

## Capitolo 4

# La Teoria della Mediazione Semiotica nella Didattica della Matematica

---

In questo capitolo è illustrato il quadro teorico della mediazione semiotica sviluppato dalle prof.sse Maria G. Bartolini Bussi & Maria Alessandra Mariotti in una prospettiva vygostkiana. Elementi chiave sono la nozione di artefatto<sup>1</sup> e la nozione di segno. Lo scopo del quadro teorico è quello di inquadrare numerosi esperimenti didattici sviluppati a partire dagli anni novanta su temi diversi e a diversi gradi di scolarità e quello di disporre di uno strumento di progettazione di nuovi esperimenti, riguardanti sia tecnologie classiche che tecnologie dell'informazione, nei quali l'insegnante usa intenzionalmente un artefatto come strumento di mediazione semiotica.

### Artefatti e conoscenza

La costruzione e l'uso di artefatti – in particolare artefatti complessi – sembrano essere una caratteristica dell'attività umana, ma ancora più caratteristica degli esseri umani pare essere la possibilità che tali artefatti offrono di andare oltre il livello pratico, per esempio il contributo che offrono a livello cognitivo.

Nel campo della pratica, gli strumenti hanno sempre giocato un ruolo cruciale; spesso, i problemi pratici sono in relazione all'uso degli artefatti, cosicché di frequente il procedimento risolutivo di un problema dato e il progetto di un artefatto, espressamente pensato per supportare tale soluzione, sono sviluppati reciprocamente. Norman (1993) ha scritto un libro (*Le cose che ci fanno intelligenti*) il cui titolo fa esattamente riferimento alla doppia natura di ciò che egli definisce artefatti cognitivi:

- l'aspetto *pragmatico* o *esperienziale* (cioè l'orientamento *verso l'esterno* che consente di modificare l'ambiente circostante);
- l'aspetto *riflessivo* (cioè l'orientamento *verso l'interno* che permette ai soggetti di sviluppare l'intelligenza).

Questa doppia natura e questo doppio orientamento saranno il motivo conduttore dell'intero articolo.

L'idea di artefatto è molto generale e comprende diversi tipi di "oggetti", prodotti dagli esseri umani nel corso dei secoli: suoni, gesti; utensili e strumenti; forme orali e scritte del linguaggio naturale; testi e libri; strumenti musicali; strumenti scientifici; strumenti informatici, ecc.. Il contributo degli artefatti in campo educativo non è una novità, dal momento che da molto tempo i libri sono i principali artefatti utilizzati nelle scuole, senza dimenticare carta e matita e la lavagna! Più generalmente, il passaggio dalla sfera pratica a quella dell'intelletto e viceversa, può essere considerata uno dei motori principali dell'evoluzione e del progresso.

*L'era cognitiva ebbe inizio quando gli esseri umani cominciarono a usare suoni, gesti e simboli per riferirsi a oggetti, cose e concetti (Norman 1993, pag. 59).*

Certamente il linguaggio in tutte le sue forme, orali e scritte, ha un ruolo centrale tra gli artefatti prodotti ed elaborati dagli esseri umani (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Per brevità, in questo testo, ci limitiamo ad un caso di artefatto prodotto per scopi scientifici: il compasso.

*Esempio: il compasso*

È facilmente riconoscibile lo stretto legame tra l'utilizzo di strumenti quali la riga e il compasso nell'origine della geometria euclidea classica. Lo stretta relazione tra il funzionamento del cervello e l'esperienza corporea (con o senza strumenti) anche nella più sofisticata ed astratta evoluzione della matematica è oggi comunemente riconosciuta (Arzarello, 2006). Nonostante ciò, il processo di costruzione della conoscenza matematica non è direttamente e semplicemente legato alla pratica, e nemmeno semplicemente legato

---

<sup>1</sup> Con l'espressione artefatti (cognitivi) si intende un concetto introdotto dal matematico sudafricano Seymour Papert. Seymour Papert nato a Pretoria, il 1 marzo 1928 è un matematico sudafricano, dopo aver lavorato con Piaget si trasferisce negli anni '60 al MIT per lavorare con il gruppo che si occupava di Intelligenza Artificiale e in particolare con Marvin Minsky. Papert introduce il concetto di costruzionismo.

Infatti, secondo Papert, il processo di apprendimento è un processo di costruzione di rappresentazioni più o meno corrette e funzionali del mondo con cui si interagisce. Rispetto al costruttivismo, il costruzionismo introduce il concetto di artefatti cognitivi, ovvero oggetti e dispositivi che facilitano lo sviluppo di specifici apprendimenti. L'essere umano, a prescindere dall'età, ha bisogno di avere a disposizione materiali concreti affinché la conoscenza acquisita sia tanto più vicina alla realtà.

all'utilizzo degli artefatti. Forse, uno degli esempi più evidenti è quello del cerchio. La definizione del cerchio – come figura geometrica – è certamente legata all'uso del compasso, che d'altra parte consente di realizzare la rappresentazione grafica del cerchio stesso; ma il passaggio dal disegnare forme rotonde al concetto di cerchio in senso geometrico – “il luogo dei punti equidistanti dal centro” – non è immediato (Bartolini Bussi, Boni & Ferri, 2007).

### **L'approccio strumentale di Rabardel**

La relazione tra artefatti e sapere è complessa e richiede una attenta analisi perché siano evitate eccessive semplificazioni. Negli ultimi decenni una nuova categoria di artefatti è divenuta rapidamente disponibile: gli artefatti delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione. E' banale riconoscere che essi hanno potenziato e modificato il modo di pensare degli esseri umani. Il loro ingresso nella scuola ha, da un lato, incoraggiato gli educatori a riformulare i curricula e, dall'altro, ha richiamato l'attenzione sulle relazioni tra gli studenti e i computer. Questo fatto spiega la diffusione di studi caratterizzati da approcci strumentali (Rabardel, 1995), nei quali si studia la complessità del contesto nel quale ha luogo l'attività degli studenti. L'approccio strumentale di Rabardel si basa sulla differenza fondamentale tra *artefatto* e *strumento*. Fino ad ora, la parola “artefatto” è stata utilizzata come un termine generico per indicare qualcosa prodotto dagli esseri umani. In questa sezione il significato verrà specificato e paragonato con la parola “strumento”, anch'essa da utilizzare in senso tecnico. Tale distinzione conduce ad analizzare separatamente le potenzialità di un artefatto e il reale utilizzo che è consentito, non separando le intenzioni del progettista da ciò che accade nell'uso pratico, per sottolineare sia la prospettiva oggettiva che quella soggettiva. Secondo la terminologia di Rabardel, l'*artefatto* è l'oggetto materiale o simbolico di per sé (o una parte di un artefatto complesso). Uno degli esempi offerti da Rabardel riguarda il braccio di un robot controllato da un dispositivo che può muovere oggetti nello spazio (Rabardel e Samurçay, 1991). Lo *strumento* è definito da Rabardel come

