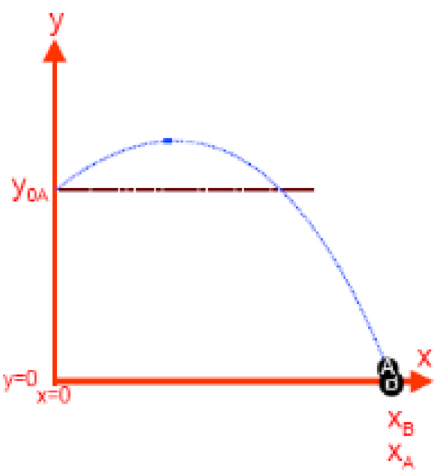


144. 6. Dall'alto di un edificio di 100m si spara un proiettile con velocità iniziale di 100m/s con un angolo di elevazione di 37°. Si deterrmini:
a) il tempo che il proiettile impiega per arrivare al suolo
b) la distanza orizzontale dall'edificio fino al punto di impatto
c) l'altezza massima che il proiettile raggiunge

145. Un punto materiale A è lanciato con una velocità iniziale v_{0A} e con un angolo di 60° rispetto all'orizzontale. Il lancio avviene da un'altezza h rispetto al piano orizzontale e contemporaneamente un altro oggetto B si muove con velocità costante di 20m/s. nell'istante in cui l'oggetto A viene lanciato, l'oggetto B ha già percorso 60m. La particella A urta B 12 secondi dopo il lancio.
Calcolare la velocità iniziale v_{0A}
Calcolare l'altezza da cui viene lanciata A



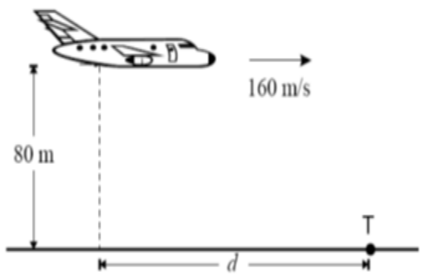
146. Si lanci una pietra con una velocità iniziale di 60m/s e con un angolo di 30° rispetto alla direzione orizzontale dall'alto di un edificio di 30m. Si determini:
a) l'altezza massima raggiunta dalla pietra
b) il tempo di volo
c) la velocità della pietra quando sta per toccare terra
d) la gittata



147. Si lancia un proiettile dall'alto di una torre in direzione orizzontale e con la velocità di 40m/s. Si calcoli nell'istante t=3,1s le componenti orizzontale e verticale della velocità e l'angolo formato con l'asse positivo delle x

148. Un proiettile viene sparato da una torre alta h = 30 m con una angolazione di α=30° rispetto all'orizzontale. Dopo un tempo t = 2 s il proiettile raggiunge la quota massima. Calcolare:
a) il modulo v0 della velocità con cui il proiettile è stato sparato e la quota massima raggiunta;
b) il tempo impiegato prima che il proiettile cada al suolo.
c) la distanza orizzontale x massima raggiunta dal proiettile.

