Statica dei fluidi

Corso di Complementi di Fisica
2014/2015
Corso di studi in Ingegneria edile

Università degli Studi del Molise

Solidi, liquidi e gas

- In natura le sostanze possono trovarsi in tre stati di aggregazione:

▶ Un **solido** può essere spostato come se fosse un oggetto unico. Può essere descritto con il modello del corpo rigido e, come tale, conserva *forma e volume* propri.

▶ Un **liquido** è un *fluido* che assume la forma del recipiente che lo contiene. Ha un *volume* proprio: è molto difficile comprimerlo in un volume più piccolo.

▶ Un **gas** (o aeriforme) è un *fluido* che occupa tutto il *volume* del recipiente che lo contiene. Può essere compresso in un volume più piccolo.

Caratteristiche di un fluido

FLUIDO sostanza senza "forma" propria (assume la forma del recipiente che la contiene)

- Liquido - volume limitato dalla superficie libera
- Gas - diffusione nell'intero volume disponibile

Un fluido può essere:

- omogeneo caratteristiche fisiche costanti per tutto il suo volume
- disomogeneo caratteristiche fisiche non costanti

Fluido "ideale": non comprimibile, omogeneo, senza attrito interno (non viscoso).

Esempio: Sangue
sospensione di cellule in soluzione acquosa di sali e molecole organiche
omogeneo a livello macroscopico, disomogeneo a livello microscopico

La densità

La densità *d* di un corpo è uguale al rapporto tra la sua massa *m* e il suo volume *V*.

massa (kg)

densità (kg/m^3)

$$d = \frac{m}{V}$$

volume (m^3)

La densità *d* è direttamente proporzionale alla massa *m* e inversamente proporzionale al volume *V*.

La pressione

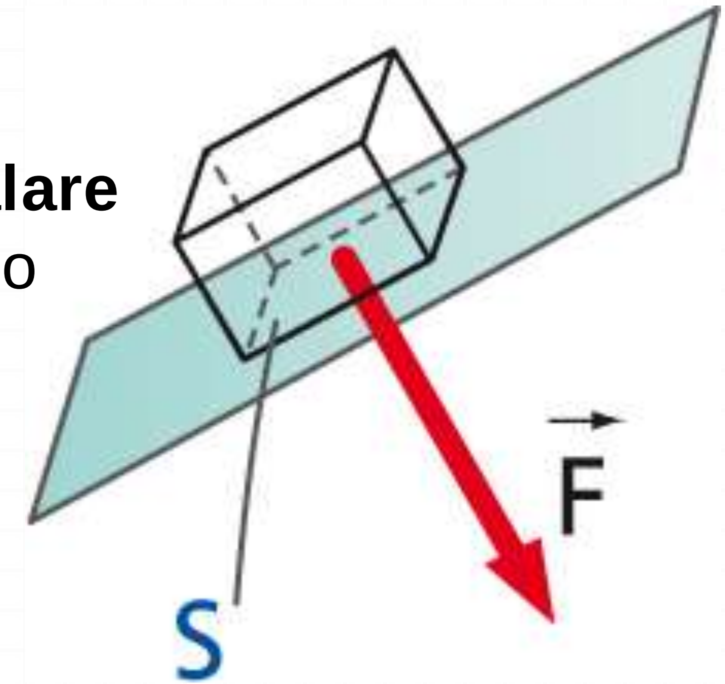
- La stessa forza può avere effetti diversi a seconda della superficie su cui agisce. Ad esempio chi cammina sulla neve:

▶ con le racchette affonda poco, perché il suo peso si distribuisce sulla superficie della racchetta.

▶ Se ha solo le scarpe, affonda di più, perché la superficie di appoggio è decisamente minore.

La pressione

La **pressione** è una grandezza **scalare** definita come il rapporto tra il modulo della forza (perpendicolare alla superficie) e l'area di questa superficie.



pressione (Pa)

forza perpendicolare alla superficie (N)

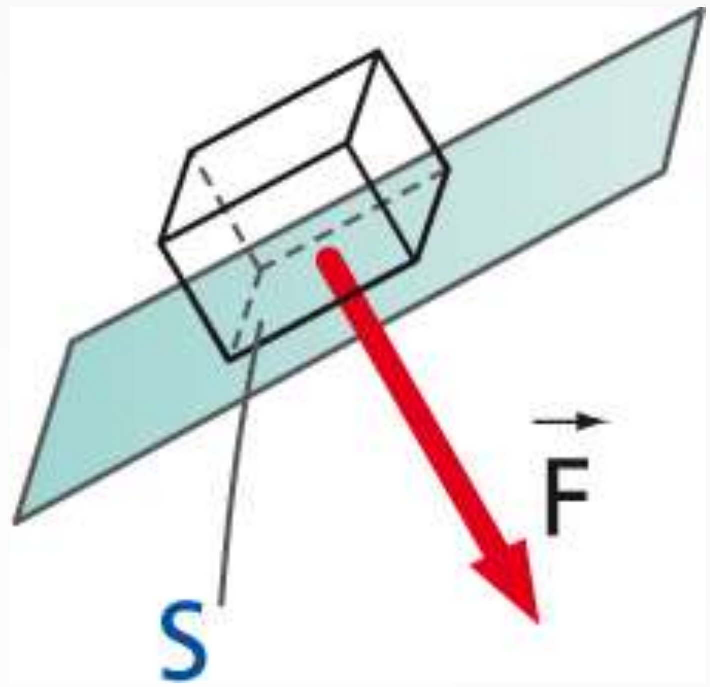
$$p = \frac{F}{S}$$

area della superficie (m^2)

La pressione

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura della pressione è il pascal (Pa).

$$1\,\mathrm{Pa} = \frac{1\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{m}^2}$$



Non conta la forza in se ma la sua componente perpendicolare

La pressione

- Esempio
  - Una stanza ha il pavimento di dimensioni 3.5 m per 4.2 m e altezza di 2.4 m.
  - Quant'è il peso dell'aria contenuta nella stanza alla pressione atmosferica?
- Soluzione
  - Il peso dell'aria è pari a *mg* dove *m* è la massa dell'aria contenuta nella stanza. La massa è legata al volume dalla relazione $m = \rho V$. La densità dell'aria a *1 bar* è pari a $1.21\ kg/m^3$ per cui possiamo scrivere:

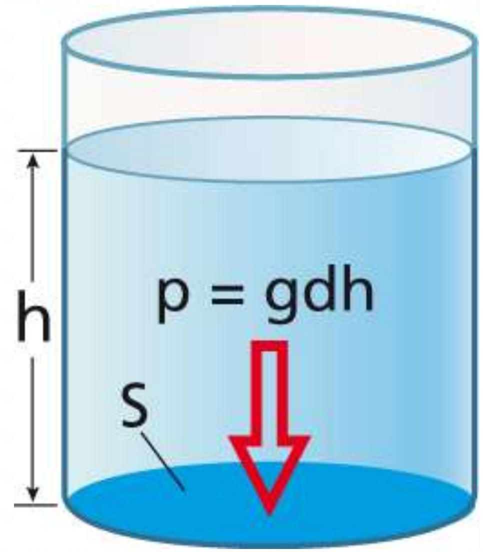
$$P = mg = \rho V g$$

$$= (1.21\, kg/m^3)(3.5 \cdot 4.2 \cdot 2.4) m^3 \cdot 9.81\, m/s^2$$

$$= 418\ N$$

La pressione della forza peso nei liquidi

- Ogni liquido è soggetto alla forza-peso, che determina una pressione data dalla legge di Stevino:
- *La pressione dovuta al peso di un liquido è proporzionale sia alla densità del liquido che alla sua profondità.*



$$p_l = g\,d\,h$$

pressione esercitata da un liquido (Pa)