*un'entità mista composta sia da componenti legate alle caratteristiche dell'artefatto che da componenti soggettive (schemi d'uso). Questa entità mista tiene conto dell'oggetto e ne descrive l'uso funzionale per il soggetto* (Rabardel & Samurçay, 2001)

Gli schemi d'uso sono progressivamente elaborati nel corso dell'azione determinata da un compito particolare; così lo strumento è la costruzione di un individuo, ha un carattere psicologico ed è strettamente collegata al contesto in cui ha origine e sviluppo.

L'elaborazione e l'evoluzione degli strumenti è un processo lungo e complesso che Rabardel denomina *genesì strumentale*. Essa è articolata in due processi:

- *strumentalizzazione*, relativa alla comparsa e all'evoluzione delle diverse componenti dell'artefatto, per esempio la progressiva ricognizione dei suoi potenziali e dei suoi limiti;
- *strumentazione*, relativa alla comparsa e allo sviluppo degli schemi di uso.

I due processi sono orientati sia verso l'esterno che verso l'interno, rispettivamente dal soggetto all'artefatto e viceversa, e costituiscono le due parti inseparabili della genesi strumentale (Rabardel, 1995). Gli schemi d'uso possono o meno coincidere con gli obiettivi pragmatici per i quali l'artefatto è stato designato; fondamentalmente essi sono in relazione con l'esperienza fenomenologia dell'utente, e secondo tale esperienza essi possono essere modificati o integrati. Rabardel teorizza l'impatto dell'uso degli strumenti sull'attività cognitiva: l'uso di uno strumento non è mai neutro (Rabardel e Samurçay, 2001), al contrario esso da origine ad una riorganizzazione delle strutture cognitive, così come mostrato nel classico esempio dell'evoluzione nella concettualizzazione dello spazio durante l'attività mediata dal robot. La dimensione sociale è definita da Rabardel nel descrivere l'azione reciproca che avviene tra gli schemi di uso individuali e gli schemi sociali. In particolare, espliciti processi di addestramento, possono incrementare una vera e propria appropriazione da parte dei soggetti. L'approccio di Rabardel è stato sviluppato nel campo dell'ergonomia cognitiva, dunque non mira ad affrontare tutte le esigenze della ricerca didattica nella scuola. Esso è, tuttavia, assai diffuso nella letteratura ed è stato impiegato in diversi studi di ricerca sulla didattica della matematica e in particolare la didattica negli ambienti informatici. Questo approccio si è mostrato molto potente ed ha gettato luce su alcuni aspetti cruciali collegati alle possibili discrepanze tra i comportamenti degli allievi e le aspettative degli insegnanti (es. Artigue, 2002). Come sarà spiegato nel seguito, l'approccio strumentale deve essere ulteriormente elaborato per adattarsi alla complessità dell'attività nella classe e in particolare dell'insegnamento – apprendimento della matematica; infatti esso può offrire un quadro per analizzare i processi cognitivi collegati all'uso di un artefatto specifico e di conseguenza a quello che sarà considerato il suo potenziale semiotico.

## L'approccio di Vygotskij agli artefatti

La nozione di artefatto cognitivo, introdotta da Norman, ed alcune delle idee ad essa collegate hanno le sue basi nel lavoro di Vygotskij (e dei suoi successori, come Luria, 1974, Leont'ev, 1976/1964, si veda anche Wertsch, 1985). La prospettiva Vygotskiana, che include una dimensione evolutiva, interpreta la funzione degli artefatti cognitivi come elemento principale dell'apprendimento e, per tale ragione, sembra offrire un'adeguata cornice per studiare l'uso degli artefatti nel campo dell'educazione. Nelle pagine seguenti ci limiteremo a riassumere brevemente alcuni elementi, per introdurre la definizione precisa di strumento di mediazione semiotica, e la sua applicazione nelle ricerche sulla didattica della matematica in classe.

Vygotskij, confrontando gli animali e gli esseri umani, ha postulato due "linee" per l'origine dell'attività mentale umana: la linea naturale (per le funzioni mentali elementari) e la linea sociale/culturale (per le funzioni psichiche superiori). La natura specifica dello sviluppo cognitivo umano è il prodotto *dell'intreccio di queste due linee*. Ciò che pare interessante, specialmente quando si studia lo sviluppo durante l'età scolare, e in particolare all'interno del contesto scolastico, è l'evoluzione dello sviluppo cognitivo umano come effetto dell'interazione sociale e culturale. Questi due elementi (sociale e culturale) trovano corrispondenza nei due concetti chiave introdotti da Vygotskij: quello della zona di sviluppo prossimale e quello di interiorizzazione, e in particolare nel ruolo cruciale dell'uso degli artefatti che Vygotskij ha postulato in relazione al processo di interiorizzazione.

*La zona di sviluppo prossimale: sviluppo e apprendimento*

Il concetto di *zona di sviluppo prossimale* modella il processo di apprendimento attraverso l'interazione sociale ed è definito da Vygotskij come

*la distanza tra il livello reale di sviluppo del soggetto determinato dalla capacità di risolvere da solo un problema e il livello di sviluppo potenziale determinato dalla capacità di risolvere il problema sotto la guida dell'adulto o in collaborazione con un suo coetaneo più capace* (1978, p.86).