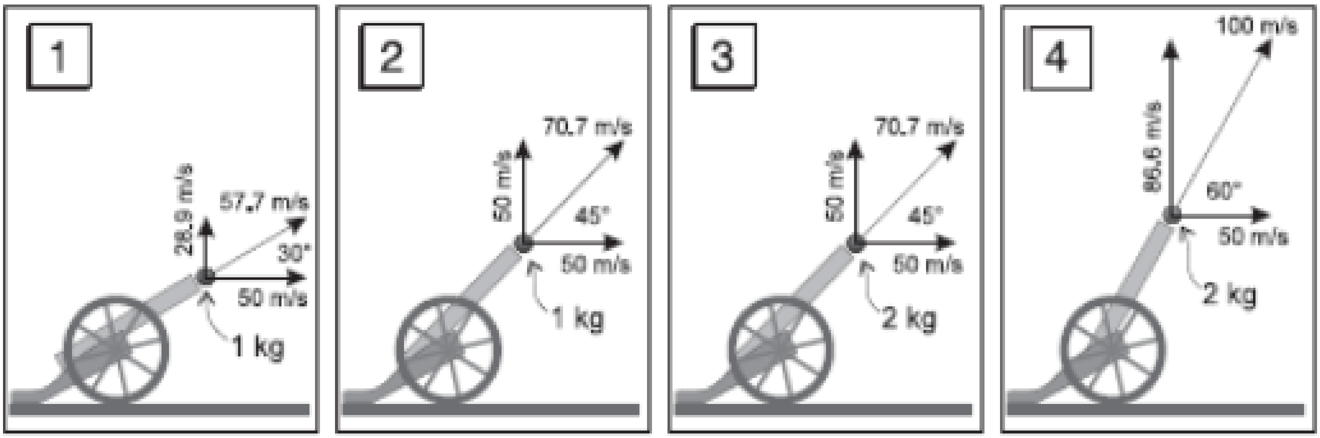
149. (Dalle Olimpiadi della fisica) Un aereo vola orizzontalmente alla ve-



locità di 160m/s a 80m di altezza dal suolo; quando si trova sulla verticale di un punto a distanza d dal punto prefissato T, sgancia un contenitore. Assumendo che l'accelerazione di gravità valga 10m/s^2 e che la resistenza dell'aria sia trascurabile, il contenitore cadrà esattamente nel punto T se d vale

A. 40m B. 160m C. 320m D. 640m E. 2560

150. (dalle Olimpiadi della fisica 2006). La figura mostra quattro cannoni che stanno sparando proiettili di massa diversa e con diversi angoli di alzo (angolo tra l'orizzontale e la direzione di sparo) raggiungendo diverse gittate. Nei quattro casi la componente orizzontale della velocità dei proiettili è uguale. Si supponga trascurabile la resistenza dell'aria. In quale caso la gittata del cannone è massima?



151. Quanto tempo prima un aereo che vola a 700 metri di altezza e alla velocità di 200Km/h deve sganciare una bomba per colpire il bersaglio? E se vola alla velocità di 400Km/h?

152. Se si lancia orizzontalmente un oggetto dall'alto di una torre con una velocità di 40m/s. Si calcoli, dopo 3,1 secondi dal lancio:

a. Le componenti orizzontale e verticale della velocità
b. L'angolo formato rispetto all'asse x

[a) v_x 40 m/s; v_y 31 m/s; b) – 37,78°]

153. Da un punto situato 100 metri sopra il livello del mare viene lanciato un oggetto orizzontalmente con una velocità iniziale di 400m/s. Si calcoli:

a. il tempo che l'oggetto impiegherà per arrivare in acqua; 4,47 s
b. a che distanza arriva rispetto al punto di lancio; 1778 m
c. con che velocità arriverà in acqua. (400i 44,7j) m/s

154. Da un'altezza di 50 metri viene lanciato un oggetto con una velocità iniziale di 40m/s e con un angolo di 30° rispetto all'orizzontale. Si determini:

a. l'istante in cui l'oggetto giungerà su un'altura di fronte alta 10 metri; [5,46s]
b. La velocità quando ha percorso una distanza orizzontale di 60m; [(34,6ˆi 2,7ˆj) m/s]
c. La distanza orizzontale percorsa dal punto di lancio al punto di arrivo al suolo [198,8m]

155. Un proiettile viene lanciato con una velocità iniziale di 50m/s formando una direzione di 37° rispetto all'orizzontale. Si determini:

a. La massima altezza a cui arriverà il proiettile; [45m]
b. La posizione e la velocità dopo 2 secondi; [r = (80i + 40j) m, v = (40i 10j)m/s]
c. Il tempo di volo [6s]

