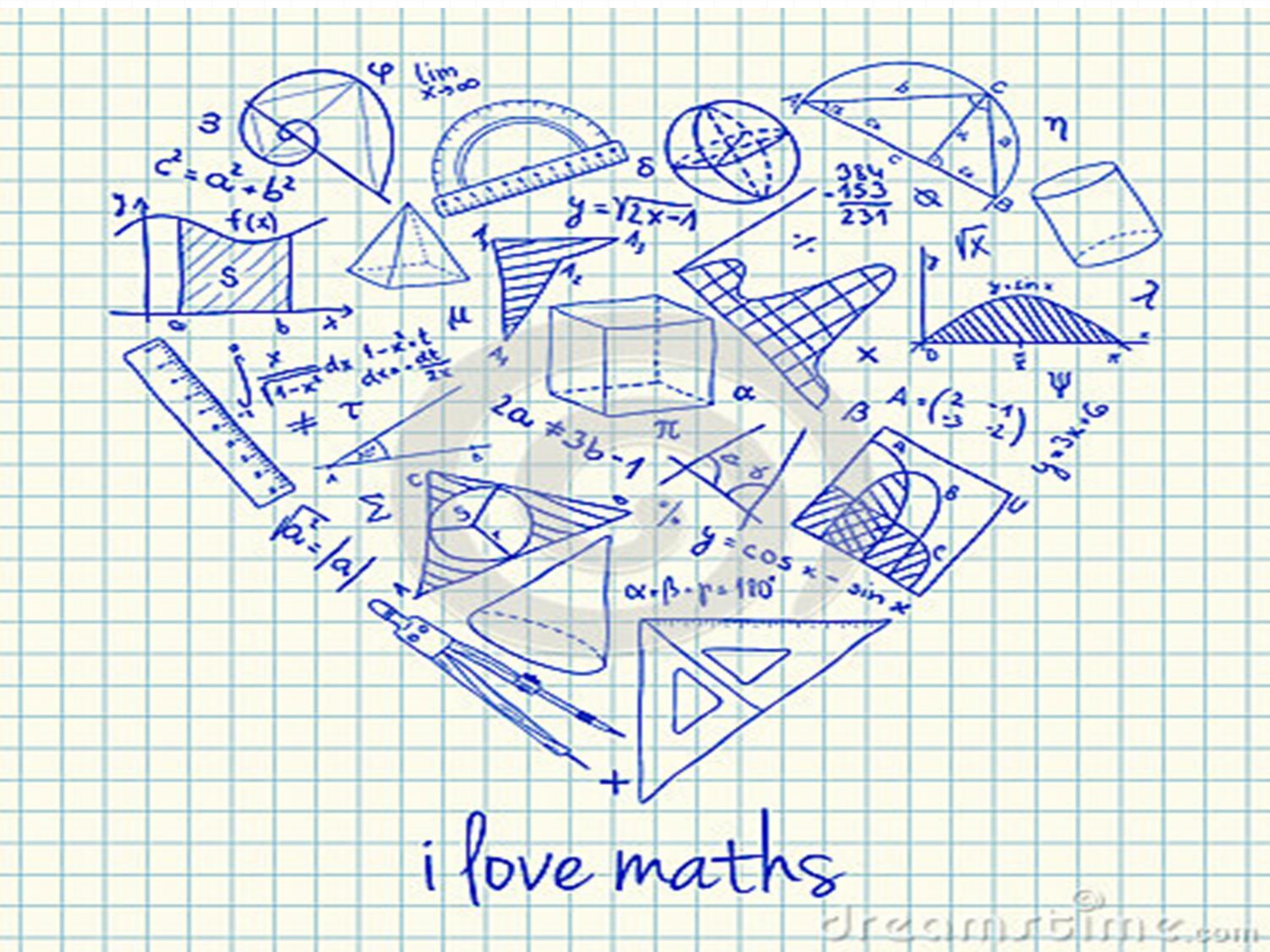
Prof. Roberto Capone

Lezione 1bis

Corso di Didattica della Matematica
2015/2015
Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria



$\lim_{x \to \infty}$
$c^2 = a^2 + b^2$
$f(x)$
$y = \sqrt{2x-1}$
$384 - 153 = 231$
$\sqrt{x}$
$y = \sin x$
$2a \neq 3b - 1$
$y = 3x + 6$
$\sqrt{a^2} = |a|$
$y = \cos x - \sin x$
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$
i love maths

I Numeri Naturali

I primi numeri che abbiamo usato sin da bambini per contare gli oggetti o le persone si chiamano numeri naturali

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \ldots$$

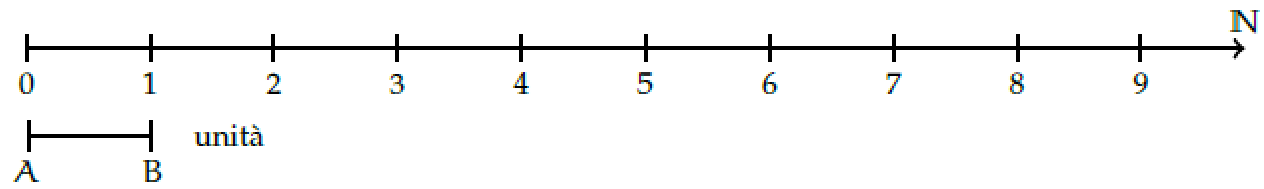
L’insieme di tutti questi numeri si indica con la lettera **N**.