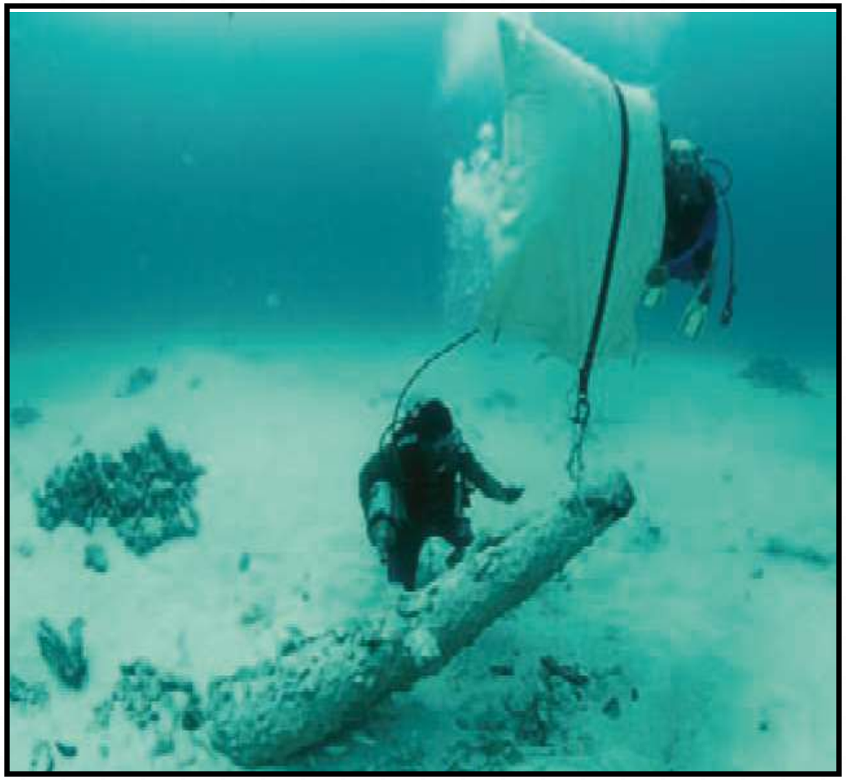
costante *g* (N/kg)

densità del liquido (kg/m^3)

profondità del liquido (m)

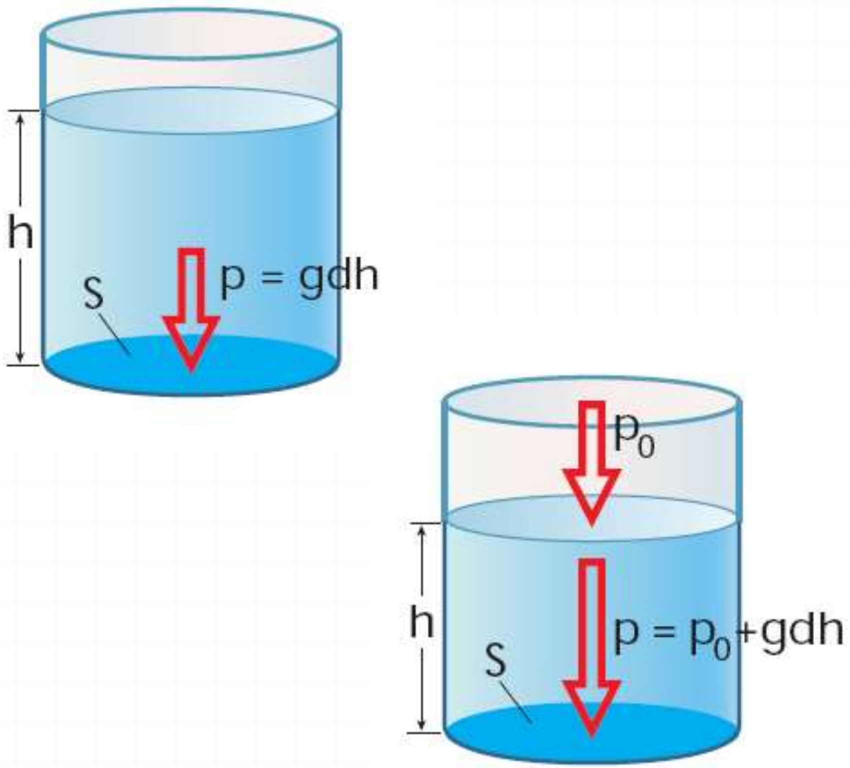
Esempio

- Qual è la pressione della colonna d'acqua a cui è sottoposto un sub che si trova a una profondità di 4 metri?
  - In generale, alla pressione dovuta alla colonna d'acqua, bisogna aggiungere la pressione atmosferica che agisce sulla superficie del mare: p0 = 10,1 x 104 Pa



$$p = gdh = \left(9{,}8\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right)\times\left(1{,}03\times10^{3}\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^{3}}\right)\times(4{,}0\ \mathrm{m}) = 4{,}0\times10^{4}\ \mathrm{Pa}$$

La pressione della forza peso nei liquidi



- La densità del liquido è il rapporto tra la sua massa ed il suo volume:

$$d = \frac{m}{V} \, .$$

- *gdh* è la pressione dovuta al peso della colonna d'acqua. Ad essa si deve sommare la pressione atmosferica p_0:

$$p = p_0 + gdh$$

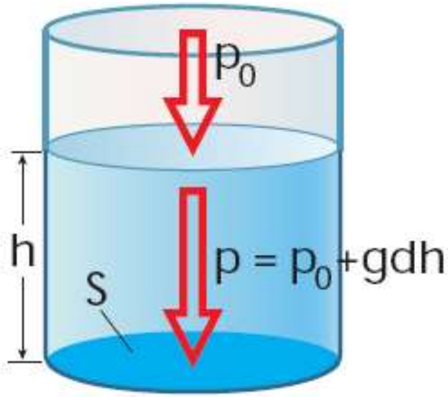
Dimostrazione della legge di Stevino

- La pressione sulla superficie *S* è causata dal peso del liquido sovrastante, di volume $V = Sh$ e massa $m = d\,V = dSh$.
- La pressione del liquido è:

$$p_l = \frac{F_p}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{d\cancel{S}hg}{\cancel{S}} = dhg.$$