Secondo tale definizione lo sviluppo è perciò possibile grazie alla collaborazione tra un individuo, le cui attitudini cognitive presentano un potenziale che può modificarsi e un altro individuo (o una collettività) che coopera intenzionalmente, per perseguire uno scopo comune. Senza entrare nel dibattito riguardante la relazione tra sviluppo e apprendimento, noi sosteniamo che l'asimmetria della definizione di zona di sviluppo prossimale ben si adatta, nel contesto scolastico, con l'intrinseca asimmetria che si ritrova nella relazione tra insegnante e alunni relativamente alla conoscenza. Similmente, sosteniamo che la nozione di zona di sviluppo prossimale sottolinea la necessità di armonizzare l'attitudine potenziale che l'allievo ha verso l'apprendimento con l'azione dell'insegnante. Nella zona di sviluppo prossimale lo sviluppo cognitivo è modellato dal processo di *interiorizzazione* L'*interiorizzazione*

Il processo di interiorizzazione, definito da Vygotskij (1978, p. 56) come la ricostruzione interna di un'operazione esterna, descrive il processo di costruzione della conoscenza individuale come generato da esperienze sociali condivise. La relazione tra processi interni (o psichici) ed esterni (dipendenti dall'interazione sociale) è un problema molto dibattuto in psicologia, con opzioni teoriche diverse. L'approccio Vygotskiano, sviluppato successivamente da altri autori (come Leont'ev, 1976; Luria, 1974), suppone una stretta dipendenza dei processi interni da quelli esterni e una relazione secondo la quale i processi esterni vengono trasformati per generare quelle che Vygotskij chiama funzioni psichiche superiori.

*Per la prima volta in psicologia, ci troviamo di fronte ad un problema così importante come quello della relazione tra funzioni mentali interne ed esterne... ogni processo interno superiore è sempre stato esterno, cioè è stato per gli altri ciò che ora è per il soggetto. Ogni funzione psichica superiore, necessariamente attraversa un passaggio esterno nel suo sviluppo perché inizialmente è una funzione sociale. Questo è il centro dell'intero problema del comportamento interno ed esterno... Quando parliamo di un processo, con il termine "esterno" intendiamo "sociale". Ogni funzione psichica superiore è stata esterna poiché è stata sociale in qualche momento prima di divenire una funzione interna, veramente mentale* (Vygotskij, 1981, p. 162, citato da Wertsch & Allison, 1985, p. 166).

Due sono gli aspetti principali che caratterizzano il processo di interiorizzazione, così come viene assunto dalla prospettiva Vygotskiana:

- ✚ Il processo esterno è essenzialmente *sociale*;
- ✚ Il processo di interiorizzazione è diretto da *processi semiotici*.

In effetti, come conseguenza della sua natura sociale, il processo esterno possiede una dimensione comunicativa che implica la produzione e l'interpretazione dei segni. Ciò significa che il processo di interiorizzazione ha la propria base nell'uso dei segni (principalmente il linguaggio naturale ma anche ogni tipo di segni, dai gesti a quelli più sofisticati come il sistema semiotico matematico) nello *spazio*

*interpersonale* (Cummins, 1996). Per tale ragione l'analisi del processo di interiorizzazione può essere centrata sull'analisi del funzionamento del linguaggio naturale e di ogni altro sistema semiotico che sia implicato in attività sociali (Wertsch & Addison Stone, 1985, pp.163-166).

#### *Il sistema dei segni nel processo di interiorizzazione*

Come è noto, Vygotskij ha focalizzato lo studio del funzionamento del linguaggio naturale, cioè quello dei processi semiotici collegati all'apprendimento e all'uso del linguaggio (in particolare l'uso delle parole, considerate da Vygotskij l'unità di analisi). L'uso delle parole e delle forme linguistiche, è interpretato secondo l'ipotesi generale che lo sviluppo del bambino consiste in una appropriazione progressiva e un uso riflessivo dei modi di comportamento che gli altri usano nei suoi confronti. L'analisi del processo di interiorizzazione va dunque centrata sull'analisi del funzionamento del linguaggio naturale e di altri sistemi semiotici usati nella società.

L'uso dei segni nella soluzione di un compito possiede due importanti funzioni cognitive: il soggetto produce segni da un lato proprio per realizzare il compito, dall'altro per comunicare con i diversi compagni che collaborano a tale compito. Nel secondo caso, la produzione di segni risulta strettamente legata al processo di interpretazione che permette lo scambio di informazione e, conseguentemente, la comunicazione.

Le *funzioni psichiche superiori* (o abilità cognitive, come sono chiamate da Wertsch & Addison Stone, 1985, p. 164) si sviluppano attraverso la produzione ed interpretazione dei segni: in particolare parlare (o scrivere) e interpretare cosa viene detto (o scritto), in altre parole, interagire attraverso la comunicazione. *Pensare e dare senso (nella società così come nella scuola) deve essere inteso come un processo sociosemiotico nel quale testi orali e scritti [...] interagiscono continuamente da parte degli interlocutori o anche si coordinano in un testo rivisto che è il prodotto finale dell'intero gruppo* (Carpay & van Oers, 1999, p. 303). Questa osservazione si rende necessaria e cruciale, poiché la funzione cognitiva relativa all'uso dei segni cambia a seconda della funzione che i segni hanno nell'attività. In particolare, se si tiene conto della specificità delle attività scolastiche *le espressioni di ciascuno degli interlocutori sono determinate dalla posizione che occupano in una certa specifica organizzazione sociale* (Carpay & van Oers, 1999, p. 302) come nel caso della posizione asimmetrica dell'insegnante e degli studenti rispetto alla matematica. Questa distinzione emergerà chiaramente quando introdurremo la nozione di *strumento di mediazione semiotica*.