Ma i numeri naturali non servono solo per indicare quanti oggetti ci sono (aspetto cardinale del numero), vengono usati anche per rappresentare l’ordine con cui si presentano gli oggetti, (aspetto ordinale), l’ordine per esempio con cui i corridori arrivano al traguardo: primo, secondo, terzo. . .

I numeri naturali possono essere rappresentati su una semiretta: si identifica il numero 0
con l’origine della semiretta, come verso di percorrenza si prende quello da sinistra verso
destra e come unità di misura un segmento AB. Si riporta questa unità di misura più volte
partendo dall’origine e a ogni passo si va al numero successivo.

I Numeri Naturali

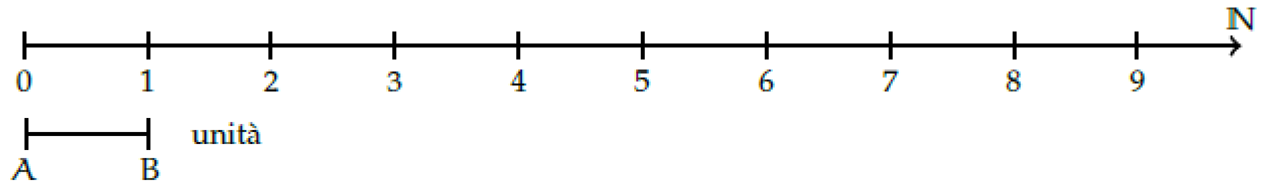
I numeri naturali possono essere rappresentati su una semiretta: si identifica il numero 0 con l'origine della semiretta, come verso di percorrenza si prende quello da sinistra verso destra e come unità di misura un segmento AB. Si riporta questa unità di misura più volte partendo dall'origine e a ogni passo si va al numero successivo.



Ogni numero naturale si costruisce a partire dal numero 0 e passando di volta in volta al numero successivo: 1 è il successore di 0, 2 è il successore di 1, 3 è il successore di 2, etc.
Ogni numero naturale ha il successore e ogni numero, a eccezione di 0, ha il precedente.
L'insieme **N** ha 0 come elemento minimo e non ha un elemento massimo.

I Numeri Naturali

I numeri rappresentati sulla retta sono sempre più grandi man mano che si procede da sinistra verso destra.
Ogni numero è maggiore di tutti i suoi precedenti, quelli che stanno alla sua sinistra, e minore di tutti i suoi successivi, quelli che stanno alla sua destra.
Tra i numeri naturali esiste quindi una relazione d’ordine, che si rappresenta con il simbolo di disuguaglianza (≤ si legge “minore o uguale di”) o disuguaglianza stretta (< si legge “minore di”).
Grazie a questo ordinamento, è sempre possibile confrontare due numeri naturali qualsiasi.



I Numeri Naturali

La nozione seguente è alla base della teoria dei numeri naturali

1. Esiste un numero naturale, 0
2. Ogni numero naturale ha un numero naturale successore
3. Numeri diversi hanno successori diversi
4. 0 non è il successore di alcun numero naturale
5. Ogni sottoinsieme di numeri naturali che contenga lo zero e il successore di ogni proprio elemento coincide con l'intero insieme dei numeri naturali (assioma dell'induzione)

Questi 5 assiomi costituiscono i cosiddetti assiomi di Peano e sono enunciati qui in maniera informale.
Lo scopo di Peano era quello di definire in maniera assiomatica l’insieme dei numeri naturali.

I Numeri Naturali

Vale la seguente legge:

Legge 1.1 (di tricotomia). *Dati due numeri naturali n, m vale sempre una delle seguenti tre relazioni:* $n>m$, $n<m$, $n=m$.