156. Da un edificio alto 125 metri viene lanciato un proiettile inclinato di 37° con una velocità di 720Km/h. Si determini:

a. Il tempo che impiega il proiettile per raggiungere il suolo;
b. La distanza orizzontale dall'edificio fino al punto di im patto al suolo;
c. L'altezza massima raggiunta [25s; 4000m; 845m]

157. Un motociclista vuole battere il record di salto sollevandosi sopra una rampa inclinata di 30° e lunga 30 metri a 108Km/h. Che distanza orizzontale percorrerà dal punto in cui lascia la rampa fino al punto in cui tocca il suolo? [98,46m]

158. Un cannoncino spara coriandoli è inclinato di 45°. Supposto uno dei coriandoli assimilabile a un punto materiale si calcoli la sua massima altezza e la gittata

159. Un aereo da guerra si muove orizzontalmente a 1500 metri di altezza con una velocità di 500Km/h quando sgancia una bomba. Quanto tempo impiega la bomba a raggiungere il suolo? [17,,3s]

160. Si innesca un colpo di mortaio con un angolo di elevazione di 30 ° e una velocità iniziale di 40 m/s su un terreno orizzontale.
Si calcoli:
a) Il tempo necessario per raggiungere il suolo. [4s]
b) La natura del moto. [138.56m]
c) L'angolo che il vettore velocità forma con l'orizzontale al momento dell'impatto con il suolo. [-30°]

161. Un cannone spara un proiettile con un angolo di elevazione di 45° e una velocità iniziale di 150m/s su un terreno orizzontale. Sapendo che ad una distanza di 2200 metri rispetto al punto di lancio, si trova una parete verticale, si determini a che altezza della parete si ha l'impatto del proiettile [48,89m]

162. Un atleta si cimenta nel lancio del peso, lanciando un peso con un'angolatura dell'avambraccio di 53° e imprimendo una velocità iniziale di 20m/s. A che distanza dal punto di lancio giunge il peso tenuto conto che l'altezza massima raggiunta è di 12 metri? [23,91 metri]

163. Se si lancia un proiettile in modo tale che la sua gittata sia il triplo della sua altezza massima, qual è il suo angolo di lancio? [53,1°]

164. Qual è la velocità minima affinché un oggetto giunga dall'altra parte di un ponte largo 7,5m? Quanto tempo impiegherà per giungere dall'altra parte? [8,66m/s. 1,22s]

165. Un cannone spara proiettili con un angolo di elevazione di 50° e una velocità di 400 m/s da un'altura di 10m. Quanto in alto su una scogliera a 0,5 km di distanza il proiettile subisce l' impatto? [586,97m]

166. Un oggetto viene lanciato con una velocità di 20 m/s e con un angolo di 53 °. Ad una distanza di 36 metri entra in una finestra che si trova a 2 metri di altezza e a 2,7m rispetto al tetto? Quando raggiunge l'edificio è in fase di salita o di discesa?

167. Un oggetto viene lanciato con una velocità iniziale v0 formando un certo angolo con l'orizzontale. Se il volo dura 2,2s, si calcoli la massima altezza raggiunta. [6.05m]

168. Una pietra è stata lanciata in direzione orizzontale; all'istante t = 0,5s la velocità della pietra è 1,5 volte il valore della velocità iniziale. Determinare l'entità del velocità iniziale della pietra. 4,47m/s

169. Dimostrare che se la velocità iniziale con cui viene lanciato un proiettile è v0 la massima gittata si ottiene per un angolo di elevazione di 45°

170. Un cannone spara un colpo con una velocità di 200 m/s. Il cannone si trova sulla sommità di una collina di 500m di altezza rispetto al piano orizzontale. L'angolo di elevazione è di 15 ° rispetto all' orizzontale; si determini:

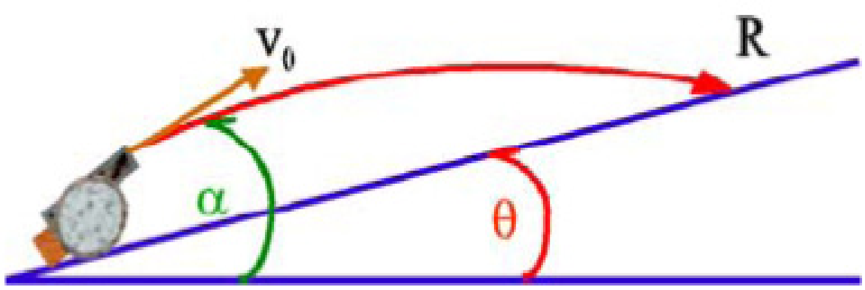
a) La distanza orizzontale. [3174,03m]

b) La velocità al momento dell'impatto. [v = 193,2i-112,5j]

a. b.

171. Un motociclista scende una rampa di 40 [m] inclinata con un angolo di 37 ° e salta con una velocità di 40 m/s. Si Calcoli la distanza orizzontale fino a che tocca il suolo. [179,14m]

172. Un cannone è posto alla base di una collina il cui angolo di inclinazione rispetto all'orizzontale è θ. Se la canna fa un angolo α rispetto al piano orizzontale e spara un proiettile con velocità v_0, trovare a che distanza misurata lungo la collina il proiettile cadrà.



173. Una palla rotola orizzontalmente fuori dal bordo di un tavolo alto 1.20m e cade sul pavimento alla distanza orizzontale di 1.50m dal bordo del tavolo. Calcolare il tempo di volo della palla e la velocità all'istante in cui ha lasciato il tavolo. [0.50s; 3.0m/s]

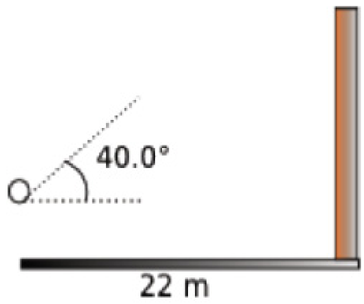
174. Un proiettile viene sparato orizzontalmente da un'arma posta a

45.0m sopra un terreno orizzontale. La sua velocità alla bocca dell'arma è 250 m/s. Calcolare il tempo di volo, a che distanza orizzontale raggiungerà il terreno e il modulo della componente verticale della velocità quando colpisce il terreno. [3.03s; x=758m; v=29.7m/s]

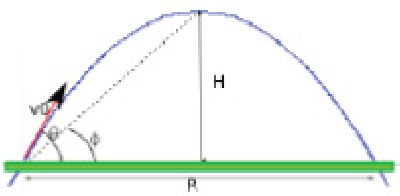
175. Una palla da baseball viene lanciata verso il battitore orizzontalmente a una velocità iniziale di 160 km/h. La distanza a cui si trova il battitore è 18m. Calcolare il tempo impiegato a coprire i primi 9m in orizzontale; I rimanenti 9m; La caduta dovuta alla gravità nei primi 9m in orizzontale e nei rimanenti 9m.

176. Un proiettile è lanciato con la velocità iniziale di 30 m/s con un alzo di 60 rispetto al piano orizzontale. Calcolare modulo e direzione della sua velocità dopo 2.0s e dopo 5.0s dal lancio.

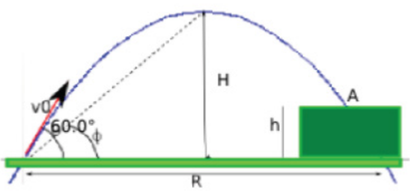
177. Una palla viene lanciata dall'alto di un colle con la velocità iniziale di 15 m/s a un angolo di 20° sotto il piano orizzontale. Trovare il suo spostamento proiettato sul piano orizzontale e sull'asse verticale 2.30s dopo il lancio.