#### **Artefatti e segni**

Vygotskij ha mostrato che nella sfera pratica gli esseri umani utilizzano artefatti per raggiungere scopi altrimenti non raggiungibili, mentre le attività mentali sono supportate e sviluppate per mezzo dei segni prodotti nei processi di interiorizzazione, che nella terminologia Vygotskiana vengono anche definiti *strumenti psicologici*. I primi sono orientati verso l'esterno, mentre gli altri sono orientati verso l'interno. Tale prospettiva è perfettamente coerente con quanto precede: il fondamentale ruolo degli artefatti nello sviluppo cognitivo è largamente riconosciuto e, a differenza di altri approcci psicologici che separano chiaramente gli artefatti tecnologici e concreti dai segni, la prospettiva Vygotskiana afferma un'analogia tra di essi. Così Vygotskij sostiene che *l'invenzione e l'utilizzo dei segni come mezzi ausiliari per la risoluzione di un problema dato (ricordare, confrontare qualcosa, scegliere e così via), sono analoghe all'invenzione e all'utilizzo di strumenti sotto il profilo psicologico. I segni hanno funzione di strumento durante l'attività psicologica, analogamente al ruolo di un utensile nel lavoro.* (Vygotskij, 1978, p.52).

Nella maggior parte della letteratura successiva i segni sono stati interpretati come segni linguistici (Hasan, 2005), e questo per la grande importanza attribuita da Vygotskij al linguaggio. Ma, Vygotskij, anche senza elaborare nei dettagli i vari casi, ha suggerito una serie più ampia di possibili esempi:

*si possono citare alcuni esempi di strumenti psicologici e dei loro complessi sistemi, come segue: il linguaggio, vari sistemi di conteggio, tecniche mnemoniche, sistemi simbolici algebrici, opere d'arte, scrittura, schemi, diagrammi, mappe, disegni meccanici e tutti i tipi di segni convenzionali, ecc.* (Vygotskij, 1981, p. 137).

Alcuni di essi sono legati alla matematica e, dunque, al campo dell'educazione matematica in generale. Ciò non deve sorprendere, se si pensa alla particolare natura degli oggetti matematici, che richiede una rappresentazione esterna di essi per poterli manipolare.

#### *Mediazione*

Come già affermato, l'analogia tra segni ed artefatti si basa sulla funzione di mediazione che entrambi hanno nello svolgimento di un compito. Considerata la centralità di questa funzione nella discussione che seguirà, si

pensa sia necessario chiarire alcune parole chiave per spiegare cosa si intende per mediazione. Hasan (2005) afferma che

*il sostantivo mediazione deriva dal verbo mediare, che si riferisce ad un processo con una complessa struttura semantica che include i seguenti partecipanti e circostanze che sono potenzialmente rilevanti in questo processo:*

1. *qualcuno che media, il mediatore;*
2. *qualcosa che viene mediato, il contenuto/forza/energia rilasciato dalla mediazione;*
3. *qualcuno/qualcosa soggetto alla mediazione, il ricevente a cui la mediazione apporta qualche differenza;*
4. *la circostanza della mediazione;*
5. *i mezzi della mediazione, la modalità;*
6. *il luogo, il sito in cui la mediazione può avvenire.*

*Queste complesse relazioni semantiche non sono evidenti in ogni uso grammaticale del verbo, ma sommerse sotto la superficie e possono essere riportate alla luce tramite associazioni paradigmatiche, per esempio le loro relazioni sistemiche. (Hasan, 2002).*

Il termine *mediazione* è molto comune all'interno della letteratura educativa. Il termine è usato proprio per riferirsi alla potenzialità di incoraggiare la relazione tra gli allievi e la matematica, e soprattutto in relazione allo svolgimento di un compito. L'idea di mediazione in relazione alle tecnologie informatiche è ampiamente presente nella letteratura attuale sull'educazione matematica. A partire dall'affermazione che è necessario superare la dicotomia tra esseri umani e tecnologie, l'unità tra esseri umani e media diviene l'obiettivo fondamentale.

Queste posizioni sono coerenti con il modello di Hasan citato più sopra, anche se non tutti gli elementi di quest'ultimo ricevono la stessa attenzione. Il modello di Hasan è inserito esplicitamente nel quadro Vygotskiano e include tutti gli elementi rilevanti per quanto riguarda la modellizzazione delle attività di insegnamento-apprendimento da un punto di vista semiotico. Prima di procedere è necessaria una ulteriore elaborazione delle idee Vygotskiane per ciò che riguarda la natura e il ruolo del mediatore e le caratteristiche delle circostanze in cui si realizza la mediazione

### **Un particolare tipo di mediazione: la mediazione semiotica**

Secondo la fondamentale ipotesi Vygotskiana citata, durante lo svolgimento di un compito avviene l'uso sociale di artefatti (da parte del mediatore e del ricevente) e si producono segni condivisi. Da una parte, questi segni sono legati allo svolgimento di un compito, in particolare all'artefatto utilizzato, dall'altra essi possono essere in relazione al contenuto che deve essere mediato (si veda punto 2 nel modello di Hasan). Dunque, il legame tra artefatti e segni supera la pura analogia del loro funzionamento per la mediazione di un'attività umana. Essa si appoggia sulla relazione riconoscibile e reale tra particolari artefatti e particolari segni che nascono direttamente dai primi.

Il legame tra artefatti e segni può essere facilmente riconoscibile, ma quello che deve essere sottolineato è il legame tra i segni e i contenuti da mediare e il modo in cui tutti questi legami possono essere sfruttati in una prospettiva educativa.

#### *Un artefatto culturale come strumento di mediazione semiotica*

La relazione tra artefatti e segni all'interno della risoluzione di un compito ha una controparte nello sviluppo storico / culturale del sapere, dove tale relazione è cristallizzata nella conoscenza condivisa della società (Leontev, 1976/1964, p. 245) ed espressa dal sistema condiviso di segni, che si tratti di linguaggio naturale o di sistemi più specializzati di diversi domini scientifici. Un legame potenziale con gli artefatti può, in linea di principio, essere ricostruito anche nei casi in cui sembra completamente perduto (Wartofsky, 1979) Il nostro approccio elabora questo assunto in una prospettiva educativa ed in particolare all'interno del contesto scolastico. Il punto principale è quello di sfruttare il sistema di relazioni tra artefatto, compito e conoscenza matematica. Da un lato un artefatto è messo in relazione ad un compito specifico (si veda la definizione di strumento data da Rabardel) a cui fornisce mezzi di soluzioni adatti, dall'altra parte lo stesso artefatto è collegato ad una specifica conoscenza matematica. In ciò, un doppio legame semiotico è riconoscibile tra un artefatto e una conoscenza. In tal senso è possibile parlare della *polisemia* di un artefatto. In linea di principio, un esperto può dominare tale polisemia, anche se in molti casi ciò può avvenire in modo incosciente.