Un elemento $n \in N$ viene detto minimo se $n \leq m, \forall m \in N$

Un elemento $n \in N$ viene detto massimo se $n \geq m, \forall m \in N$

Le relazioni $\leq$ e $\geq$ sono dette relazioni d'ordine.
Una relazione si dice d'ordine se gode delle seguenti proprietà:

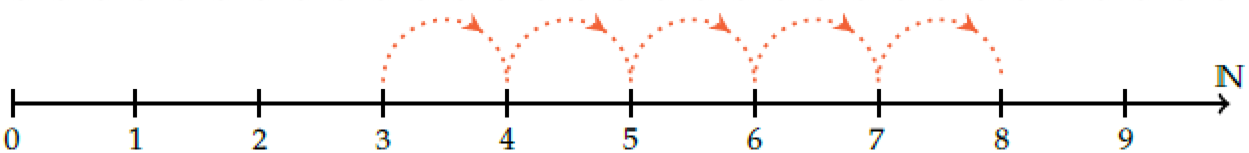
1. Riflessiva: $x \leq x$
2. Asimetrica: se $x \leq y$ e $y \leq x$ allora $x = y$
3. Transitiva: $x \leq y$ e $y \leq z$ allora $x \leq z$

I Numeri Naturali

Tra i numeri naturali è definita l'operazione di addizione come segue:

Definizione 1.1. Dati due numeri naturali n e m, detti *addendi*, l'operazione di *addizione* associa ai due addendi un terzo numero s, detto *somma*, che si ottiene partendo da n e procedendo verso i successivi di n tante volte quante indica il secondo addendo m. Si scrive $n + m = s$.

Ad esempio se vogliamo eseguire la somma 3 + 5, dobbiamo partire da 3 e contare 5 numeri successivi:



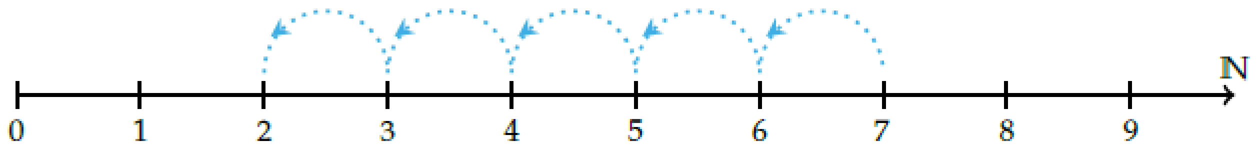
Definizione 1.2. Dati due numeri naturali n, m, detti *fattori*, l'operazione di *moltiplicazione* associa ai due fattori un terzo numero p, detto *prodotto*, che si ottiene sommando n addendi tutti uguali a m.

Per eseguire la moltiplicazione 4 2 dobbiamo addizionare 2 + 2 + 2 + 2, otteniamo 8. Le operazioni di addizione e moltiplicazione si dicono operazioni interne all'insieme dei numeri naturali, esse infatti danno sempre come risultato un numero naturale.

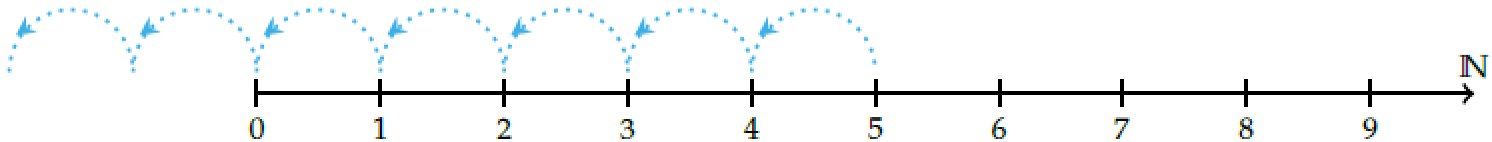
I Numeri Naturali

Definizione 1.3. Dati due numeri naturali n e m, il primo detto *minuendo* e il secondo *sottraendo*, si dice *differenza* il numero naturale d, se esiste, che aggiunto ad m dà come somma n. Si scrive $n - m = d$.

Non esiste invece la differenza tra 5 e 7, in quanto nessun numero naturale aggiunto a 7 può dare 5.
Ritornando alla rappresentazione dei numeri naturali sulla semiretta orientata, la differenza tra i numeri 7 e 5 si può trovare partendo da 7 e procedendo a ritroso di 5 posizioni.



Diventa allora evidente perché non è possibile trovare la differenza tra 5 e 7, infatti partendo dal 5 non è possibile andare indietro di 7 posizioni, poiché non è possibile andare oltre il numero 0 che è il più piccolo dei numeri naturali.



I Numeri Naturali

Definizione 1.4. Dati due numeri naturali n e m, con $m \neq 0$, il primo detto *dividendo* e il secondo *divisore*, si dice *quoziente esatto* un numero naturale q, se esiste, che moltiplicato per m dà come prodotto n. Si scrive $n : m = q$.

Se il quoziente esiste, il numero m si dice divisore di n, oppure si dice che n è divisibile per m.

Definizione 1.5. Un numero naturale m si dice *multiplo* di un numero naturale n se esiste un numero p che moltiplicato per n dà m, cioè $m = n \cdot p$.

La divisione tra due numeri naturali non è sempre possibile. Con i numeri naturali però è sempre possibile eseguire la divisione con il resto.