178. Una palla viene lanciata direttamente contro un muro con la velocità iniziale di 25.0 m/s a un angolo di 40° rispetto al suolo orizzontale, come indicato in figura. Il muro si trova a 22.0m dal punto di lancio. (a) Per quanto tempo rimane in aria la palla prima di colpire la parete? (b) Quanto più in alto del punto di lancio colpisce la parete? (c) Quali sono le componenti orizzontale e verticale della sua velocità all'istante in cui colpisce la parete? (d) In questo istante ha già superato il vertice della traiettoria?



179. Dimostrare che, per un proiettile sparato da un terreno piano a un angolo θ_0 rispetto all'orizzontale, il rapporto fra la massima altezza H e la gittata R è dato dall'espressione $H=R = 1/4 \tan\theta_0$. Per quale angolo si ha H = R?



180. Una pietra viene proiettata verso un terrapieno di altezza h con la velocità iniziale di 42.0 m/s a un angolo di 60° rispetto al suolo orizzontale (vedi figura). La pietra cade in A, 5.50 s dopo il lancio. Trovare l'altezza h del terrapieno; la velocità della pietra subito prima dell'urto col terreno e la massima altezza H sopra il suolo raggiunto dalla pietra.

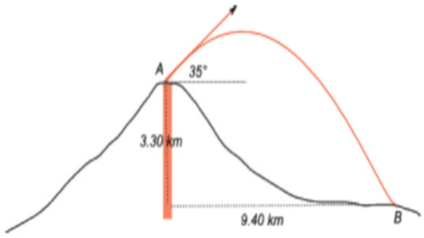
181. La velocità di lancio di un proiettile è cinque volte maggiore della velocità che esso raggiunge alla massima altezza. Calcolare l'angolo di elevazione del lancio.

182. Un fucile con una velocità alla volata di 450 m/s spara un proiettile contro un bersaglio distante 45m. quanto più alto del bersaglio deve essere puntata la canna del fucile per riuscire a colpire il bersaglio?

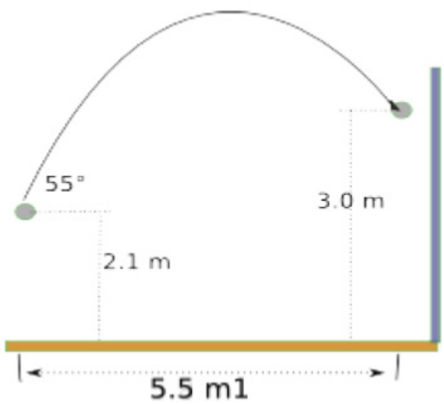
183. Si spara una palla da terra in aria. All'altezza di 9.1m si osserva una velocità v = (7.6i + 6.1j) m/s. Calcolare la massima elevazione e la distanza orizzontale complessiva percorsa. Determinare inoltre la velocità della palla nell'istante prima di cadere a terra.

184. Nel suo libro Discorsi e Dimostrazioni matematiche, Galileo afferma che "per altezze (cioè, angoli di alzo) che superano o sono minori di 45° di uguali quantità le gittate sono uguali". Dimostrare tale affermazione.

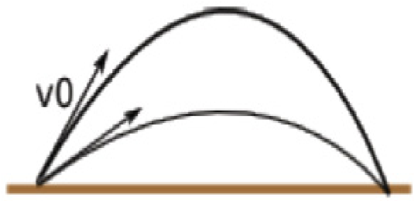
185. Dai vulcani in eruzione vengono espulsi grossi proiettili di pietra. Se la situazione è quella rappresentata in gura, determinare a quale velocità iniziale devono essere espulsi nel punto A a un'elevazione di 35° per cadere nel punto B ai piedi del vulcano. Determinare poi il tempo di volo.



186. A quale velocità iniziale deve essere lanciata una palla, con un angolo di elevazione di 55°, per centrare direttamente il canestro senza rimbalzo? (vedi figura)



187. Un proiettile viene lanciato con velocità iniziale v0 = 30.0 m/s dal livello del suolo contro un bersaglio posto a una distanza orizzontale R = 20.0m (vedi figura). Trovare i due possibili angoli, per la traiettoria alta e bassa.