- che nel caso più generale diventa:

$$p_l = gdh$$



ossia

$$\boxed{p = p_0 + gdh}$$

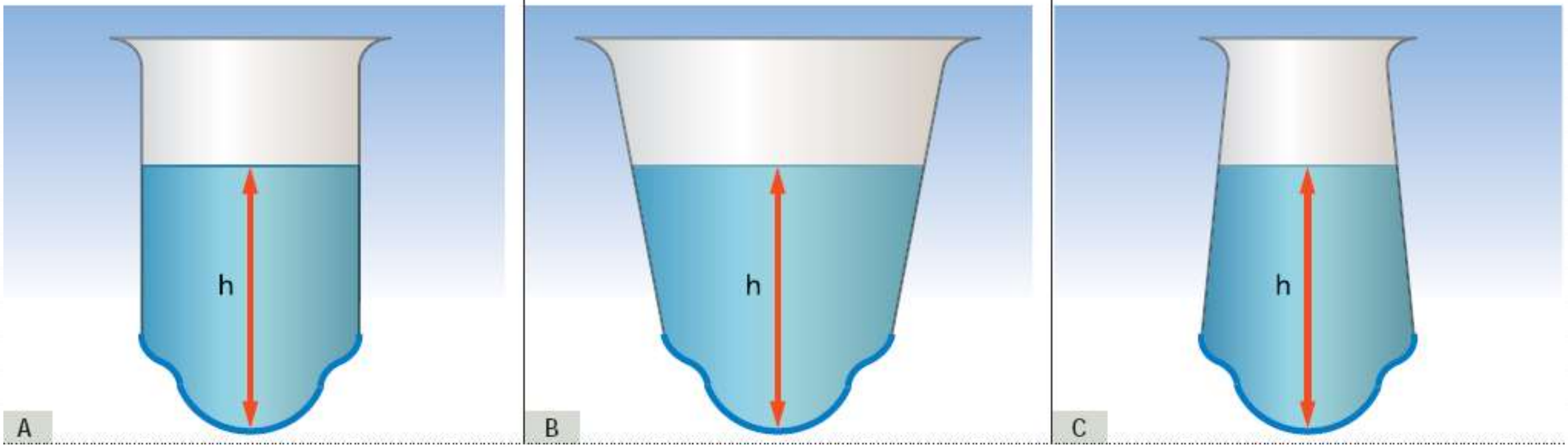
La pressione sul fondo del recipiente

- Prendiamo tre recipienti di forma diversa, chiusi alla base da una membrana di gomma:

▶ Se versiamo dell'acqua la membrana si gonfia per la pressione esercitata dal peso dell'acqua.

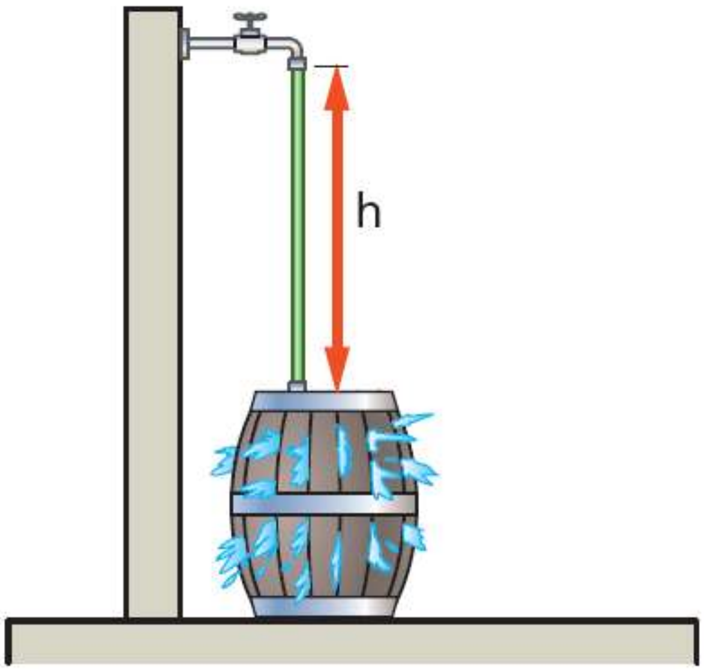
▶ Se l'acqua raggiunge la stessa altezza *h* nei tre vasi le tre membrane si gonfiano allo stesso modo.

▶ Ciò significa che la pressione alla base dei tre recipienti ha lo stesso valore.



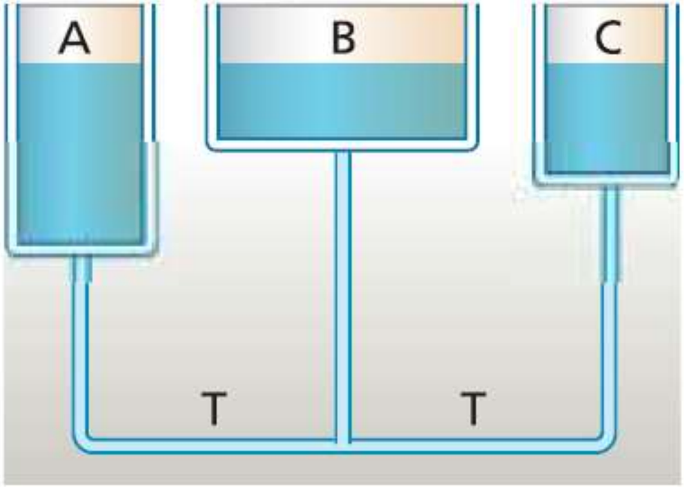
La pressione sul fondo del recipiente

- La pressione esercitata dal liquido dipende solo dal livello del liquido e non dalla quantità.
- Ad esempio, si può riuscire a spaccare una botte piena d'acqua aggiungendo solo un tubo sottile riempito d'acqua.



Vasi comunicanti

- I vasi comunicanti sono due o più recipienti uniti tra loro da un tubo di comunicazione.



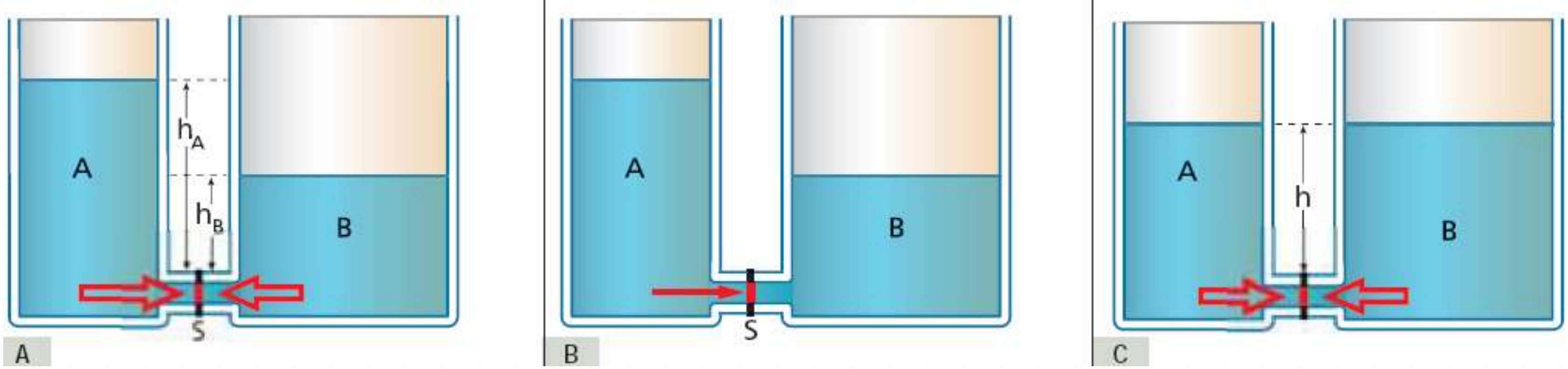
- Esaminiamo cosa succede quando i vasi comunicanti vengono riempiti con uno stesso liquido.