Definizione 1.6. Dati due numeri naturali n e m, con $m \neq 0$, si dice *quoziente* tra n e m, il più grande numero naturale q che moltiplicato per m dà un numero minore o uguale a n. Si dice *resto* della divisione tra n e m la differenza r tra il dividendo n e il prodotto tra il divisore m e il quoziente q. In simboli $n = m \times q + r$ o anche $r = n - m \times q$.

I Numeri Naturali

Osservazione Nella definizione di quoziente abbiamo sempre richiesto che il divisore sia diverso da zero. In effetti, se il divisore è 0 non c'è nessun numero che moltiplicato per 0 ci possa dare un dividendo diverso da zero. Per esempio, nella divisione 5 : 0 dobbiamo ottenere un numero che moltiplicato per 0 dia 5; ciò non è possibile in quanto qualsiasi numero moltiplicato per 0 dia 0.
Invece nella divisione 0 : 0 un qualsiasi numero è adatto
come quoziente, infatti qualsiasi numero moltiplicato per 0 dà 0 come prodotto.
Nel linguaggio matematico diciamo che una divisione del tipo n : 0, con n 6= 0, è impossibile; mentre la divisione 0 : 0 è indeterminata.

Definizione 1.7. Dati due numeri naturali n e m, con $m \neq 0$, la *divisione intera* n div m è l'operazione che dà il più grande numero naturale q (il quoziente) per il quale si ha $q \times m \leqslant n$.

Definizione 1.8. Dati due numeri naturali n e m, con $m \neq 0$, l'operazione che restituisce il resto della divisione intera tra n e m si chiama *modulo* di n rispetto a m e viene indicata con $n \bmod m$.

I Numeri Naturali

Un'operazione gode della **proprietà commutativa** se, cambiando l'ordine dei numeri sui quali essa va eseguita, il risultato non cambia.
La proprietà commutativa vale per le seguenti operazioni:

addizione a + b = b + a.

Es. 3 + 5 = 5 + 3 = 8;

moltiplicazione $a \cdot b = b \cdot a$.

Es. $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$.

Un'operazione gode della proprietà associativa se, presi arbitrariamente tre numeri legati da due operazioni, è indifferente da quale operazione si inizia, in quanto il risultato che si ottiene è sempre lo stesso.
La proprietà associativa vale per le seguenti operazioni:

addizione (a + b) + c = a + (b + c).

Es. (3 + 5) + 2 = 3 + (5 + 2) = 10;

moltiplicazione $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Es. $(3 \cdot 5) \cdot 2 = 3 \cdot (5 \cdot 2) = 30$.

I Numeri Naturali

Un'operazione ha un elemento neutro se composto con qualsiasi altro numero lo lascia invariato, sia quando il numero è a destra, sia quando è a sinistra.
L'elemento neutro dell'addizione è 0, sia che si trovi a destra che a sinistra:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

L'elemento neutro della moltiplicazione è 1, sia che si trovi a destra sia che si trovi a sinistra:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

La divisione ha l'elemento neutro a destra, che è 1, ma non ha elemento neutro a sinistra:

$$a : 1 = a, 1 : a \neq a, se\, a \neq 1.$$

I Numeri Naturali

La **proprietà distributiva** coinvonge due operazioni differenti.

Proprietà distributiva della moltiplicazione
Rispetto all'addizione Moltiplicare il risultato dell'addizione di più numeri per un altro numero dà lo stesso risultato che moltiplicare ogni addendo per il fattore e addizionare i prodotti ottenuti. Questa proprietà vale sia se la somma è a destra sia se è a sinistra.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c = (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$3 \cdot (2 + 4) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 18 \cdot (2 + 4) \cdot 3$$
$$= 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 18.$$

Rispetto alla sottrazione In maniera analoga:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c = (a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

$$6 \cdot (10 - 4) = 6 \cdot 10 - 6 \cdot 4 = 36 \cdot (10 - 4) \cdot 6$$
$$= 10 \cdot 6 - 4 \cdot 6 = 36.$$

Proprietà distributiva della divisione
Rispetto all'addizione **Rispetto alla sottrazione**

I Numeri Naturali

Legge 1.2 (Annullamento del Prodotto). *Il prodotto di due o più numeri naturali si annulla se almeno uno dei fattori è nullo.*

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \textit{ oppure } b = 0.$$

La potenza di un numero naturale è una moltiplicazione che ha tutti i fattori uguali.

Definizione 1.9. Dati due numeri naturali a e b, con $b > 1$ il primo detto *base*, il secondo *esponente*, la potenza di a con esponente b è il numero p che si ottiene moltiplicando fra loro b fattori tutti uguali ad a. Si scrive $a^b = p$ e si legge "a *elevato a* b *uguale a* p".

Proprietà delle potenze

I Numeri Naturali

«*La matematica è la regina delle scienze e la teoria dei numeri (o aritmetica) è la regina della matematica*»,

C. F. Gauss (1777-1855).

È ricca di problemi aperti che sono facili da enunciare ma molto difficili da risolvere, anche quando si ricorre alla potenza dei calcolatori.

