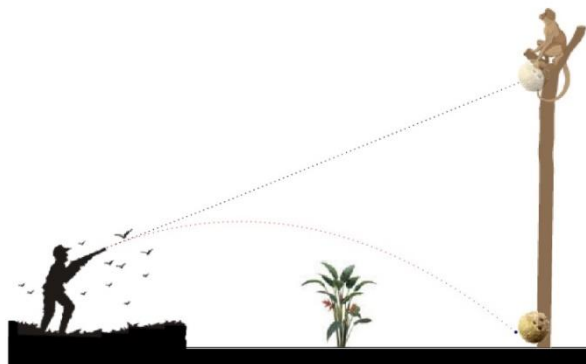


Meccanica del punto materiale

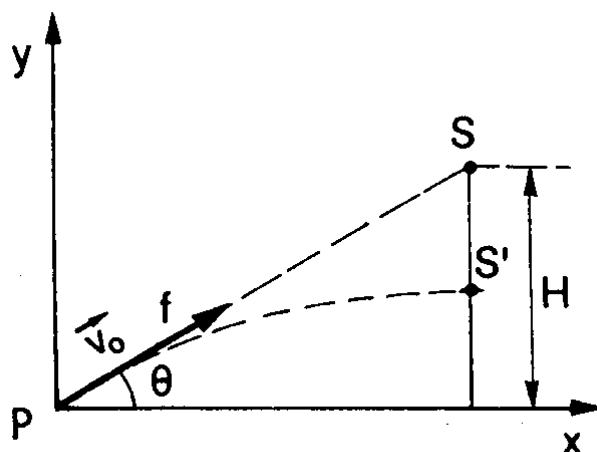
Esercizio n°1

Una scimmia si trova ad altezza h dal suolo dondolandosi appesa ad un ramo di un albero. Il cacciatore dal suolo la vede, e punta il fucile nella direzione della scimmia. La scimmia furba guarda il cacciatore e si lascia cadere dal ramo nell'istante in cui il cacciatore preme il grilletto del fucile. La scimmia cade a terra morta.

Dimostrare che la scimmia, se pur furba, non aveva seguito con attenzione le lezioni di cinematica del corso di fisica I.



La scimmia viene colpita se, al tempo t^* , la freccia e la scimmia occupano la stessa posizione, ovvero si trovano alla stessa quota e l'ascissa della freccia coincide con l'ascissa d della scimmia (costante). In altre parole, la scimmia e la freccia simultaneamente occuperanno la posizione S' .



La freccia assumerà un moto parabolico individuato dalle equazioni:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

In particolare, per come abbiamo fissato il sistema di riferimento:

$$y_f = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

La scimmia si lascia cadere dal ramo dell'albero assumendo un moto uniformemente accelerato:

$$y_s = H - \frac{1}{2}gt^2$$

Al tempo t^* si avrà:

$$y_f = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}gt^2 = y_s$$

da cui

$$t^* = \frac{H}{v_0 \sin\theta}$$

L'ascissa della freccia ha la legge oraria

$$x = v_0 \cos\theta \cdot t$$

Al tempo t^* trovato

$$x_f = v_0 \cos\theta \cdot \frac{H}{v_0 \sin\theta} = \frac{H}{\operatorname{tg}\theta}$$

Ma $H = d \cdot \operatorname{tg}\theta$

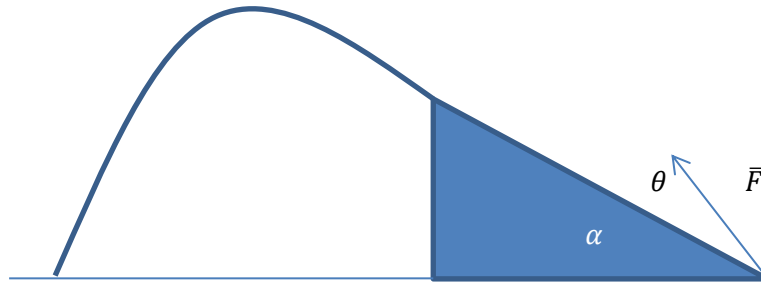
per cui

$$x_f = \frac{H}{\operatorname{tg}\theta} = d = x_s$$

Esercizio n°2

Un oggetto di dimensioni trascurabili e massa 1Kg è posto in quiete alla base A di un piano inclinato ($\alpha = 20^\circ$; $h = 1m$). Ad un certo istante, a tale corpo viene applicata una forza F la cui direzione forma un angolo $\theta = 30^\circ$ col piano inclinato ed il cui modulo è 7.62N. Se il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo ed il piano è $\mu_d = 0.5$, determinare il tempo che il corpo impiega per giungere alla sommità del piano e con che velocità giunge alla sommità del piano.

Con tale velocità l'oggetto prosegue la sua traiettoria raggiungendo il suolo dopo un certo tempo. A che distanza orizzontale rispetto al piano inclinato giunge l'oggetto?



Dalla seconda legge della dinamica del punto materiale si ha:

$$F \cos \theta - m g \sin \alpha - \mu_d N = m a$$

$$F \sin \theta - m g \cos \alpha + N = 0$$

Da qui si ricava che

$$a = \frac{F}{m} (\cos \theta + \mu_d \sin \theta) - g (\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha) = 0.54 \text{ m/s}^2$$

$$s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} a t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{a \cdot \sin \alpha}} = 3.29 \text{ s}$$

La velocità si ricava dalle equazioni del moto lungo il piano inclinato, tenendo conto che si tratta di un moto uniformemente accelerato, con velocità iniziale nulla

$$\begin{cases} a = 0.54 \text{ m/s}^2 \\ v = v_0 + at \\ s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases}$$

da qui si ottiene $v = 1.78 \text{ m/s}$

Dalla sommità del piano inclinato, l'oggetto assume un moto parabolico.

Possiamo così schematizzare le leggi del moto:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases} \quad [1]$$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Per calcolare il tempo che l'oggetto impiega per arrivare al suolo imponiamo $y = 0$, da cui:

$$t = \frac{v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 + 2gt}}{g}$$

$$t = 0.52 \text{ s}$$

Il valore, così trovato, va sostituito nell'equazione $x = x_0 + v_{0x}t$, ricordando che $x_0 = 0$ per come abbiamo scelto il sistema di riferimento, avendosi, in definitiva $x = 0.87 \text{ m}$

ESERCIZI PROPOSTI

1. Un motociclista vuole battere il record di salto sollevandosi sopra una rampa inclinata di 30° e lunga 30 m a 108 Km/h . Che distanza orizzontale percorrerà dal punto in cui lascia la rampa fino al punto in cui tocca il suolo?

[98,46 m]



2. Una persona lancia un pallone (si assimila il pallone ad un punto materiale) con una velocità iniziale di $16,7 \text{ m/s}$ formante un angolo di 37° rispetto all'orizzontale. All'istante in cui il pallone viene lanciato, una seconda persona che si trova a 40 m di distanza inizia a correre verso il pallone per cercare di prenderlo. Supponendo che lo prenderà alla stessa altezza a cui è stato lanciato, si determini:
 - a) il tempo che impiega per prendere il pallone
 - b) la distanza percorsa dalla seconda persona
 - c) l'accelerazione della seconda persona
 - d) la velocità del pallone nel momento in cui viene preso

$$[t = 2 \text{ s}; x = 13.28 \text{ m}; a = 6.64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; v = (13.36\hat{i} - 9.98\hat{j})\text{m/s}]$$

