

## Prova Scritta di Analisi Matematica (modulo 2)

### Simulazione N°1

#### Es. 1

Risolvere almeno una delle seguenti equazioni differenziali

$$a. y''' + y = e^{\frac{1}{2}x} \sin 3x$$

$$b. \begin{cases} yy' + (y + 2)\cos^2 x = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

#### Es. 2

Data la forma differenziale

$$\omega(x, y) = 2x \frac{y^2 - y + x^4}{x^4 + y^2} dx + \frac{x^2}{x^4 + y^2} dy$$

studiare il dominio, la chiusura e l'esattezza, determinando una primitiva (se possibile). Calcolarne inoltre l'integrale curvilineo lungo la curva  $y - x^2 = 0$  fra i punti di ascisse 1 e 2 nel primo quadrante.

#### Es. 3

Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove D è il dominio compreso nella spirale di Archimede di equazioni

$$\begin{cases} x = \frac{3}{\pi} \theta \cos \theta \\ y = \frac{3}{\pi} \theta \sin \theta \end{cases}$$

per  $\rho \leq \frac{3}{\pi} \theta$  e  $0 \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi$

#### Es. 4

Studiare la convergenza e, se possibile, calcolare la somma della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\sqrt[5]{\sin^2 \frac{1}{n} + 2 \sin \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n} + \cos^2 \frac{1}{n} - 1}}{\frac{1}{n}} \right)^n$$

Prova Scritta di Analisi Matematica (modulo 2)

Simulazione N°2

Es. 1

Si calcoli il seguente integrale triplo

$$\iiint_T \frac{xy}{z^2 - 2z + 4} dx dy dz$$

dove T è il dominio definito dalle limitazioni

$$z = x^2 + y^2, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 2$$

$$[\text{ris. } \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{18} \right)]$$

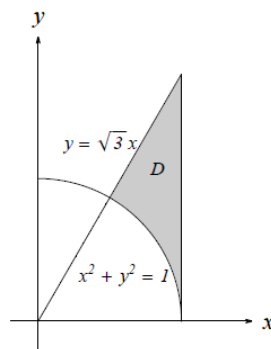
Es. 2

Risolvere almeno una delle seguenti equazioni differenziali

a.  $y'' + 4y' + 4y = x + \sin x \cos x$

b.  $y' = \frac{2x + 3y - 2}{4x + 6y + 3}$

Es. 3



Determinare il seguente integrale doppio esteso a D, dove D è il dominio indicato in figura

$$\iint_D \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 4y^2}} dx dy$$

Es. 4

Studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5 + 3n + 3}$$

## Prova Scritta di Analisi Matematica (modulo 2)

### Simulazione N°3

#### Es. 1

Si risolva il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

#### Es. 2

Determinare, se possibile, una primitiva della forma differenziale  $\omega(x, y) = \frac{2x}{x^2+y^2} dx + \frac{2y}{x^2+y^2} dy$

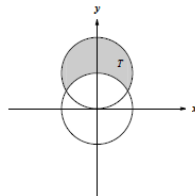
dopo aver verificato che è esatta.

#### Es. 3

Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^2}$$

dove  $T = C_1 - C_2$ , essendo  $C_1$  e  $C_2$  i cerchi di raggio 1 e centri, rispettivamente,  $(0,1)$  e  $(0,0)$ . Il dominio di integrazione è riportato in figura



#### Es. 4

Calcolare l'integrale superficiale

$$\int_S \frac{z^2}{x\sqrt{(1+4x)(x+y^2)}} d\sigma$$

dove S è la superficie di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = u^2 \\ y = v \\ z = u \end{cases} \quad (u, v) \in D$$

con D insieme riportato in figura