#### *Polisemia degli artefatti ed emergenza dei segni*

La polisemia dell'artefatto trova una controparte nell'esistenza di sistemi paralleli di segni, che a volte si sovrappongono o semplicemente si fondono all'interno dello stesso sistema semiotico, secondo il modello di Wartofsky (1979). Secondo questo autore, il termine artefatto deve essere inteso in senso ampio; dunque,

aggiungiamo, può comprendere strumenti come i martelli, i compassi, gli abaci, i software, ma anche i testi, le fonti storiche, il linguaggio verbale, i gesti, i film didattici, gli esperimenti dei musei della scienza, le teorie matematiche ecc. Wartofsky (1979), identifica tre tipologie di artefatto: *artefatto primario*, strumento tecnico orientato verso l'esterno, direttamente usato per scopi intenzionali (ad esempio compasso, prospettografi, curvigrifi, ...), *artefatto secondario*, strumento psicologico orientato verso l'interno, usato nel mantenimento e nella trasmissione di specifiche competenze tecniche acquisite (ad esempio scrittura, schemi, tecniche di calcolo, trattati d'uso, ...) e *artefatto terziario*, sistema di regole formali che hanno perso l'aspetto pratico legato allo strumento (ad esempio le teorie matematiche).

Da un lato la relazione tra artefatto e conoscenza può essere espressa da alcuni segni, culturalmente determinati, prodotti dallo sviluppo culturale e cristallizzanti il significato delle operazioni compiute con l'artefatto.

Dall'altro lato, la relazione tra l'artefatto e il compito può essere espressa dai segni, spesso contingenti alla situazione determinata dalla soluzione di un compito particolare (situati): una caratteristica fondamentale di tali segni è che il loro significato mantiene un forte legame con le operazioni svolte.

Gesti, disegni o parole possono essere i diversi mezzi semiotici utilizzati per produrre questi segni, la produzione dei quali può essere spontanea o esplicitamente richiesta dal compito stesso. Può inoltre succedere che l'esperto introduca nuovi i segni. Questo ultimo caso pare rilevante da una prospettiva educativa.

La relazione (si veda la Figura 1) tra questi due sistemi paralleli di segni, correlati ad un artefatto, non è certamente né evidente né spontanea. È proprio per questa ragione che noi affermiamo che:

***la costruzione di questa relazione diventa un cruciale scopo educativo che può essere realizzato promuovendo l'evoluzione dei segni che esprimono la relazione tra l'artefatto e i compiti in segni che esprimono la relazione tra artefatto e sapere.***

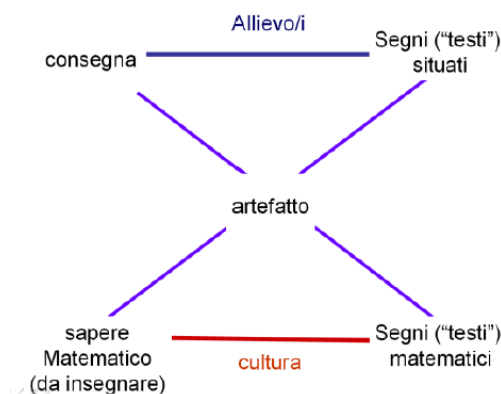


Figura 1

I segni che emergono dalle attività svolte con gli artefatti, sono elaborati da un punto di vista sociale: in particolare, essi possono essere intenzionalmente utilizzati dall'insegnante per sfruttare i processi semiotici, con lo scopo di guidare l'evoluzione dei significati all'interno della classe. In particolare, l'insegnante può guidare lo sviluppo verso ciò che è riconoscibile come matematica. Dal nostro punto di vista questo corrisponde al legame tra sensi personali (nella prospettiva di Leont'ev, 1964/1976, p. 244) e significati matematici, ovvero alla relazione tra concetti quotidiani e concetti scientifici (Vygotskij, 1934/1990, p. 286). Così facendo l'insegnante agirà sia a livello cognitivo che meta-cognitivo, in entrambi i casi promuovendo lo sviluppo dei significati e guidando gli alunni alla consapevolezza del loro "status" matematico. In sintesi: da un lato i significati personali sono legati all'uso di artefatti, in particolare allo scopo di svolgere un compito; dall'altro i significati matematici possono essere legati all'artefatto e al suo uso.

A causa di questa doppia relazione l'artefatto può funzionare come un mediatore semiotico e non semplicemente come un mediatore, ma una tale funzione di mediazione semiotica non è attivata automaticamente. Noi sosteniamo che la funzione di mediazione semiotica di un artefatto possa essere utilizzata da un esperto (in particolare l'insegnante) che sia consapevole del potenziale semiotico dell'artefatto sia in termini di significati matematici che in termini di significati personali. Tale evoluzione è favorita dall'azione dell'insegnante, che guida il processo di produzione e sviluppo dei segni centrati

sull'utilizzo di un artefatto. In termini di mediazione noi possiamo esprimere questo complesso processo come segue: l'insegnante agisce come mediatore che utilizza l'artefatto per mediare contenuti matematici agli studenti.

In altre parole: ***l'insegnante utilizza l'artefatto come strumento di mediazione semiotica***

A causa dell'importanza culturale di questo processo noi possiamo definire l'insegnante un *mediatore culturale*. Tale espressione non si riferisce all'atto concreto dell'utilizzare uno strumento per svolgere un compito, ma piuttosto al fatto che significati nuovi, legati al reale utilizzo di uno strumento, possono essere generati e possono evolvere sotto la guida di un esperto.