188. Qual è la massima altezza che può raggiungere una palla lanciata da un giocatore la cui massima gittata è di 60m? Un aeroplano, volando a 290 km/h con un angolo di 30 verso il basso rispetto al piano orizzontale, sgancia un falso bersaglio radar, come in figura. La distanza orizzontale fra il punto di rilascio e quello in cui colpisce il suolo è di 690m. Determinare l'altezza dell'aereo al momento dello sgancio e il tempo di volo del bersaglio.

189. Un pallone viene calciato in avanti con velocità iniziale di 20 m/s e un angolo di elevazione di 45°.
Contemporaneamente un attaccante, che si trova 54m più avanti nella direzione del tiro, parte di scatto per raggiungere la palla. Quale deve essere la sua velocità media per raggiungere la palla subito prima che tocchi il terreno?

190. Una palla lanciata orizzontalmente dall'altezza di 20m, tocca il suolo con una velocità tripla rispetto a quella iniziale. Trovare la velocità iniziale.

191. Un tennista serve la palla orizzontalmente da un'altezza sul terreno di 2.37m a una velocità di 23.6m/s. Con quale altezza la palla passa sopra la rete, alta 0.90m, che si trova a una distanza di 12m? Se il tennista servisse con un'inclinazione verso il basso di 5° rispetto all'orizzontale, la palla passerà ancora sopra la rete ?

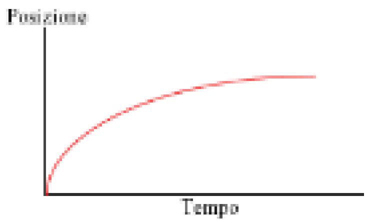
TEST DI AUTOVALUTAZIONE – Cinematica del punto materiale

1. La velocità è definita come:
   - A. Variazione della posizione rispetto al tempo
   - B. Spazio fratto tempo
   - C. variazione dell' accelerazione rispetto al tempo
   - D. accelerare o rallentare
   - E. cambiamento di posizione

2. L'accelerazione è definita come:
   - A. variazione della posizione rispetto al tempo
   - B. velocità divisa per il tempo
   - C. variazione della velocità rispetto il tempo
   - D. accelerare o rallentare
   - E. cambiamento della velocità

3. Durante un allenamento, tre podisti partono dallo stesso punto e percorrono tragitti diversi. Valerio corre per 4,0 km in direzione est e poi per 1,0 km in direzione ovest. Marco percorre 3,0 km in direzione est. Tommaso corre per 2,0 km in direzione ovest e quindi per 5,0 km in direzione est. Quale delle seguenti affermazioni è vera riguardo lo spostamento di ogni atleta?
   - A. La distanza coperta da Valerio equivale a quella di Marco, mentre quella di Tommaso è diversa dalle altre.
   - B. La distanza coperta da Marco equivale a quella di Valerio, mentre quella di Tommaso è diversa dalle altre.
   - C. Valerio, Marco e Tommaso coprono tutti la stessa distanza.
   - D. Valerio, Marco e Tommaso coprono tutti distanze diverse.
   - E. La distanza coperta da Marco equivale a quella di Tommaso, mentre quella di Valerio è diversa dalle altre.

4. Osserva il grafico che accompagna questo problema e decidi se il moto descritto dal grafico è accelerato, decelerato o a velocità costante.



   - A. In moto a velocità costante.
   - B. I dati sono insufficienti per permettere una risposta.
   - C. Decelerato.
   - D. Accelerato.

5. La cima di uno strapiombo è collocata alla quota H sopra il suolo. Alla quota H/2, un ramo sporge dallo strapiombo e su questo ramo è impigliato un cappello caduto dall'alto. Qualcuno tira un sasso verso il cappello dal fondo dello strapiombo. Un'altra persona fa lo stesso dalla cima. Le due pietre partono con velocità di pari valore assoluto. Trascurando l'attrito dell'aria, quale pietra raggiunge il cappello nel minor tempo?
   - A. I due sassi impiegano lo stesso tempo a raggiungere il cappello.
   - B. Il sasso lanciato dal fondo dello strapiombo.
   - C. I dati non sono sufficienti per rispondere alla domanda.
   - D. Il sasso lanciato dalla cima dello strapiombo.

