

# LA CIRCONFERENZA, I POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

## ESERCIZI

### 1. La circonferenza e il cerchio

- 1 A** Disegna un triangolo  $ABC$  di altezza  $CH$  relativa ad  $AB$ . Fissa un segmento  $ED$  minore di  $CH$ . Determina il luogo dei punti del triangolo che hanno distanza da  $AB$  congruente a  $ED$ .
- 1 B** Disegna un trapezio rettangolo  $ABCD$  con base maggiore  $AB$ . Fissa un segmento  $EF$  minore di  $AB$ . Determina il luogo dei punti del trapezio che hanno distanza dall'altezza  $DA$  congruente a  $EF$ .
- 2 A** Disegna un triangolo  $ABC$ , di base  $AB$  e altezza  $CH$ . Tenendo fissa la base, costruisci altri triangoli di altezza congruente a  $CH$ . Disegna e descrivi l'insieme dei vertici  $C$  e dimostra che si tratta di un luogo geometrico.
- 2 B** Disegna un triangolo  $ABC$ . Sulla base  $AB$  scegli un punto  $P$  e traccia il segmento  $PH$  perpendicolare a  $BC$ . Prolunga  $PH$  di un segmento  $HP'$  congruente a  $PH$ . Disegna e descrivi l'insieme dei punti  $P'$  al variare di  $P$  su  $AB$ , e dimostra che si tratta di un luogo geometrico.

COMPLETA le seguenti frasi.

- 3 A** Un arco è ..... compresa fra due ....., detti ..... dell'arco.  
Un semicerchio è ..... compresa fra una ..... e un .....  
I punti interni a una circonferenza hanno distanza dal centro .....  
Un settore circolare è la parte di ..... compresa fra un ..... e i raggi che hanno un estremo negli estremi .....
- 3 B** Una semicirconferenza è ..... i cui estremi sono ..... e appartengono a un .....  
Una corda è ogni ..... avente per estremi ..... della .....  
I punti esterni a una circonferenza hanno distanza dal centro .....  
Un angolo al centro è un ..... che ha il ..... nel ..... della circonferenza.

---

## 2. I teoremi sulle corde

COMPLETA le seguenti frasi.

- 4 A** In una circonferenza, ogni diametro è maggiore di ..... che non passa per .....  
Se in una circonferenza il diametro interseca una corda (non passante per .....)  
nel suo punto medio, allora il diametro è .....  
In una circonferenza, corde aventi la stessa distanza dal ..... sono .....  
Se in una circonferenza due corde non sono congruenti, la corda maggiore ha distanza  
..... dal .....
- 4 B** In una circonferenza, un diametro perpendicolare a una corda la divide .....  
In una circonferenza, l'asse di una ..... passa per il ..... della  
circonferenza.  
In una circonferenza, corde ..... hanno la stessa distanza dal .....  
Se in una circonferenza due corde non sono congruenti, la corda minore ha distanza  
..... dal .....
- 5 A** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e una retta  $r$  che la interseca nei punti  $A$  e  $B$ . Dopo  
aver determinato il punto medio  $M$  di  $AB$ , scegli su  $r$ , esternamente alla circonferenza, due  
punti  $C$  e  $D$  equidistanti da  $M$ . Dimostra che  $C$  e  $D$  sono anche equidistanti da  $O$ .
- 5 B** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e una retta  $r$  che la interseca nei punti  $A$  e  $B$ . Tratta la  
retta  $s$  passante per  $O$  e perpendicolare alla corda  $AB$ , chiama  $H$  il punto di intersezione di  $s$   
con  $AB$  e  $C$  uno dei due punti di intersezione di  $s$  con la circonferenza. Dimostra che sono  
congruenti i triangoli  $ACH$  e  $BHC$ .

---

## 3. Le posizioni di una retta rispetto a una circonferenza

- 6 A** Disegna una circonferenza di centro  $O$ , traccia due corde  $AB$  e  $CD$  congruenti, non parallele  
e senza punti comuni. Prolunga le due corde esternamente alla circonferenza fino a  
incontrarsi nel punto  $P$ . Traccia la secante  $PO$  e dimostra che è la bisettrice dell'angolo  
 $APC$ .
- 6 B** Disegna una circonferenza e due diametri distinti  $AB$  e  $CD$ . Indica con  $P$  il punto di incontro  
delle tangenti tracciate da  $A$  e da  $C$  e con  $Q$  il punto di incontro delle tangenti tracciate da  $B$   
e  $D$ . Dimostra che i triangoli  $APC$  e  $BQD$  sono congruenti.
- 7 A** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e un diametro  $AB$ . Prolunga  $AB$  di un segmento  $BE$   
congruente al raggio. Conduci dal punto  $E$  le tangenti  $EC$  ed  $ED$  alla circonferenza e  
congiungi l'estremo  $B$  con  $C$  e con  $D$ . Dimostra che il quadrilatero  $ODBC$  è un rombo ed  
esprimi i suoi angoli in funzione dell'angolo piatto.