Vasi comunicanti

▶ Se l'altezza h_A del liquido nel recipiente di sinistra è maggiore di h_B, anche la pressione che agisce su S da sinistra è maggiore di quella da destra.

▶ Quindi la superficie S è spinta verso destra: si ha così un flusso di liquido dal recipiente in cui il liquido ha un'altezza maggiore verso l'altro.

▶ Soltanto quando la quota del liquido è la stessa nei due recipienti, le due pressioni che agiscono su S sono uguali e il liquido è in equilibrio.

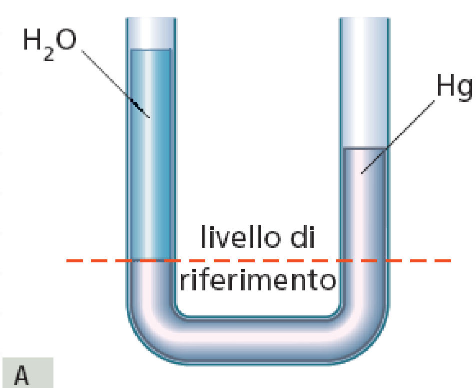


- Un liquido versato in un sistema di vasi comunicanti raggiunge in tutti i recipienti lo stesso livello.

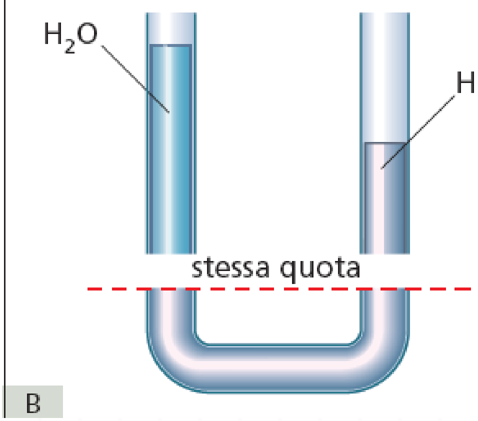
Vasi comunicanti

- **Caso generale**: due liquidi diversi.

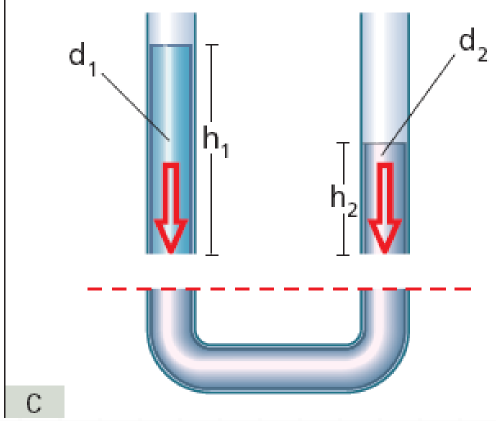
▶ all'equilibrio il mercurio, che ha una densità maggiore, raggiunge un'altezza minore dell'acqua.



▶ Trascuriamo il mercurio che si trova sotto la superficie di separazione con l'acqua, perché è in equilibrio di per sé.



▶ Il sistema è in equilibrio se le due pressioni esercitate dalle due colonne di liquido (alte h_1 e h_2) sono uguali.

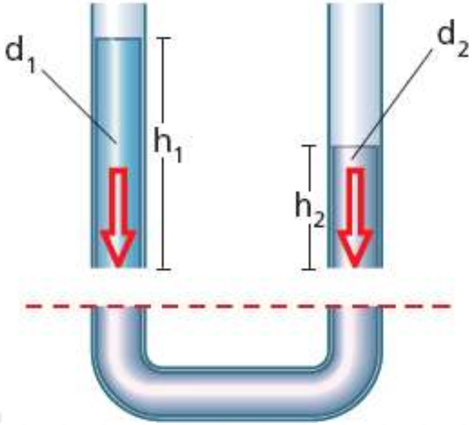


Vasi comunicanti

- Uguagliamo i valori della pressione nei due tubi, che sono dati da:

$$p_1 = d_1 \, g h_1 \qquad p_2 = d_2 \, g h_2.$$

$$d_1 \, \cancel{g} h_1 = d_2 \, \cancel{g} h_2$$

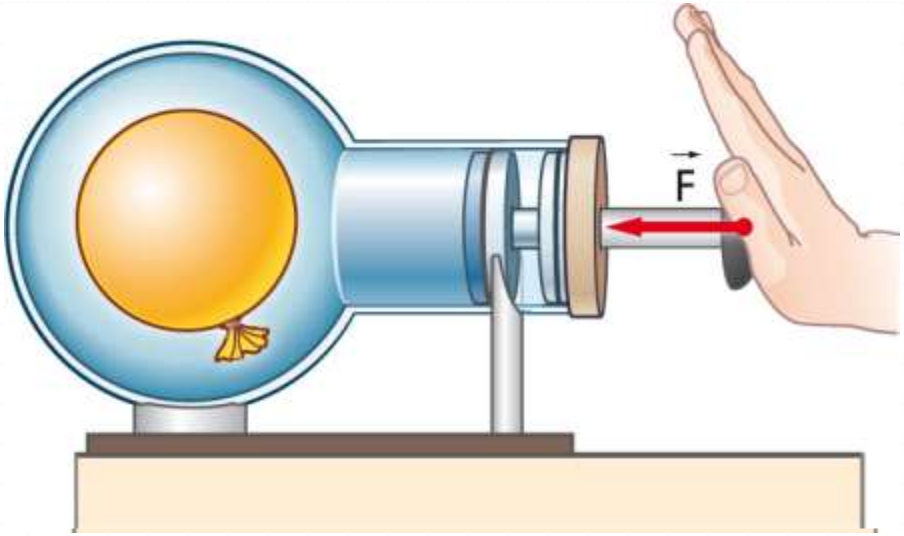


- Le altezze dei due liquidi sono inversamente proporzionali alle loro densità.

$$\boxed{\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1}}$$

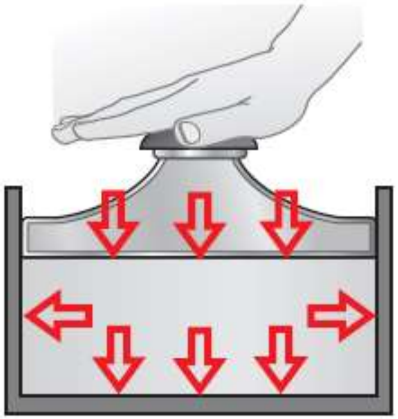
La legge di Pascal

La pressione esercitata su una superficie qualsiasi di un liquido si trasmette, con lo stesso valore, su ogni altra superficie a contatto con il liquido.