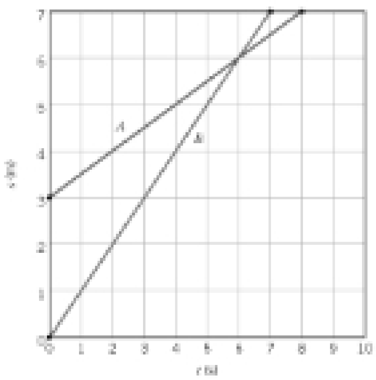
6. Un sasso viene lasciato cadere da una rupe. Dopo un tempo t dall'inizio del moto la sua velocità è 15 m/s. All'istante 3t la velocità è

A. 5 m/s
B. 15 m/s
C. 45 m/s
D. 30 m/s
E. 50 m/s

7. Una macchinina telecomandata si muove con la legge del moto s=(1,2 m/s)t. In quanto tempo copre una distanza di 20,4 m?
A. 1,7 s
B. 17 s
C. I dati non sono sufficienti.
D. 24,48 s

8. Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
A. In assenza della resistenza dell'aria, il moto di una palla da tennis lasciata cadere dalla cima di un palazzo è un esempio di caduta libera.
B. In assenza della resistenza dell'aria, il moto di una palla da tennis dopo essere stata sparata verso l'alto è un esempio di caduta libera.
C. Nel moto di caduta libera presso la superficie terrestre l'accelerazione è l'accelerazione di gravità.
D. Vicino alla superficie terrestre l'accelerazione di gravità ha un valore assoluto di circa 9,80 m/s2, è rivolta in giù quando il moto è verso il basso ed è rivolta in su quando il moto è verso l'alto.

9. Il seguente è il grafico spazio-tempo del moto di Anna (A) e Barbara (B) che vanno in bicicletta su un sentiero. Quale delle seguenti affermazioni è vera? [le risposte corrette sono più di una]



A. Anna arriva nella posizione 5 m prima di Barbara.
B. La legge oraria di Anna è s_A=2m+(0,6m/s)t.
C. Anna e Barbara hanno la stessa legge oraria.
D. Anna e Barbara non si incontrano mai.
E. Barbara pedala più velocemente di Anna.
F. Anna e Barbara si muovono a velocità costante.

10. Nel moto rettilineo, l'accelerazione media è zero quando...
A. ... la velocità iniziale e quella finale hanno valore assoluto e segno uguali.
B. ... la velocità iniziale e quella finale hanno valore assoluto uguale e segno diverso.
C. ... la velocità iniziale e quella finale hanno valore assoluto e segno differenti.
D. ... il valore assoluto della velocità finale è maggiore di quello della velocità iniziale, mentre il segno è lo stesso.

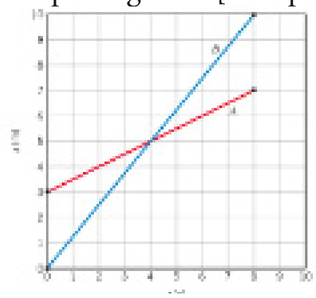
11. Un aereo parte da fermo, accelera uniformemente in direzione nord e raggiunge la velocità di decollo di 60 m/s in 4,0 s. Che spazio ha percorso l'aereo al momento del decollo? Assumi la direzione nord come direzione degli spostamenti positivi.
A. +60 m
B. +240 m

C. +360 m
D. +120 m
E. +30 m

12. Un treno si muove con velocità 80,0 km/h, direzione ovest. Un'ora e mezza più tardi la sua velocità è 65,0 km/h, direzione ovest. Prendendo l'ovest come direzione positiva di crescita delle distanze, quanto vale l'accelerazione media del treno?