- 7 B** Disegna una circonferenza di centro  $O$ , un diametro  $VB$  e un angolo alla circonferenza  $BVA$ . Conduci da  $A$  e da  $B$  le tangenti alla circonferenza e indica con  $E$  il loro punto intersezione. Congiungi  $O$  con  $E$ . Dimostra che  $VA$  e  $OE$  sono parallele.

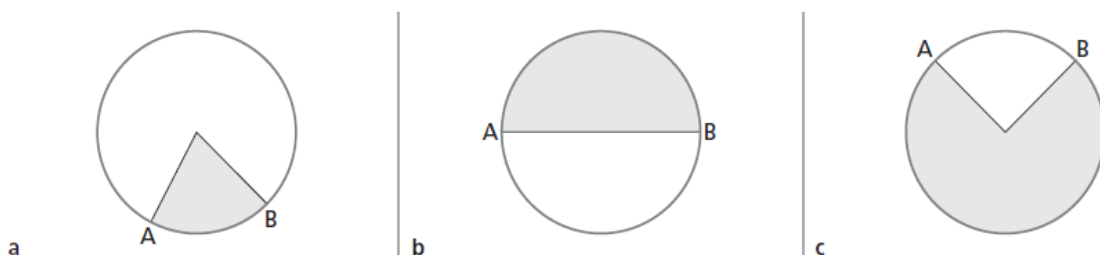
#### 4. Le posizioni reciproche fra due circonferenze

- 8 A** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e raggio  $OA$ . Sia  $B$  un punto del segmento  $OA$  tale che  $OB \cong \frac{1}{2}OA$ . Disegna la circonferenza con centro in  $B$  e raggio  $\frac{3}{4}$  di  $OA$ . Qual è la posizione di una circonferenza rispetto all'altra? Motiva la risposta.
- 8 B** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e raggio  $OA$ . Sia  $B$  un punto del segmento  $OA$  tale che  $OB \cong \frac{3}{4}OA$ . Disegna la circonferenza con centro in  $B$  e raggio  $\frac{1}{4}$  di  $OA$ . Qual è la posizione di una circonferenza rispetto all'altra? Motiva la risposta.
- 9 A** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e diametro  $AB$  e una seconda circonferenza, di centro  $B$  e diametro  $OC$ . Indica con  $E$  e  $F$  i due punti intersezione delle circonferenze. Dimostra che la corda  $EF$  è lato di un triangolo equilatero di vertice  $C$  oppure  $A$ .
- 9 B** Dividi un segmento  $AE$  in tre parti congruenti  $AF$ ,  $FG$ ,  $GE$ . Disegna la circonferenza di centro  $G$  e raggio  $GE$ , poi traccia da  $A$  le due tangenti  $AB$  e  $AC$  alla circonferenza. Dimostra che il triangolo  $ABC$  è equilatero.
- 10 A** Sono dati una circonferenza  $\mathcal{C}$  e un segmento  $AB$ . Determina l'insieme dei centri delle circonferenze tangenti a  $\mathcal{C}$ , con raggio congruente ad  $AB$ , e dimostra che la figura ottenuta è un luogo geometrico.
- 10 B** Disegna una circonferenza e un suo punto  $T$ . Determina l'insieme dei centri delle circonferenze tangenti in  $T$  alla circonferenza data e dimostra che la figura così ottenuta è un luogo geometrico.

#### 5. Gli angoli alla circonferenza e i corrispondenti angoli al centro

Nelle seguenti figure per ogni angolo al centro disegna tre angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco. Uno degli angoli tracciati deve avere il vertice in  $B$ .

**11 A**



**11 B**



**12 A** Disegna una circonferenza di centro  $O$  e diametro  $AB$  e una circonferenza di centro  $B$  e diametro  $OC$ . Indica con  $E$  e  $F$  i due punti di intersezione delle circonferenze. Dimostra che la corda  $EF$  è lato di un triangolo equilatero di vertice  $C$  oppure  $A$ .

**12 B** Dividi un segmento  $AE$  in tre parti congruenti:  $AF, FG, GE$ . Disegna la circonferenza di centro  $G$  e raggio  $GE$  e la circonferenza di centro  $F$  e raggio  $AF$ . Indicate con  $B$  e  $C$  le intersezioni delle due circonferenze, dimostrarla che il triangolo  $ABC$  è equilatero.

**6. I poligoni inscritti e circoscritti**

COMPLETA le seguenti frasi.