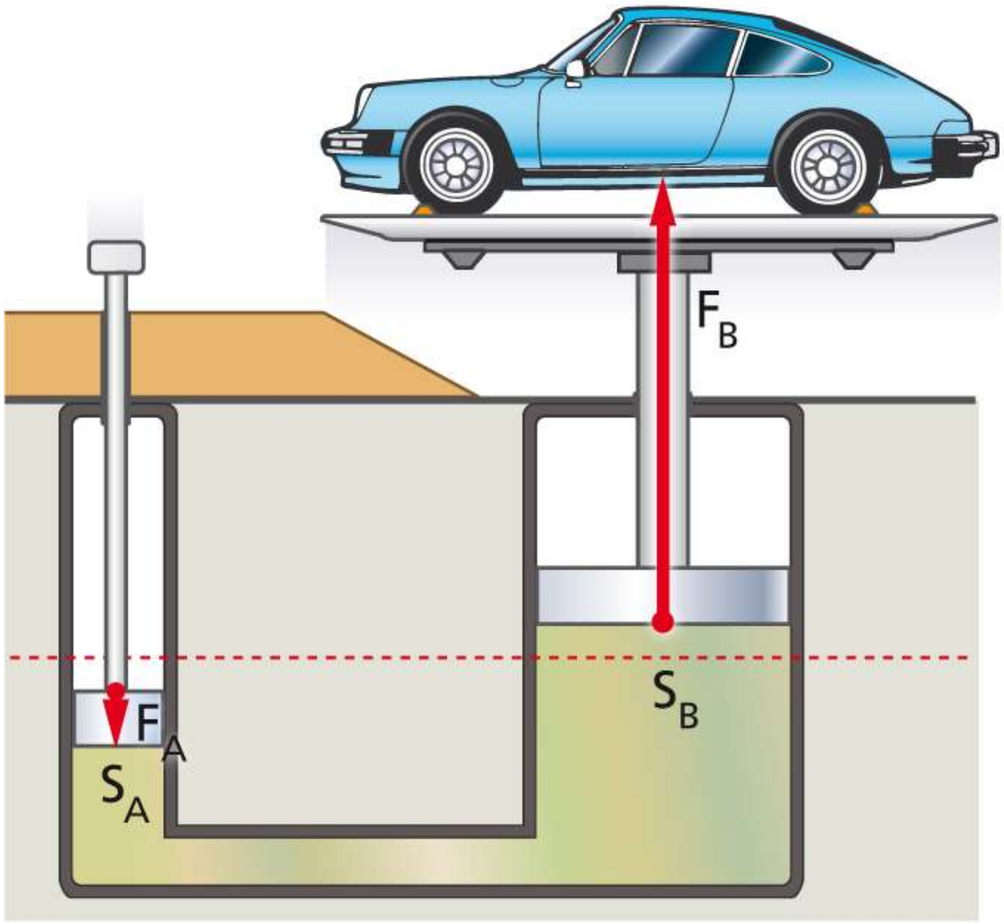


La legge di Pascal

- Il palloncino, posto nell'acqua, mantiene sempre la forma sferica.
- Questo è spiegato dalla legge di Pascal:
- La pressione esercitata su qualsiasi superficie di un liquido si trasmette, con lo stesso valore, su ogni altra superficie a contatto con il liquido.



Il torchio idraulico



Legge di Pascal

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

$$\downarrow$$

$$F_A : F_B = S_A : S_B$$

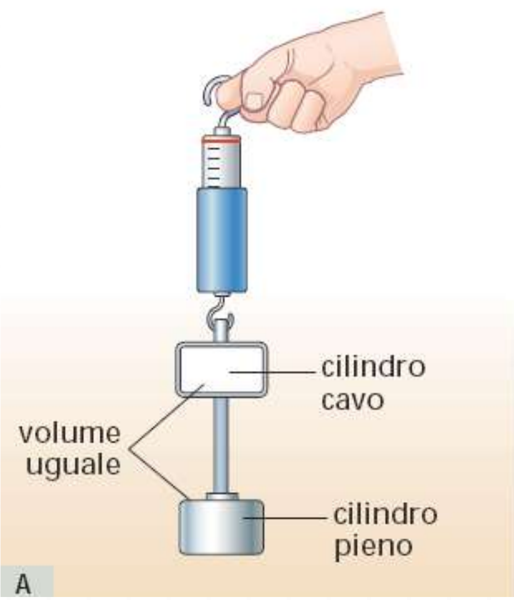
$$\downarrow$$

$$F_A = F_B \frac{S_A}{S_B}$$

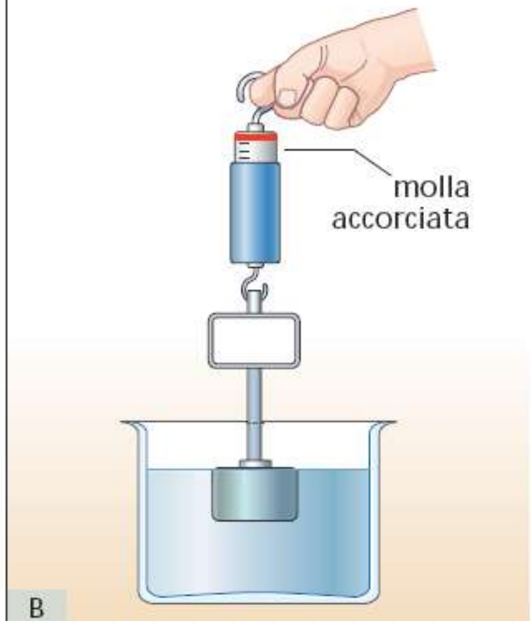
La spinta di Archimede

- Spiega perché alcuni corpi in acqua affondano mentre altri galleggiano.

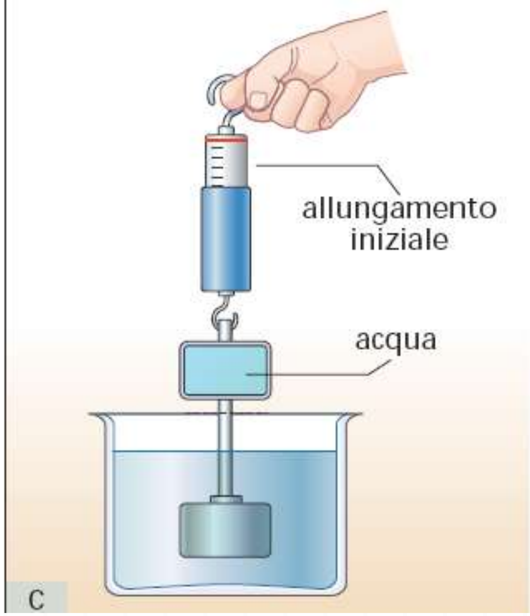
► Appendiamo a un dinamometro due cilindri: quello in basso è pieno, mentre quello in alto è cavo ma racchiude lo *stesso volume*.



► Immergiamo il cilindro pieno in acqua. La molla del dinamometro si accorcia: la forza che agisce su di esso è meno intensa.



► Riempiamo d'acqua il cilindro vuoto: l'allungamento del dinamometro ritorna identico a quello iniziale.



La spinta di Archimede

- Legge di Archimede: un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto di intensità pari al peso del volume del fluido spostato.

