Università degli studi di Salerno – corso di studi in Ingegneria Informatica – TUTORATO DI FISICA

Lezione 8 – Simulazione d'esame

Esercizio n°1

Un gas perfetto monoatomico esegue il ciclo termodinamico mostrato in figura, basato sulle seguenti trasformazioni:

(1) una compressione adiabatica, in cui il volume è ridotto ad 1/3 del valore originario V_A;

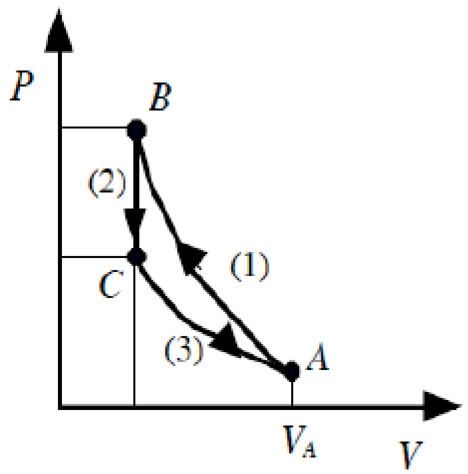
(2) una compressione isocora, in condizioni quasi statiche tali da poter essere considerate reversibili;

(3) un'espansione isoterma che riporta il gas allo stato iniziale.

Calcolare:

a) il rapporto $L_{iso/}L_{ad}$ tra i lavori eseguiti nelle trasformazioni (1) e (3);

b) il lavoro L_{ad} compiuto durante la trasformazione (1), sapendo che durante il ciclo il gas scambia una quantità di calore $Q = -1000cal$.



a. Nell'adiabatica:

$$L_{ad} = -\Delta U_{AB} \qquad \rightarrow \qquad L_{ad} = -nc_v(T_B - T_A)$$

Dall'equazione dell'adiabatica si può ricavare:

$$VT^{\frac{1}{\gamma-1}} = cost \qquad \rightarrow \qquad T_B = 3^{\gamma-1}T_C$$

$$L_{ad} = -n\frac{3}{2}RT_C\left(3^{2/3} - 1\right)$$

Nell'isoterma:

$$L_{iso} = nRT_C log\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = nRT_C log3$$

Il rapporto tra i due lavori vale

$$\frac{L_{iso}}{L_{ad}} = \frac{nRT_C log3}{-n\frac{3}{2}RT_C(3^{2/3} - 1)} = -0.678$$

b. Per il primo principio della termodinamica:

$$Q = L = L_{ad} + L_{iso} \qquad \rightarrow \qquad Q = L_{ad}\left(1 + \frac{L_{iso}}{L_{ad}}\right)$$

Da qui si ricava che $L_{ad} = \frac{Q}{1+\frac{L_{iso}}{L_{ad}}} = -3.1\ kcal = \ -13kJ$

Esercizio n°2

Un disco omogeneo di legno di massa $m_D = 0.1\ Kg$ e raggio R= 10 cm, ruota senza attrito attorno al suo asse disposto verticalmente con frequenza costante pari a 1000 giri/s. un proiettile di massa m= 10 g, sparato parallelamente all'asse con velocità di 500 m/s, va a conficcarsi alla periferia del disco. Calcolare il lavoro delle forze non conservative che fermano il proiettile sul disco

Soluzione

Nell'urto perfettamente anelastico si conserva il momento della quantità di moto (disco+proiettile) rispetto all'asse. Prima dell'urto tale momento è $I_D \cdot \omega_0$ poiché quello del proiettile è nullo avendo esso velocità parallela all'asse:

$$I_D \cdot \omega_0 = (I_D + mR^2)\omega \qquad \rightarrow \qquad \omega = \frac{I_D}{I_D + mR^2}\omega_0$$

Il lavoro delle forze non conservative (forze interne) è:

$$L = K - K_0 = \frac{1}{2}(I_D + mR^2)\omega^2 - \left[\frac{1}{2}I_D\omega_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2\right] = -2895\ J$$

Essendo $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^3\ rad/s$

Esercizio n°3

Un cilindro di massa $m_C = 1\ Kg$ può muoversi di puro rotolamento lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$. All'asse del cilindro è collegata una fune inestensibile (e massa trascurabile) che reca all'altro estremo una molla di costante elastica $k = 100\ N/m$ ed un pesetto di massa m=150 g. La carrucola P ha massa trascurabile ed è priva di attrito. Inizialmente il sistema è trattenuto in quiete e quindi abbandonato a se stesso. Si determini la variazione di lunghezza della molla (rispetto alla sua lunghezza a riposo) durante il moto del sistema

Soluzione

Poiché per ipotesi non si hanno oscillazioni durante il moto, il c.d.m. del cilindro e la massa m si muovono con la stessa accelerazione che può essere determinata applicando il principio di conservazione dell'energia nella forma

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgy - m_C gysin\alpha = cost$$

dove $I = \frac{3}{2}m_C R^2$

Derivando rispetto al tempo si ha:

$$a = \frac{m_C gsin\alpha - mg}{\frac{3}{2}m_C + m}$$

Applicando l'equazione di Newton alla massa m, si ha

$$ma = k\Delta l - mg$$

Essendo Δl l'allungamento della molla conseguente al moto.

Da cui si ottiene:

$$\Delta l = \frac{m_C g\left(\frac{3}{2} + sin\alpha\right)}{k\left(1 + \frac{3}{2}\frac{m_C}{m}\right)} = 1.78\ cm$$

Esercizio n°4

Una mole di gas monoatomico ideale viene riscaldata dalla temperatura T_0 alla temperatura $T_f = eT_0$ mediante la trasformazione $p = aT^2$ con $a = cost$. Si calcoli la variazione di entropia del gas

Soluzione

L'equazione di trasformazione è data nel piano $T - p$ per cui conviene usare queste variabili per rappresentare il ΔS. Si ha:

$$\Delta S = c_v log\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + Rlog\left(\frac{V_f}{V_0}\right) = c_v log\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + Rlog\left(\frac{T_f}{p_f}\frac{p_0}{T_0}\right) = c_p log\left(\frac{T_f}{T_0}\right) + Rlog\left(\frac{p_0}{p_f}\right)$$

Poiché $T_f = eT_0$ e $p_f = ae^2T_0^2 = e^2p_0$, si ha:

$$\Delta S = c_p - 2R = \frac{1}{2}R = 4.157\ J/K$$