**13 A** Si dice che un poligono è inscritto in una circonferenza se ha ..... sulla .....

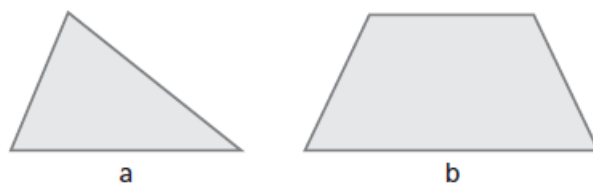
Un poligono convesso è circoscrittibile a una circonferenza se ..... passano per uno stesso punto.

**13 B** Si dice che un poligono è circoscritto a una circonferenza se tutti i ..... sono ..... alla circonferenza.

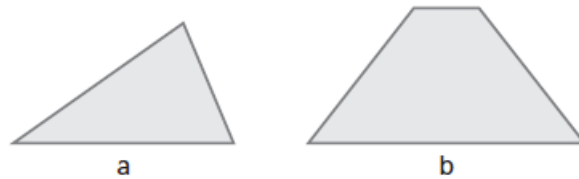
Un poligono convesso è inscrivibile in una circonferenza se ..... passano per uno stesso punto.

I poligoni nelle seguenti figure sono inscrivibili in una circonferenza. Traccia la circonferenza circoscritta dopo averne determinato il centro.

**14 A**



**14 B**



---

**7. I punti notevoli di un triangolo**

COMPLETA le seguenti frasi.

**15 A** Il circocentro è il punto di intersezione de..... di un triangolo.  
Il punto di intersezione delle tre altezze di un triangolo si chiama .....

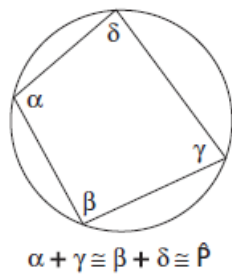
**15 B** L'incentro è il punto di intersezione de..... di un triangolo.  
Il punto di intersezione delle tre mediane di un triangolo si chiama .....

---

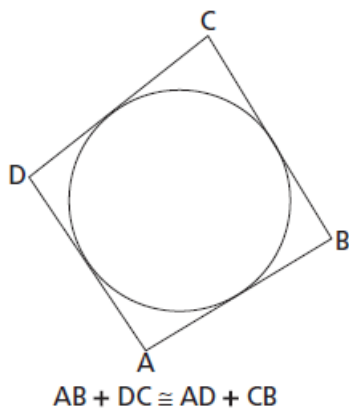
**8. I quadrilateri inscritti e circoscritti**

Scrivi l'enunciato del teorema illustrato in figura.

**16 A**



**16 B**



- 17 A** Nel triangolo  $ABC$  disegna l'altezza  $AH$  e nei due triangoli  $ABH$  e  $AHC$  traccia le altezze  $HE$  e  $HD$ . Congiungi  $E$  con  $D$ . Dimostra che:
- i punti  $A, E, H, D$  appartengono a una stessa circonferenza: disegnalala;
  - il quadrilatero  $EBCD$  è inscritto in una circonferenza.
- 17 B** In una circonferenza di centro  $O$  e diametro  $AE$  inscrivi il quadrilatero  $ABEC$ . Prolunga i lati  $AB$  e  $AC$  finché incontrano, rispettivamente in  $D$  e in  $F$ , la retta tangente in  $E$  alla circonferenza. Dimostra che:
- $BE$  è altezza del triangolo  $ADE$  e  $CE$  è altezza del triangolo  $AEF$ ;
  - il quadrilatero  $BCFD$  è inscritto in una circonferenza.

---

## 9. I poligoni regolari

- 18 A** Disegna un esagono regolare e le circonferenze a esso inscritte e circoscritte.
- 18 B** Disegna un ottagono regolare e le circonferenze a esso inscritte e circoscritte.
- 19 A** Disegna un triangolo isoscele  $ABC$  con l'angolo al vertice  $C$  congruente a  $\frac{2}{3}$  di un angolo piatto. Sulla stessa base, dalla parte opposta al triangolo, disegna il rettangolo  $ABDE$ , in modo che risulti  $BD \cong BC$ . Disegna infine un triangolo  $EDF$  esterno al rettangolo congruente a quello dato, sulla base  $ED$ . Dimostra che la figura ottenuta  $AEFDBC$  è un esagono regolare.
- 19 B** Disegna un quadrato  $ABCD$ . Prolunga nello stesso verso i lati  $AB, BC, CD$  e  $DA$  di segmenti  $BE, CF, DM, AN$ , tutti congruenti al lato. Congiungi i punti ottenuti. Dimostra che:
- $EFMN$  è un quadrato;
  - le circonferenze circoscritte ai due quadrati sono concentriche.
- 20 A** Dimostra che, in un poligono regolare, i segmenti che congiungono i vertici con il centro del poligono appartengono alle bisettrici degli angoli interni del poligono.
- 20 B** Dimostra che in un poligono regolare i segmenti che congiungono il centro del poligono con i punti medi dei lati appartengono agli assi dei lati del poligono.