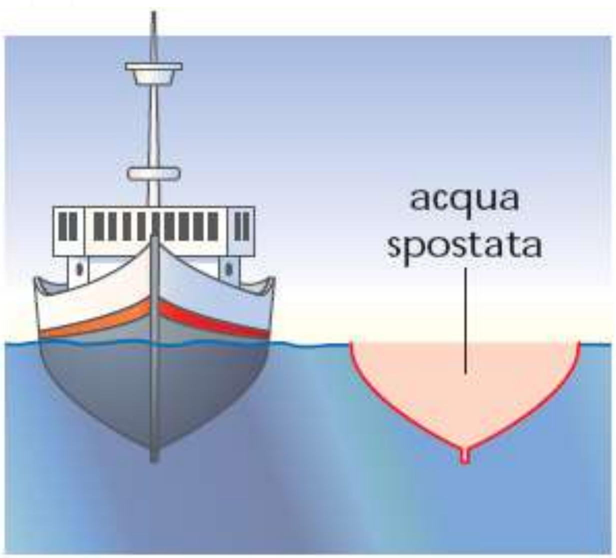
spinta di Archimede (N)

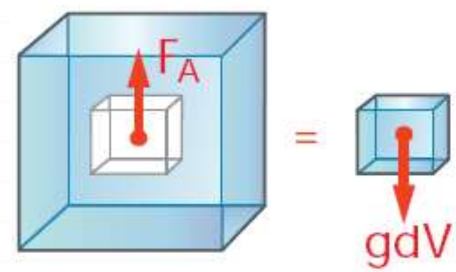
costante g (N/kg)

$$F_A = g\,d\,V$$

densità del liquido (kg/m^3)

volume del liquido spostato (m^3)

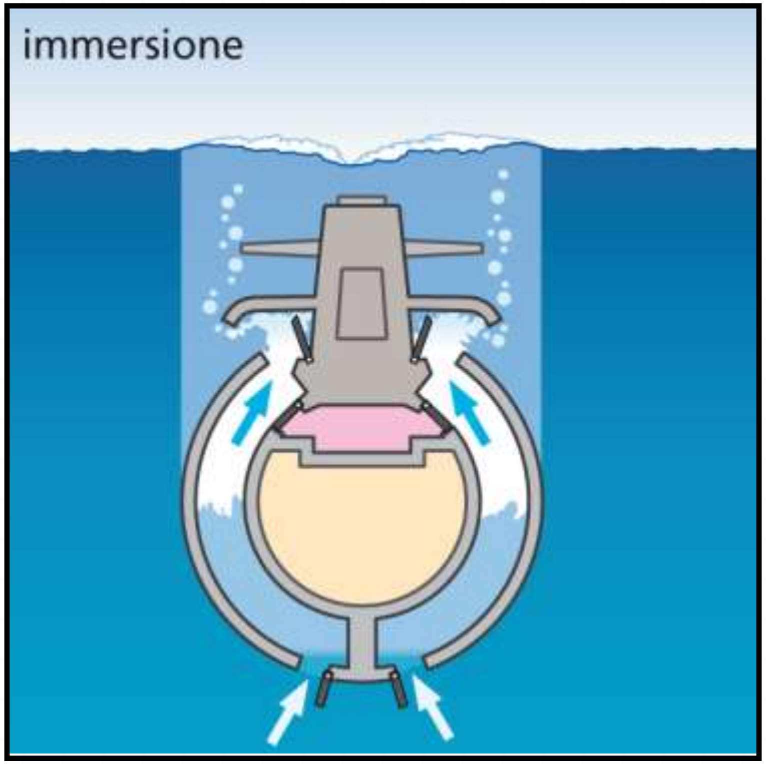




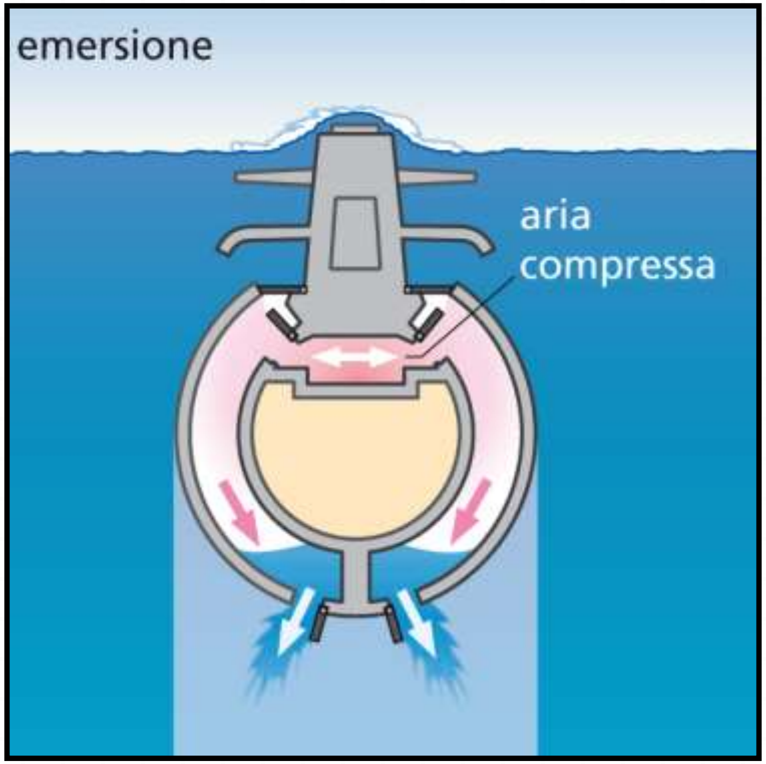
La spinta di Archimede

La legge di Archimede vale anche per i **gas**.

La spinta di Archimede



densità **maggiore** dell’acqua

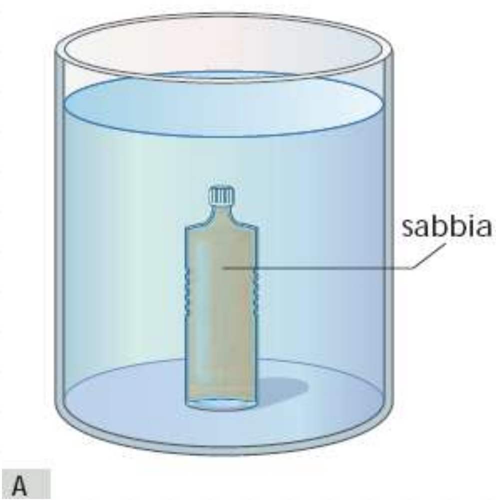


densità **minore** dell’acqua

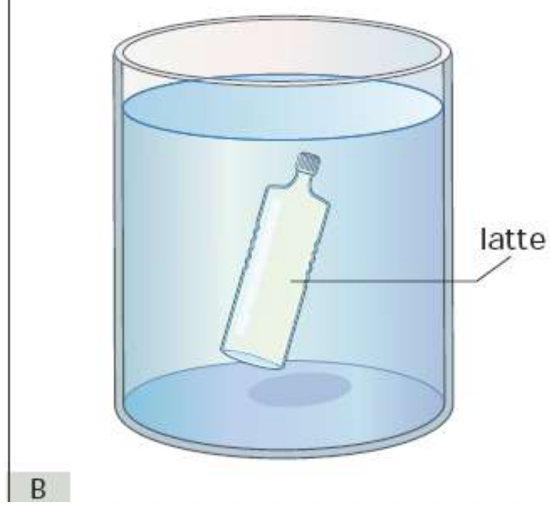
Il galleggiamento

- Quanto detto si verifica con un semplice esperimento, immergendo in acqua tre bottiglie diverse.