A. +53,3 km/h^2
B. +43,3 km/h^2
C. -10,0 km/h^2
D. -43,3 km/h^2
E. +10,0 km/h^2

13. In relazione al seguente grafico scegli le risposte giuste. [le risposte corrette sono più di una]

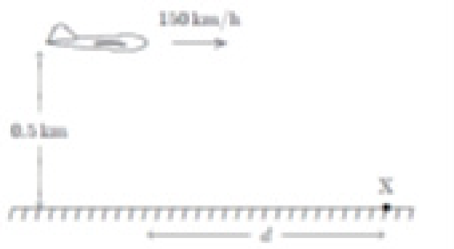


A. I due corpi arrivano nella stessa posizione.
B. I due corpi partono dalla stessa posizione.
C. I due corpi si incontrano nella posizione s=5 m.
D. Nell'istante t=6 s A è nella posizione s=6 m.
E. B si muove più velocemente di A.

14. Un aereo viaggia verso nord a 200 m/s e poi verso sud a 200 m/s. La variazione della sua velocità è:

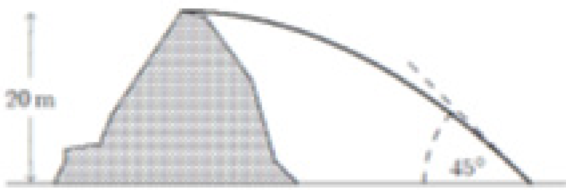
A. zero
B. 200 m/s verso Nord
C. 200 m/s verso sud
D. 400 m/s verso Nord
E. 400 m/s verso sud

15. L'aereo mostrato in figura è in volo ad una quota di 0,50 km e una velocità di 150km/h. A che distanza d dovrebbe rilasciare una bomba per colpire il bersaglio X? Assumere g = 10 m/s^2



A. 150m
B. 295m
C. 420m
D. 2550m
E. 5,000m

16. Una palla viene lanciata orizzontalmente dalla sommità di una collina di 20 metri di altezza. Colpisce il terreno con un angolo di 45°. Con quale velocità è stata gettata?

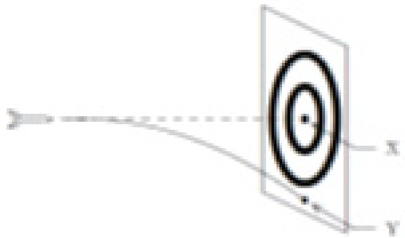


A. 14m/s
B. 20m/s
C. 28m/s
D. 32m/s
E. 40m/s

17. Un cannone di grandi dimensioni spara un proiettile con un angolo di 30° rispetto all' orizzontale con una velocità di 980 m/s. Trascurando la resistenza dell'aria, il proiettile a quale distanza rispetto al punto di lancio colpisce la terra?
A. 4.3km
B. 8.5km
C. 43km
D. 85km
E. 170km

18. Un proiettile viene sparato dal livello del terreno con una velocità iniziale che ha un componente verticale di 20m/s ed una componente orizzontale di 30m/s. Utilizzando g = 10m/s2, il distanza dal lancio è la seguente:
A. 40m
B. 60m
C. 80m
D. 120m
E. 180m

19. Una freccia è lanciata orizzontalmente verso la X a 20m/s, come mostrato.



Colpisce Y dopo 0,1 s. La distanza XY è la seguente:
A. 2m
B. 1m
C. 0.5m
D. 0.1m
E. 0.05m

20. Un ragazzo sul bordo di una rupe verticale alta 20 metri getta un sasso in orizzontale verso l'esterno con una velocità di 20m/s. Colpisce il terreno a che distanza orizzontale dal piede della rupe? Uso
$g = 10m/s^2$.
A. 10m
B. 40m
C. 50m
D. $50\sqrt{5}$m
E. nessuna delle precedenti