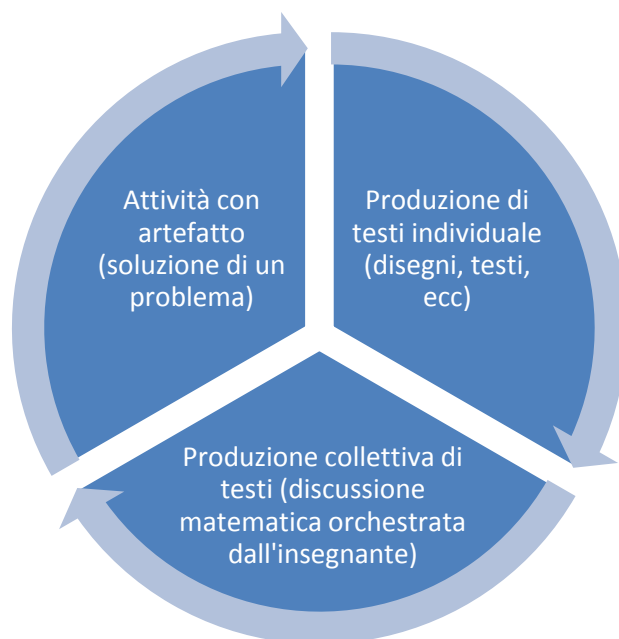
Così un artefatto sarà chiamato *strumento di mediazione semiotica* quando sarà usato intenzionalmente dall'insegnante per mediare un contenuto matematico attraverso un intervento didattico pianificato intenzionalmente. Di fatto, l'uso dell'artefatto deve essere completamente integrato nell'attività della classe. Il punto chiave nella nostra ipotesi è che il duplice ruolo giocato dall'artefatto come mezzo per realizzare un compito e come uno strumento di mediazione semiotica per raggiungere un obiettivo didattico può essere sfruttato completamente. Il ruolo dell'insegnante è cruciale e non accidentale e la sequenza didattica deve avere certe peculiarità. La parte che segue è dedicata a descrivere le caratteristiche principali di una sequenza didattica, in coerenza con le ipotesi che precedono. Lo chiameremo *ciclo didattico*. Secondo la particolare metodologia della nostra ricerca, esso può essere considerato un risultato del processo complesso nel quale il progetto di un esperimento e la riflessione sui risultati di esso non seguono un ordine lineare, ma, piuttosto, si influenzano reciprocamente, in modo che la teoria e la pratica siano generate insieme (Arzarello & Bartolini Bussi, 1998, p. 249). Per questa ragione, il costrutto del ciclo didattico offre un quadro sia per la pianificazione che per l'analisi di un esperimento didattico.

### **Ciclo didattico**

La struttura di una sequenza di insegnamento può essere evidenziata come una iterazione di cicli, dove differenti tipologie di attività prendono posto, finalizzate allo sviluppo del complesso processo semiotico descritto sopra:

- *Attività con artefatti*: gli studenti devono affrontare compiti che devono essere svolti tramite l'utilizzo di artefatti. Questo tipo di attività è generalmente utilizzato come attività di inizio di un ciclo che promuove l'uso di segni specifici in relazione all'uso di particolari artefatti o strumenti, come il lavoro a coppie, o piccolo gruppo, con l'artefatto che promuove lo scambio sociale, accompagnato da parole, schemi, gesti.
- *Produzione individuale di segni* (per esempio, disegnare, scrivere). Gli studenti sono coinvolti individualmente in diverse attività semiotiche, concernenti soprattutto produzioni scritte. Ad esempio, dopo aver utilizzato un artefatto, agli studenti è richiesto di scrivere, a casa, un resoconto individuale della loro esperienza e relative riflessioni, inclusi dubbi e domande che sono sorti. Nel caso di bambini piccoli i compiti specifici vengono definiti chiedendo di disegnare, per esempio spiegare attraverso un disegno il funzionamento di un artefatto. Si può anche chiedere loro di scrivere, sul proprio quaderno di matematica, la principale formula matematica proveniente dalla discussione collettiva (si veda sotto). Tutte queste attività sono centrate su processi semiotici, per esempio la produzione e l'elaborazione di segni, legati alle precedenti attività con gli artefatti. Sebbene l'interazione sociale durante tali attività, o la discussione collettiva che le segue coinvolgano anche processi semiotici, questo tipo di attività differiscono nel fatto che richiedono un contributo personale al fine di produrre testi scritti e, conseguentemente segni grafici, che per la loro stessa natura cominciano ad essere separati dalla contingenza dell'azione situata. A causa della loro natura e diversamente da altri segni, come i gesti, i segni scritti (in particolare le parole) sono permanenti e possono essere condivisi; possono essere utilizzati in discussioni collettive e anche divenire oggetto stesso della discussione. Questo può farli evolvere.
- *Produzione collettiva di segni* (per esempio, narrativa, mimica, produzione collettiva di testi e disegni). Tra le altre discussioni collettive, la Discussione Matematica (Bartolini Bussi e al. 1995) gioca un ruolo cruciale. Le discussioni collettive costituiscono una parte essenziale nel processo di insegnamento-apprendimento e rappresentano il cuore del processo semiotico, sul quale l'insegnamento-apprendimento è basato. In una discussione matematica l'intera classe è collettivamente impegnata in un discorso matematico, solitamente lanciato dall'insegnante, che formula esplicitamente l'argomento della discussione. Per esempio, dopo le sessioni in cui si è risolto un problema, le varie soluzioni sono discusse collettivamente, ma può anche accadere che i testi scritti dagli studenti vengano collettivamente analizzati, commentati, elaborati. Molto spesso, e

talvolta esplicitamente, esse sono reali “discussioni matematiche”, nel senso che la loro caratteristica principale è che l’insegnante fa da guida per correlare esperienza personale, significato matematico e l’uso di segni specifici (il più delle volte termini matematici) (Bartolini Bussi e al. 1995). Il ruolo dell’insegnante è cruciale, infatti lo sviluppo dei segni in segni matematici, principalmente legati all’attività con artefatti, non è né semplice né spontaneo, è proprio per questa ragione sembra richieda la guida dell’insegnante. È piuttosto difficile spiegare completamente la natura di tale “guida”, che non può essere completamente assimilata a ciò che viene definito il processo di istituzionalizzazione (Brousseau, 1997), sebbene sia compatibile con esso. L’obiettivo principale dell’azione dell’insegnante in una discussione matematica è quello di promuovere il movimento verso segni matematici, tenendo in considerazione i contributi individuali e sfruttando i potenziali semiotici che provengono dall’utilizzo di particolari artefatti



L’analisi semiotica condotta ci conduce ad assumere la presenza di una particolare categoria di segni. I criteri di tale classificazione si riferiscono allo statuto di questi segni nel processo di sviluppo, così com’è previsto nel ciclo didattico, dai segni legati all’attività con gli artefatti verso segni matematici che sono da relazionare ai significati matematici condivisi dalla comunità, e di solito espressi da una definizione matematica.