Un ruolo fondamentale è occupato dai ***numeri primi***.

Essi permettono di rivelare la struttura di un numero composto, come accade per gli atomi nella composizione di una molecola.

Teorema fondamentale dell'aritmetica: *ogni numero intero maggiore di 1 può essere scomposto in un unico modo in un prodotto di fattori primi*.

I Numeri Naturali

La casetta nel bosco

In una casetta nel bosco ci sono 15 piattini in fila.

Sul primo c'è una noce, sul secondo ci sono 2 noci, sul terzo 3 e così via fino al quindicesimo piattino su cui ci sono 15 noci.

Ogni tanto uno scoiattolo entra nella casetta, sceglie alcuni piattini e mangia delle noci prendendone lo stesso numero da ognuno dei piattini scelti.

Se fa quattro visite alla casetta, è possibile che riesca a mangiare tutte le noci?

I Numeri Naturali

Questioni di Divisibilità

- Aldo, Bruno e Carlo fanno le seguenti affermazioni.

  Aldo: "*La somma di tre numeri interi consecutivi è sempre divisibile per 2*".

  Bruno: "*La somma di tre numeri interi consecutivi non è mai divisibile per 2*".

  Carlo: "*La somma di tre numeri interi consecutivi è sempre divisibile per 3*".

  Stabilite chi ha ragione e chi ha torto, giustificando le vostre risposte

- Se si moltiplicano fra di loro tutti i numeri interi dispari compresi fra 1 e 2012, con quale cifra termina il prodotto?

I Numeri Naturali

Quanti sono i numeri primi?

La risposta si trova già nell'opera di Euclide «Elementi» del 300 a.C.

Alla Proposizione 20 del Libro IX egli dimostra che: «*Esistono numeri primi in numero maggiore di quanti se ne voglia proporre*»

La dimostrazione è costruttiva e procede «*per assurdo*».

(Si considerano tre numeri primi qualsiasi *a*, *b*, *c* e si prova che ne esiste almeno un quarto diverso da questi…).

Dimostrazione

Prendiamo il numero $d = abc + 1$

$$d > a, d > b, d > c, d \neq a, d \neq b, d \neq c$$

Se d è primo è il quarto numero primo che cercavamo.

Se d non è primo allora (per il teorema fondamentale dell'aritmetica) ammette almeno un divisore primo h diverso da 1.

Se $h \neq a$, $h \neq b$, $h \neq c$ è il quarto numero primo (dobbiamo dimostrarlo)

Per assurdo se $h = a$ allora h divide abc (h divide d per ipotesi) allora divide la loro differenza.

La differenza è $abc + 1 - abc$. Pertanto h divide 1 e ciò è assurdo.
Analogamente per gli altri due.

I Numeri Naturali

Dalla dimostrazione di Euclide si ricava un algoritmo per costruire una successione di numeri primi:

$$2 + 1 = 3$$
$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 = 211$$
$$\ldots$$

- ✓ Procedendo in questo modo si ottengono tutti i numeri primi?
- ✓ I numeri che si ottengono sono sempre primi?

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 + 1 = 30031 = 59 \cdot 509$$

I Numeri Naturali

Il crivello di Eratostene

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

Prime numbers

I Numeri Naturali

Le congetture di Fermat

1. I numeri della forma
   $\boldsymbol{F_n = 2^{2^n} + 1}$
   $con\ n \in N$ sono tutti primi.

Eulero nel 1732 ha confutato tale congettura trovando un controesempio per n = 5,
$F_5 = 641 \cdot 6700417 = 4294967297$

2. Ogni numero primo della forma ***4n + 1*** si può scrivere come somma di due quadrati.

$$5 = 4 \cdot 1 + 1 = 1^2 + 2^2$$
$$13 = 4 \cdot 3 + 1 = 2^2 + 3^2$$
$$41 = 4 \cdot 10 + 1 = 4^2 + 5^2$$
$$113 = 4 \cdot 28 + 1 = 8^2 + 7^2$$

……

Qual è il successivo?

In questo caso sempre Eulero ha dimostrato la verità della congettura.

I Numeri Naturali

ALTRE CONGETTURE… *ancora irrisolte*

- **Congettura dei primi gemelli**: *esistono infiniti numeri primi «gemelli»* (ossia coppie di primi che differiscono tra loro di due unità: p; $p + 2$)

3 e 5
5 e 7
11 e 13
17 e 19
…?

- **Congettura di Goldbach**: *ogni numero naturale pari maggiore di 2 è somma di due numeri primi* (anche uguali).

$4 = 2 + 2$
$6 = 3 + 3,$
$8 = 3 + 5,$
$10 = 3 + 7 = 5 + 5$
…?

I Numeri Naturali

CONGETTURA DI MERSENNE

I numeri della forma: $\boldsymbol{M_n = 2^n - 1}$ con n numero primo, sono tutti primi.