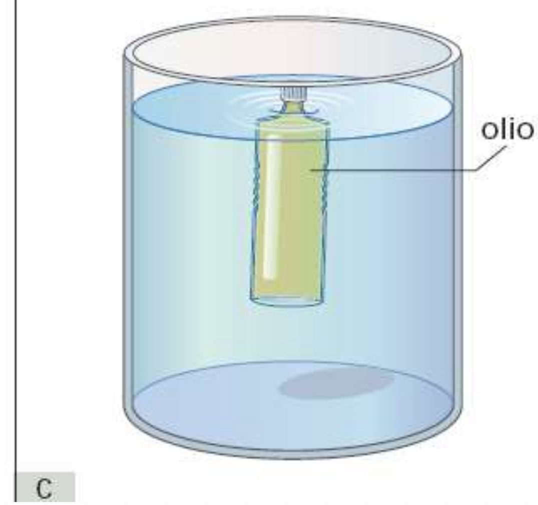
▶ La bottiglia piena di sabbia ha *densità maggiore* dell'acqua e affonda.



▶ La bottiglia di latte ha *densità uguale* all'acqua e galleggia, cioè non va né su né giù.



▶ La bottiglia di olio ha *densità minore* dell'acqua e sale verso la superficie.



La spinta di Archimede

- Qual è la frazione *f* visibile di un *iceberg* che galleggia in acqua di mare?

HRW 1 problema svolto 14.4 pag. 319

La spinta di Archimede

Soluzione:

Il volume totale dell'*iceberg* sia V_i. La sua parte invisibile sta sott'acqua e quindi è pari al volume V_f del fluido (acqua di mare) spostato dalla porzione sommersa. Vogliamo trovare la frazione f

$$f = \frac{V_i - V_f}{V_i} = 1 - \frac{V_f}{V_i}$$

Ma non conosciamo nessuno dei due volumi. Abbiamo però un'idea chiave, dal momento che l'*iceberg* galleggia il suo peso deve essere equilibrato dal peso della massa d'acqua spostata, cioè dovrà essere

$$m_i g = m_f g$$

Da cui si deduce che $m_i = m_f$. La massa dell'*iceberg* è dunque identica alla massa del fluido spostato (acqua di mare). Non conosciamo né l'una né l'altra, ma leggendo i valori delle loro masse volumiche (densità) nella tabella, possiamo esprimerle in termini di volume grazie alla definizione di densità. Dato che le masse sono uguali, avremo

$$\rho_i V_i = \rho_f V_f \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{\rho_i}{\rho_f}$$

Quindi possiamo scrivere

$$f = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_f} = 1 - \frac{917\,\frac{kg}{m^3}}{1024\,\frac{kg}{m^3}} = 0.1 = 10\%$$

La spinta di Archimede

Esercizio

Un pallone aerostatico sferico gonfiato con elio ha un raggio *R* di 12,0 m. Il pallone, comprese le corde e il cesto sottostante, ha una massa *m* di 196 Kg. Qual è il massimo carico *M* che il pallone può sollevare? Si assume $\rho_{He} = 0.160 \frac{Kg}{m^3}$ e $\rho_{aria} = 1.25 \frac{Kg}{m^3}$. Il volume d'aria spostato da cesto, carico e funi è trascurabile.

Soluzione:

L'idea chiave sta nel riconoscere che il pallone coi cavi, il cesto, il carico e l'elio contenuto formano un corpo galleggiante, di massa totale $m + M + m_{elio}$ dove quest'ultima è la massa del gas. Il modulo della forza gravitazionale complessiva di questo corpo deve eguagliare il peso dell'aria spostata (perché l'aria è il fluido nel quale galleggia). Chiamiamo m_{aria} la massa di quest'ultima. Dobbiamo quindi avere

$$(m + M + m_{He})g = m_{aria}\, g \Rightarrow M = m_{aria} - m_{He} - m$$

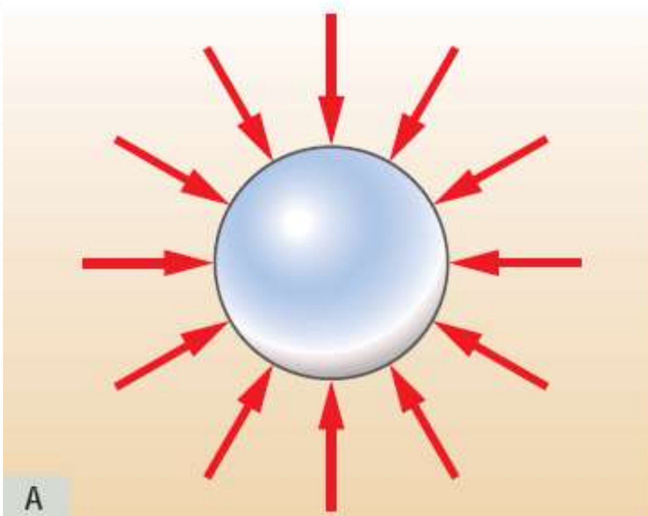
Le masse dell'elio e dell'aria spostate sono ignote ma ne conosciamo i valori di massa volumica che ci permettono di riscrivere la precedente equazione in termini di densità. Abbiamo detto che, trascurando gli altri elementi, il volume del fluido spostato si riduce al solo volume del pallone sferico $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Quindi possiamo scrivere

$$M = \rho_{aria} V - \rho_{He} V - m = \frac{4}{3}\pi R^3 (\rho_{aria} - \rho_{He}) - m = \frac{\frac{4}{3}\pi(12.0m)^3(1.25 - 0.160)kg}{m^3} - 196kg$$
$$= 7694\ kg$$

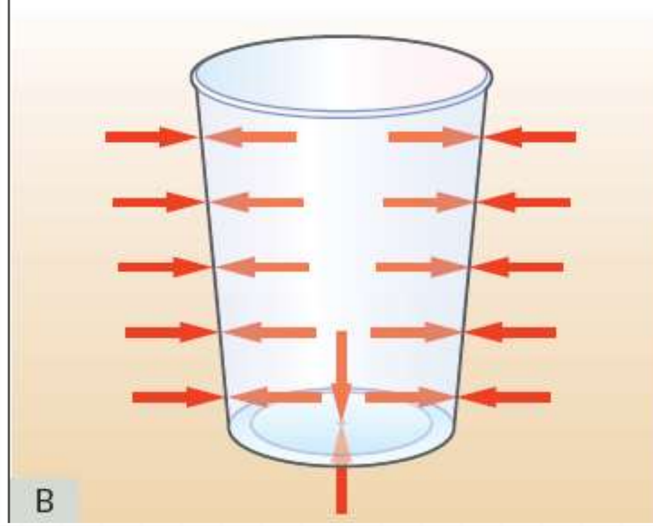
La pressione atmosferica

- Tutti gli oggetti sulla Terra sono sottoposti alla pressione esercitata dalla colonna d'aria che li sovrasta: la pressione atmosferica.

▶ Un oggetto massiccio risente di *forze*, dovute alla pressione atmosferica, che si equilibrano esattamente. Quindi non si sposta.