I diversi segni possono essere identificati nel processo evolutivo assunto sopra, generando ciò che viene definito una catena semiotica, similmente alla catena di significati come Walkerdine (1990) la descrive:

*Producendo una catena particolare di relazioni di significati, nella quale il riferimento esterno è soppresso e tuttavia è tenuto là in una catena di significati che si sposta gradualmente* (Walkerdine, 1990, p. 121).

Tale catena semiotica muove da segni altamente contestualizzati, strettamente legati all’uso di artefatti, verso segni matematici che sono l’obiettivo dell’attività di insegnamento-apprendimento. Oltre la categoria dei segni matematici, noi abbiamo identificato altre due categorie caratterizzate dalla loro funzione nel processo di mediazione semiotica.

#### *Categorie di segni*

Come osservato, l’analisi semiotica conduce a ipotizzare la presenza di particolari categorie di segni, in relazione alla minore o maggiore distanza dal riferimento all’artefatto, cioè a partire da un riferimento esplicito all’uso dell’artefatto fino al contesto matematico. Poichè la presenza e lo statuto dei segni delle diverse categorie varia nel corso del processo, essi possono essere utilizzati come indicatori del percorso dai sensi personali ai significati matematici. Ci sono sostanzialmente tre tipi di segni: i segni artefatto, i segni matematici e i segni pivot (Falcade, 2006).

I *segni artefatto* si riferiscono al contesto di utilizzo degli artefatti e molto spesso fanno riferimento ad una delle sue parti e/o all’azione realizzata tramite esso. Questi segni nascono dall’attività svolta con l’artefatto, i loro significati sono personali e comunemente impliciti, strettamente legati all’esperienza del soggetto, essi



probabilmente sono legati a ciò che Radford (2003) definisce *generalizzazione contestuale*, ossia una generalizzazione che si riferisce fortemente alle azioni del soggetto nel tempo e nello spazio e nel preciso contesto del compito. Estendendo la terminologia di Noss e Hoyles (1997), si può parlare di *segni situati*, poiché questo è il termine usato da questi autori

*Per descrivere come gli studenti costruiscono idee matematiche basandosi sull'intreccio in un contesto particolare, che, a sua volta, dà forma al modo in cui le idee sono espresse* (p. 122).

Contrariamente a ciò che ci si può aspettare, può succedere che non emergano significati condivisi per i segni artefatto, ma il riferimento diretto ad una esperienza comune può assicurare la possibilità di negoziare un significato condiviso all'interno della classe. Sebbene possa succedere che i segni si manifestino spontaneamente, sicuramente essi appaiono e i significati vengono espressi a secondo del bisogno specifico legato al contesto, in particolar modo sotto lo stimolo di un compito specifico:

- ✚ Quando il compito richiesto deve essere portato avanti in coppia: questo genera il bisogno di comunicare e conseguentemente la produzione di segni.
- ✚ Quando si richiede di elaborare un resoconto scritto, sia esso accompagnato o meno da disegni.
- ✚ Quando si richiede di preparare una relazione scritta relativamente a ciò che hanno fatto: sintetizzare il contenuto di una discussione, rendere espliciti i loro dubbi, ecc.

Questa categoria di segni artefatto include tanti e diversi tipi di segni e, ovviamente, i segni non verbali come gesti o disegni, o combinazioni di essi (Arzarello 2006). Ciò è coerente e per certi aspetti è complementare all'analisi di Arzarello. In effetti, i gesti sono spesso precursori di espressioni verbali, principalmente nel caso dell'assenza di elementi verbali adatti (Goldin-Meadow, 2000). I segni artefatto, a causa del loro diretto riferimento all'artefatto e al suo utilizzo, sono soprattutto impiegati per identificare un particolare aspetto dell'artefatto da mettere in relazione ai significati matematici che sono l'oggetto dell'intervento. Essi sono gli elementi di base dello sviluppo del processo semiotico centrato sull'utilizzo di artefatti e finalizzato alla costruzione della conoscenza matematica.

I *segni matematici* si riferiscono al contesto matematico e sono collegati ai significati matematici condivisi nell'istituzione a cui appartiene la classe (es. scuola primaria; scuola secondaria) e possono essere espressi da una proposizione (es. una definizione, un enunciato da dimostrare, una dimostrazione) che soddisfa gli standard condivisi dalla comunità matematica. Questi segni sono parte dell'eredità culturale e costituiscono l'obiettivo del processo di mediazione semiotica orchestrato dall'insegnante.

Attraverso un processo complesso di tessitura l'insegnante costruisce una catena semiotica che collega i segni artefatto ai segni matematici, espressi in una forma alla portata degli studenti. In questo lungo processo un ruolo cruciale è svolto dagli altri tipi di segni, che sono stati definiti segni pivot.

I *segni pivot* hanno la caratteristica della polisemia, cioè possono riferirsi nella classe sia all'attività con l'artefatto, richiamando azioni strumentali, che anche al linguaggio naturale e al dominio matematico. La loro polisemia fa sì che essi possano essere utilizzati come perno per favorire il passaggio dal contesto dell'artefatto al contesto matematico. Molto spesso essi segnano un processo di generalizzazione, e questo è il caso di espressioni generiche come <oggetto/i> o <cosa/e>, come termini del linguaggio naturale che hanno una corrispondenza nella terminologia matematica. Il loro significato è collegato al contesto dell'artefatto, ma assume generalità attraverso il suo utilizzo nel linguaggio naturale. Talvolta essi sono termini ibridi, prodotti e utilizzati all'interno della classe, ed intendono esprimere un primo distacco dall'artefatto, pur mantenendo il legame con esso, per non perdere il significato.

E' utile osservare che la stessa parola (ad esempio 'funzione') come segno può corrispondere a diverse categorie, con allusione ad un artefatto (segno artefatto), con un certo grado di autonomia da esso (segno pivot) e con riferimento a una definizione matematica (segno matematico).