Sono stati trovati circa 50 numeri primi di Mersenne, l'ultimo ha 17 milioni di cifre.
Essi trovano applicazione nella *crittografia*.

Si è scoperto che per n = 67 e n = 257 la formula non restituisce numeri primi.
Anche questa congettura è falsa!

I Numeri Naturali

I numeri perfetti

Tra i primi dieci numeri naturali c'è un solo numero perfetto, qual è?

Un algoritmo che permette di ricavare numeri perfetti si trova già esposto negli «Elementi» di Euclide, alla Proposizione 36 del Libro IX:

Se $2^n - 1$ è un numero primo *allora*

$$(2^n - 1) \cdot 2^{n-1}$$

è un numero perfetto.

Problemi aperti:

- Esistono numeri perfetti dispari?
- Esistono infiniti numeri perfetti pari (e quindi infiniti primi di Mersenne)?

Sono quei numeri che risultano uguali alla somma dei loro divisori propri (ovvero compresa l'unità ed escluso il numero stesso).

Congettura provata da Eulero: *ogni numero perfetto pari è di questo tipo.*

I Numeri Naturali

I numeri amici o amicabili

Sono due numeri tali che ognuno risulta uguale alla somma di tutti i divisori dell'altro (compresa l'unità ed esclusi i numeri stessi).

220 e 228 formano una coppia di numeri amicabili?

Altre coppie di numeri amici sono:

1184 e 1210

17296 e 18416

La prima trovata nel 1867 da un ragazzo di 16 anni; la seconda, già trovata dai matematici arabi, fu riscoperta da Fermat nel 1636.
Eulero fornì una lista di 60 coppie di numeri amici, estesa poi nel tempo.

QUANTI DIVISORI HA UN NUMERO?

Se $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$ è la scomposizione in fattori primi di n allora il *numero dei divisori* di n è dato da $(\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \cdots \cdot (\alpha_k + 1)$.

I Numeri Naturali

QUALCHE PROBLEMA…

- Con 50 caramelle, 40 confetti e 45 cioccolatini devi preparare il massimo numero di sacchetti, tutti uguali tra di loro, senza far avanzare dolciumi.
  Quanti sacchetti puoi preparare? Quanti dolci per tipo dovrai mettere in ciascun sacchetto?

- Alessandro, Salvatore, Matteo e Federico frequentano la stessa piscina. Alessandro ci va ogni 2 giorni, Salvatore ogni 4 giorni, Matteo ogni 6 giorni e Federico ogni 8 giorni. Se i quattro amici si sono trovati insieme in piscina domenica 15 novembre, quando si incontreranno nuovamente?

I Numeri Naturali

ALGORITMO EUCLIDEO DELLA DIVISIONE

Dati due numeri naturali a e b con $b \neq 0$
fare $a : b$ vuol dire trovare due numeri q ed r, con $0 \leq r < b$ tali che:

$$a = bq + r$$

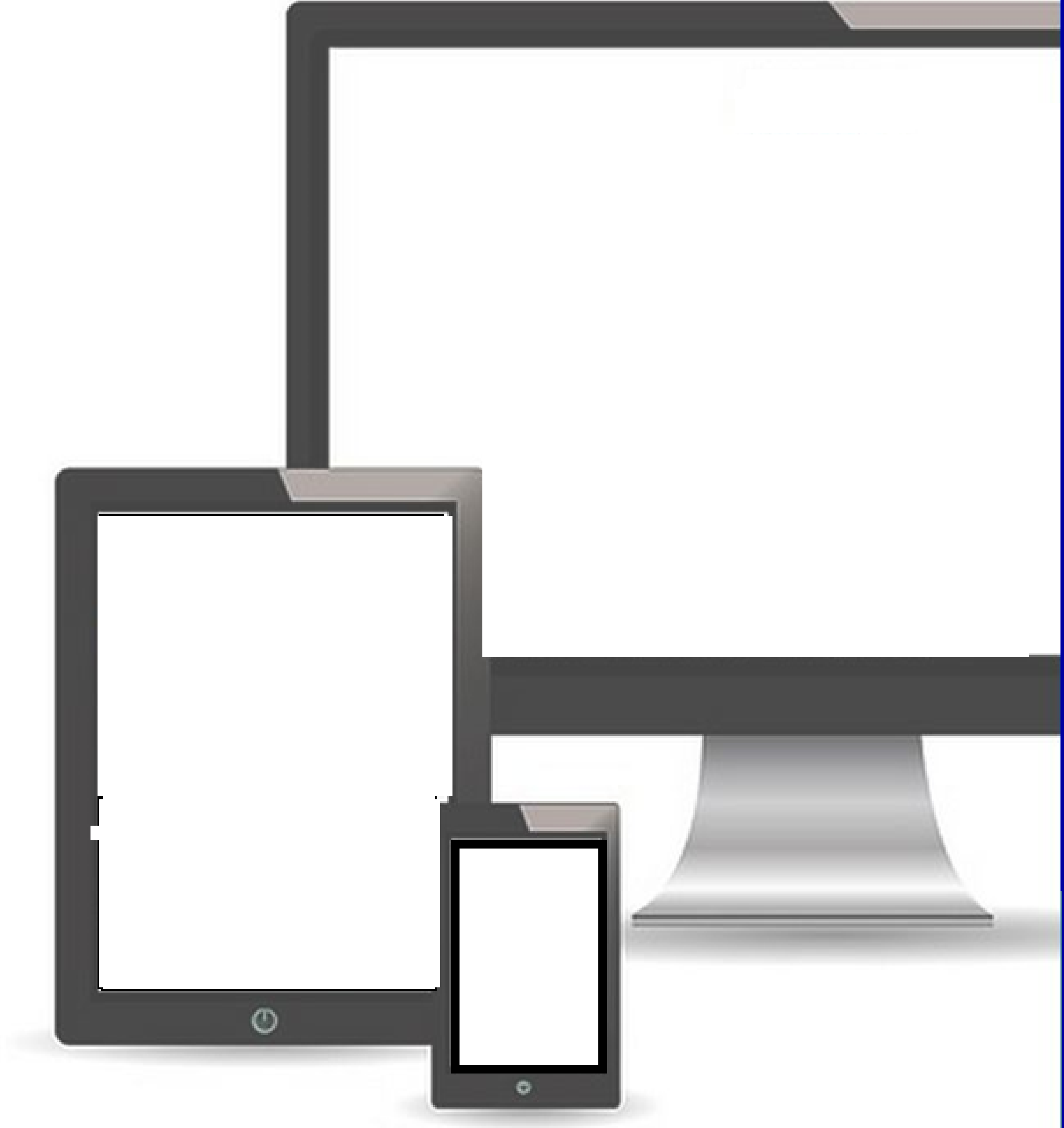
Applicazione:
Algoritmo delle divisioni successive per determinare il M.C.D.

I Numeri Naturali

Algoritmo per il m.c.m.

Metodo della scomposizione simultanea

24	**30**	**45**	**84**	**Fattori comuni**
12	15	45	42	2
6	15	45	21	2
3	15	45	21	2
1	5	15	7	3
1	5	5	7	3
1	1	1	7	5
1	1	1	1	7



Per accedere a un sito Internet, ti è stata assegnata una password di 8 numeri. Ne ricordi solo i primi 7 e precisamente 2, 3, 5, 9, 17, 33, 65 ma ricordi che i numeri sono legati tra di loro da una relazione matematica. Qual è la cifra che hai dimenticato?

Il proprietario di un albergo ha deciso di numerare le sue stanze in modo originale. Le prime nove stanze hanno i seguenti numeri: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55. A te assegna la decima stanza. Qual è il numero della stanza che ti viene assegnata?

I Numeri Naturali

Criteri di divisibilità

Divisibilità per 2

Un numero è divisibile per 2 se e solo se la sua ultima cifra, quella delle unità, è un numero pari, cioè è 0, 2, 4, 6, 8.

Divisibilità per 3

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle cifre che lo compongono è divisibile per 3.

Divisibilità per 5

Un numero è divisibile per 5 se la sua ultima cifra è 0 o 5.

Divisibilità per 7

Un numero (maggiore di 10) è divisibile per 7 se la differenza (in valoreassoluto) fra il numero ottenuto togliendo la cifra delle unità e il doppio della cifra delle unitàè 7 o un multiplo di 7

Divisibilità per 11

Un numero è divisibile per 11 se e solo se la differenza, in valore assoluto, fra la somma delle cifre di posto pari e la somma delle cifre di posto dispari è 0, 11 o un multiplo di 11.

I Numeri Naturali

Scomposizione in fattori primi
Scomporre in fattori un numero significa scriverlo come prodotto di altri numeri naturali.

Teorema 1.4 (fondamentale dell'Aritmetica). *Ogni numero naturale* $n > 1$ *si può scrivere in modo unico come prodotto di numeri primi.*

Massimo Comune Divisore e minimo comune multiplo

Definizione 1.12. Il *massimo comune divisore* di numeri naturali a e b, viene indicato con $\mathrm{MCD}(a, b)$, è il più grande tra tutti i divisori comuni ad a e b.

Procedura 1.5. *Calcolo del* MCD *di due o più numeri naturali:*

a) si scompongono i numeri in fattori primi;
b) si moltiplicano tra loro i fattori comuni, presi una sola volta e con il minore esponente.

I Numeri Naturali

Definizione 1.13. Due numeri a e b si dicono *primi tra loro* o *coprimi* se $\mathrm{MCD}(a, b) = 1$.