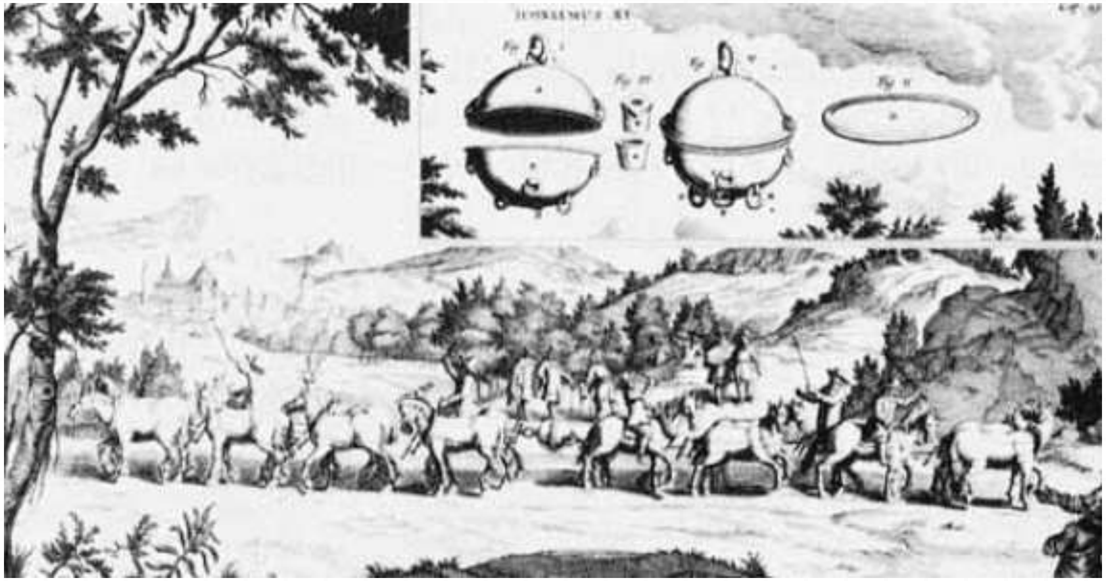


▶ Un oggetto cavo subisce *forze*, dovute alla pressione atmosferica, sulle superfici esterne e interne: non si deforma e non si sposta.



La pressione atmosferica

- Nel 1654 a Magdeburgo ebbe luogo un esperimento storico, in cui 16 cavalli non riuscirono a separare due semisfere metalliche tra cui era stato fatto il vuoto.



- La pressione atmosferica, agendo solo all'esterno delle semisfere, le rendeva inseparabili.

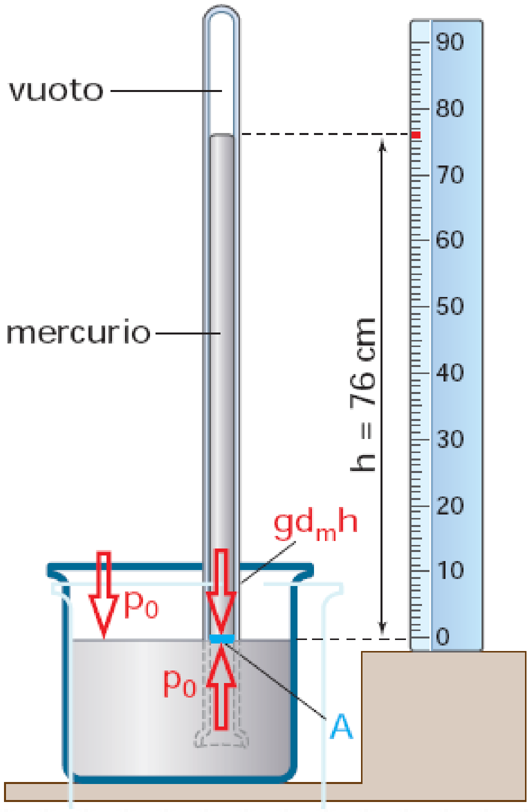
La pressione atmosferica

- Venne misurata da Evangelista Torricelli, che capovolse un tubo pieno di mercurio in una bacinella piena di mercurio.
- La pressione esercitata dalla colonna di mercurio deve uguagliare la pressione atmosferica sulla superficie libera.

$$\boxed{p_0 = g d_m h}$$

- Al livello del mare h=76 cm e

$$p_0 = 1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa.}$$



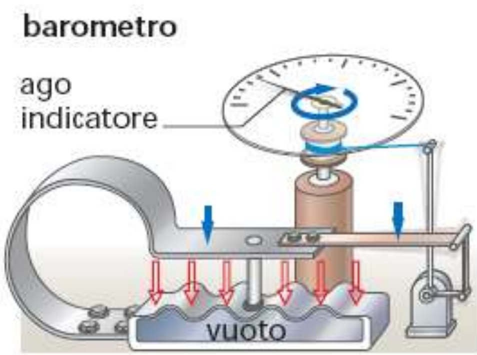
La pressione atmosferica

- Unità di misura della pressione atmosferica:
  - il pascal (Pa): 1 Pa = 1N/1m2;
  - l'atmosfera: 1 atm = 1,01 x 105 Pa;
  - il bar: 1 bar = 105 Pa (circa 1 atm) usato in meteorologia con il sottomultiplo mbar.

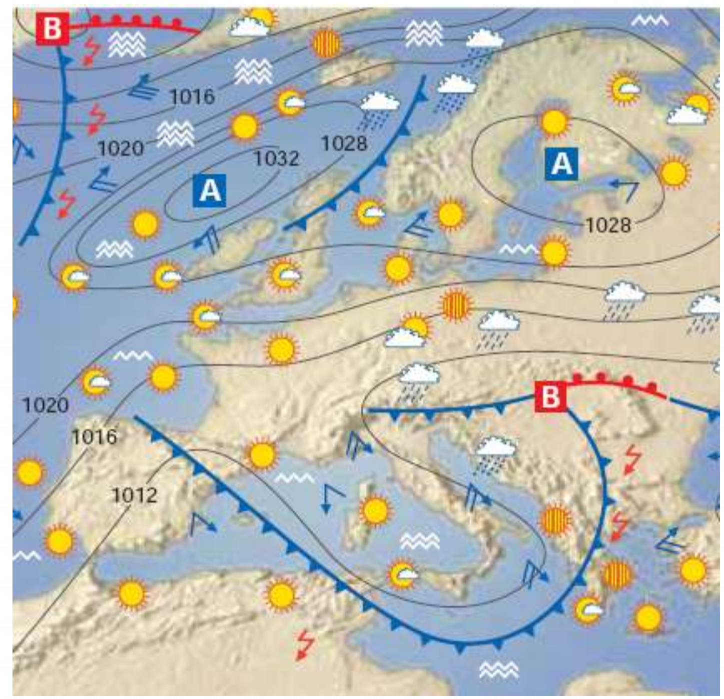
- La pressione diminuisce con l'altitudine perché la colonna d'aria che ci sovrasta è più bassa e più rarefatta.
- La diminuzione della pressione atmosferica è pari a circa **1300 Pa** per **ogni 100 m** di innalzamento.

La pressione atmosferica

- Strumenti di misura della pressione atmosferica:
- barometri a mercurio;
- barometri metallici.



In meteorologia si disegnano le curve in cui la pressione atmosferica ha lo stesso valore: le *isobare*.



A: alta pressione (bel tempo)
B: bassa pressione (maltempo).