## Conclusioni

Il quadro teorico qui introdotto può essere usato per analizzare diversi esperimenti didattici del passato, tutti ispirati ad un approccio Vygotskiano, ma riferiti a studenti di età diverse e a temi presi da aree matematiche diverse oppure a pianificare esperimenti didattici nuovi riferiti a varie fasce d'età (vedi ad esempio, Falcade & Strozzi, 2008). Nel capitolo di Bartolini Bussi & Mariotti (2008) sono discussi in dettaglio due esempi: l'artefatto abaco nella costruzione della notazione posizionale dei numeri naturali in base dieci; l'artefatto Cabri nella costruzione della nozione di funzione. A questo capitolo rinviamo il lettore interessato, ricordando che alcuni studi preliminari sono stati già pubblicati in italiano (Si vedano ad esempio, Bartolini Bussi e al., 1995; Bartolini Bussi & Boni, 1995; Bartolini Bussi e al. 2004; Ferri e al., 2005; Mariotti, 2005).

## Bibliografia

- Artigue, M. (2002) Learning Mathematics In A CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics Between Technical and Conceptual Work. *International Journal for Computers in Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Arzarello, F. (2006), Semiosis as a multimodal process, *Relime* Vol Especial, 267-299.
- Arzarello, F. & Robutti, O. (2009), Embodiment e multimedialità, nell'apprendimento della matematica, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, questo numero.
- Arzarello, F. and Bartolini Bussi, M.G. (1998), Italian Trends in Research in Mathematics Education: a national case study in the international perspective in J. Kilpatrick & A. Sierpiska (eds), *Mathematics Education as a Research Domain: a search of identity*, pp.243-262, Kluwer Ac. Pub., Dordrecht, pp.243-262
- Bartolini Bussi M. G. & Mariotti M. A. (2008), Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective, in L. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education (second edition)*, Routledge.
- Bartolini Bussi M. G., Boni M. (1995), Analisi dell'interazione verbale nella discussione matematica: un approccio vygotkiano, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 18, n. 3, 221-256
- Bartolini Bussi M. G., Boni M., Ferri F., Garuti R. (2004), La costruzione del pensiero teorico: una ricerca sugli ingranaggi nella scuola elementare, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 27 A-B (5), 413-444.
- Bartolini Bussi M.G.; Boni M.; Ferri F. (2007), Construction problems in primary school a case from the geometry of circle, in Boero P. (ed.), *Theorems in school: From History, Epistemology and Cognition to Classroom Practice*, 219–248, Rotterdam: Sensepublisher
- Bartolini Bussi, M.G., Boni, M. & Ferri, F. (1995), *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, Modena: CDE.
- Carpay, J. and van Oers, B. (1999), Didactical models, in Yrj Engeström, Reijo Miettinen, Raija-Leena Punamäki (Eds) *Perspectives on Activity Theory* Cambridge University Press.
- Cummins, J. (1996), *Negotiating identities: Education for empowerment in a diverse society*. Ontario, CA: California Association of Bilingual Education.
- Falcade, R. (2006), *Théorie des Situations, médiation sémiotique et discussions collective, dans des sequences d'enseignement avec Cabri- Géomètre por la construction des notions de fonction et graphe de fonction*. Grenoble: Université J. Fourier : Unpublished doctoral dissertation.
- Ferri F., Mariotti M. A. & Bartolini Bussi M. G. (2005), L'educazione geometrica attraverso l'uso di strumenti: un esperimento didattico, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 28 A (2), 161-189.
- Goldin-Meadow S. (2000), Beyond words: the importance of gestures to researchers and learners, *Child Development*, 71 (1), 231-239.
- Hasan R. (2002), Semiotic mediation, language and society: three exotropic theories – Vygotsky, Halliday and Bernstein, available on <http://www.education.miami.edu/blantonw/mainsite/Componentsfromclmer/Component13/Mediation/SemioticMediation.html>, in now published in *Language, Society and Consciousness: The Collected Works of Ruqaiya Hasan Vol 1* Edited by: Jonathan Webster, London: Equinox.
- Leont'ev, A.N. (1976/1964) , *Problemi dello sviluppo psichico*, Ed. Riuniti and Ed. Mir.
- Luria, A.R. (1974), *Storia sociale dei processi cognitivi*, Firenze: Giunti-Barbera.
- Mariotti M. A. (2005), *La geometria in classe. Riflessioni sull'insegnamento e apprendimento della geometria*, Bologna: Pitagora.
- Meira, L. (1998), Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29, No. 2 (Mar., 1998), pp. 121-142
- Norman, D.A. (1993), *Things that make us smart*, Addison-Wesley Pub. Com (traduz ital. *Le cose che ci fanno intelligenti*, Feltrinelli, 1995)
- Noss, R. and Hoyles, C. (1996), *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*, Dordrecht: Kluwer.
- Rabardel, P. (1995), *Les hommes et les technologies - Approche cognitive des instruments contemporains*. A. Colin, Paris.
- Rabardel, P. and Samurçay R. (2001), From Artifact to Instrumented-Mediated Learning, New challenges to research on learning, *International symposium organized by the Center for Activity Theory and Developmental Work Research*, University of Helsinki, March 21-23.
- Radford, L. (2003), Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization, *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70.
- Vygotskij, L. S. (1978), *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*, Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1981), The genesis of higher mental functions, in J. V. Wertsch (ed.), *The concept of activity in Soviet Psychology*, Armonk, NY. Sharpe.
- Vygotsky, L. S. (1990/1934), *Pensiero e linguaggio: ricerche psicologiche* (ed. L. Mecacci), Bari: Laterza.
- Walkerdine V. (1990), *The mastery of reason*, Routledge
- Wartofsky, M. (1979), Perception, Representation, and the Forms of Action: Towards an Historical Epistemology. In: *Models. Representation and the Scientific Understanding*. D. Reidel Publishing Company: 188 – 209.
- Wertsch J.V. (ed) (1985), *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives*, Cambridge University Press.
- Wertsch J.V. and Addison Stone C. (1985), The concept of internalization in Vygotsky's account of the genesis of higher mental functions, in Wertsch J.V. (ed) *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives*, Cambridge University Press