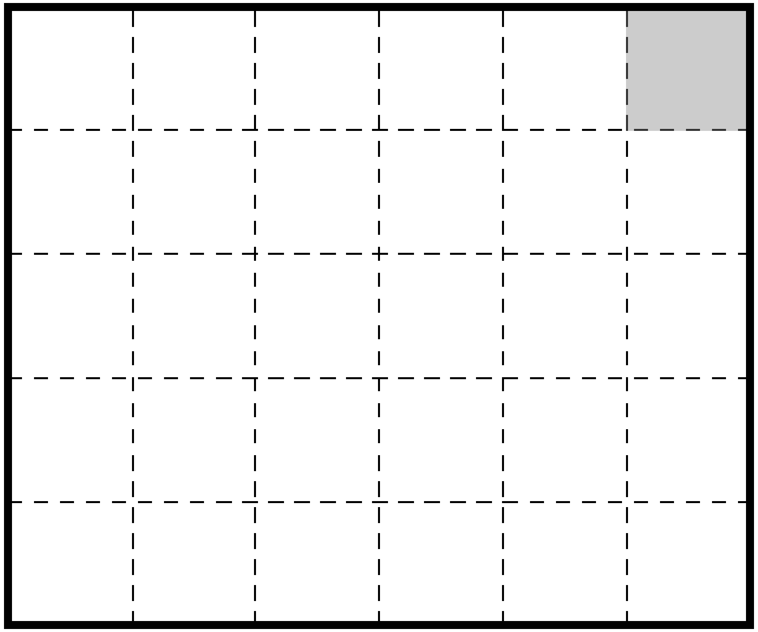
Definizione 1.14. Il *minimo comune multiplo* di due numeri naturali a e b, si indica con $\mathrm{mcm}(a, b)$, è il più piccolo tra tutti i multipli comuni di a e di b.

Procedura 1.6. *Calcolo del* mcm *di due o più numeri naturali:*

a) *si scompongono i numeri in fattori primi;*
b) *si moltiplicano tra loro i fattori comuni e non comuni, presi una sola volta, con il maggiore esponente.*

I Numeri Naturali

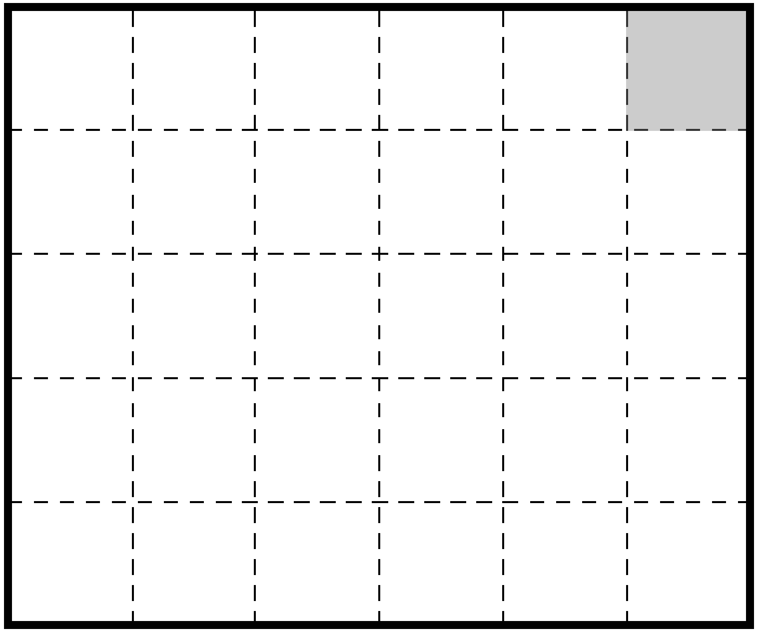
Si vuole pavimentare una stanza a pianta rettangolare di 315 cm per 435 cm con mattonelle quadrate le più grandi possibili, senza sprecarne alcuna. Quali sono le dimensioni delle mattonelle? Quante mattonelle sono necessarie?



I Numeri Naturali

Si vuole pavimentare una stanza a pianta rettangolare di 315 cm per 435 cm con mattonelle quadrate le più grandi possibili, senza sprecarne alcuna. Quali sono le dimensioni delle mattonelle? Quante mattonelle sono necessarie?

Poiché le mattonelle devono essere quadrate devono avere il lato tale che entri un numero intero di volte sia nel 315 sia nel 435, pertanto la dimensione delle mattonelle deve essere un divisore comune di 315 e di 435. Poiché è richiesto che le mattonelle siano quanto più grandi possibile, la dimensione deve essere il massimo divisore comune.



La soluzione del problema è data quindi dal

$MCD(315, 435) = 3 \cdot 5 = 15.$

Le mattonelle devono avere il lato di 15 cm. Ci vogliono 435 : 15 = 29 mattonelle per ricoprire il lato di 435 cm e 315 : 15 = 21 mattonelle per ricoprire il lato da 315 cm.

In tutto occorrono $29 \cdot 21 = 609$ mattonelle.