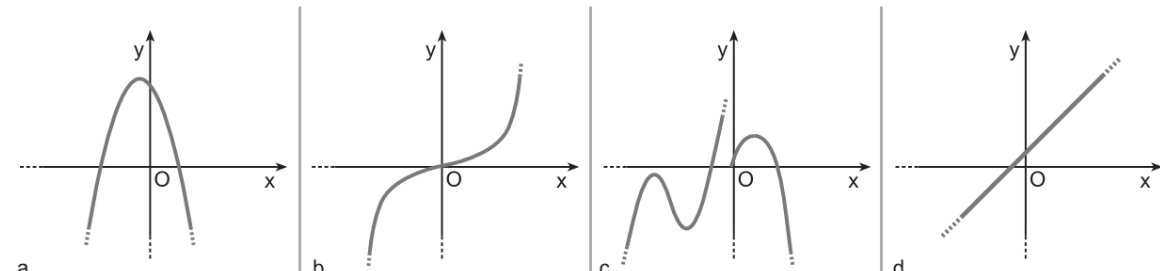
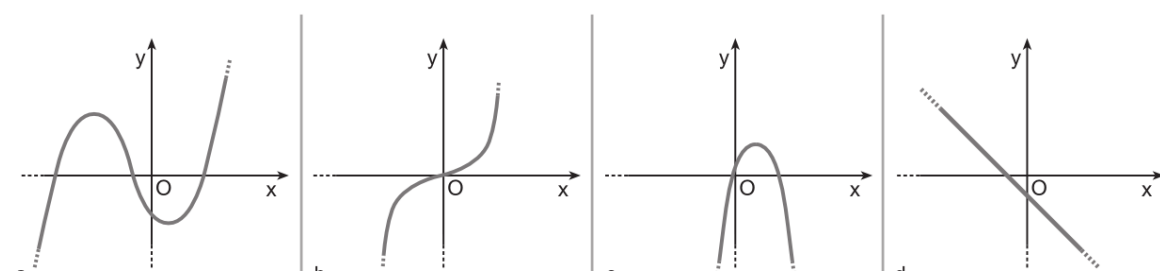


### FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE

❖ SCHEMA PER LA RICERCA DEL CAMPO DI ESISTENZA

Funzione	Campo di esistenza
<b>Funzioni razionali intere:</b> $y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$	R
<b>Funzioni razionali fratte:</b> $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ con $P(x), Q(x)$ polinomi	$Q(x) \neq 0$
<b>Funzioni irrazionali:</b> $y = \sqrt[n]{f(x)}$	Se $n$ è pari: $f(x) \geq 0$
	Se $n$ è dispari: R
<b>Funzioni logaritmiche (con base a costante):</b> $y = \log_a f(x)$	$f(x) > 0$
<b>Funzioni logaritmiche (con base a non costante):</b> $y = \log_{a(x)} f(x)$	$\begin{cases} f(x) > 0 \\ a(x) > 0 \\ a(x) \neq 1 \end{cases}$
<b>Funzioni esponenziali (con base a costante)</b> $y = a^{f(x)}$	Il campo di esistenza coincide con quello di $f(x)$
<b>Funzioni esponenziali (con base a non costante)</b> $y = [a(x)]^{f(x)}$	$\{f(x) > 0\} \cap C.E. \text{ di } g(x)$
<b>Funzioni potenza:</b> $y = f(x)^\alpha$	$\alpha$ intero positivo $\alpha$ intero negativo $\alpha$ razionale $\alpha$ irrazionale positivo Coincide con il C.E. di $f(x)$ $f(x) \neq 0$ Coincide con il C.E. delle funzioni irrazionali $f(x) \geq 0$
<b>Funzioni goniometriche</b>	$y = \sin x, y = \cos x$ $y = \operatorname{tg} x$  $y = \operatorname{cotg} x$  R $x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ $x \neq k\pi$
<b>Funzioni goniometriche inverse</b>	$y = \arcsin x,$ $y = \arccos x$ $y = \operatorname{arctg} x,$ $y = \operatorname{arccot} x$  $x \in [-1; 1]$ $x \in [-1; 1]$ R R

**Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è invertibile ed eventualmente determina l'equazione inversa**

1	$y = e^{-2x} - 1$	11	$y = 1 - \log_2 x^3$
2	$y = 2 - \frac{1}{x-1}$	12	$y = \ln(x+1)$
3	$y = \sqrt[3]{2x+3}$	13	$y = \frac{2x-1}{x+1}$
4	$y = \ln(x^3-1)$	14	$y = \frac{x-1}{x+2}$
5	$y = \frac{e^x}{e^x+1}$	15	$y = \sqrt[3]{x^2} + 1$
6	$y = \frac{1}{\sqrt{x^3+1}}$	16	$y = \frac{1}{2} \sin 2x$
7	$y = x^3 + 1$	17	$y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
8	$y = 1 + \sqrt[3]{x-1}$	18	$y = 2^x + 3$
9	$y = e^x - 1$	19	$y = \arcsin(x-1)$
10	$y = 2^{x-1} - 1$	20	$y = x^2 - 1$
21	<p>Ciascuno dei seguenti grafici rappresenta una funzione <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>. Indica per ognuno se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva.</p> 		
22	<p>Ciascuno dei seguenti grafici rappresenta una funzione <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>. Indica per ognuno se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva.</p> 		

**Date le seguenti funzioni  $f$  e  $g$ , determina  $f \circ g$  e  $g \circ f$ :**

1	$f(x) = 2x^2 + 1; g(x) = \sqrt{x+1}.$	$[(f \circ g)(x) = 2x + 3; (g \circ f)(x) = \sqrt{2x^2 + 2}]$
2	$f(x) = \sqrt{x+2}; g(x) = 2x^2 + 2$	$[(f \circ g)(x) = \sqrt{2x^2 + 4}; (g \circ f)(x) = 2x + 6]$
3	$f(x) = \cos(3x); g(x) = 2\sqrt{x} + 1.$	$[(f \circ g)(x) = \cos(6\sqrt{x} + 3); (g \circ f)(x) = 2\sqrt{\cos(3x)} + 1]$
4	$f(x) = \text{sen}(-x); g(x) = \sqrt{2x} - 7.$	$[(f \circ g)(x) = \text{sen}(-\sqrt{2x} + 7); (g \circ f)(x) = \sqrt{2\text{sen}(-x)} - 7]$
5	$f(x) = \sqrt{3x}; g(x) = \frac{\ln(x-2)}{x^2}.$	$[(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{3\ln(x-2)}{x^2}}; (g \circ f)(x) = \frac{\ln(\sqrt{3x}-2)}{3x}]$
6	$f(x) = (x+1)^2; g(x) = x - \ln x.$	$[(f \circ g)(x) = (x - \ln x + 1)^2; (g \circ f)(x) = (x+1)^2 - 2\ln(x+1)]$
7	<p>Data la funzione <math>y = f(x)</math> rappresentata nel grafico della figura sotto, disegna i grafici delle funzioni <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, <math>y = -f(x) - 1</math>, <math>y = f(-x)</math>.</p>	

**Ricerca del Campo di esistenza**

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni algebriche		
1	$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 6x - 7}$	$]-\infty; -7[ \cup ]-7; 1[ \cup ]1; +\infty[$
2	$y = \sqrt{10x - x^2}$	$[0; 10]$
3	$y = \frac{1}{3x^2 + 3x} + \sqrt[3]{x}$	$]-\infty; -1[ \cup ]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$
4	$y = (1 + 5x - 6x^2)^{-\frac{1}{2}}$	$]-\frac{1}{6}; 1[$
5	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4 - 4x^2 + 3}}$	$]-\infty; -\sqrt{3}[ \cup ]-\sqrt{3}; -1[ \cup ]-1; 1[ \cup ]1; \sqrt{3}[ \cup ]\sqrt{3}; +\infty[$

6	$y = \frac{1}{x^3 + x^2 + 2x}$	$] -\infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$
7	$y = \frac{x}{(2x + 1)^2 - (x - 1)^2}$	$] -\infty; -2[ \cup ] -2; 0[ \cup ] 0; +\infty[$
8	$y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 7x^2 - 8}$	
9	$y = \sqrt{ x - 1  - 2}$	
10	$y = \frac{\sqrt{3 -  x }}{x^3 + 1}$	
11	$y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}-\sqrt{x}}$	$\left[\frac{1}{2}; 1[ \cup ] 1; +\infty[$
12	$y = \sqrt{x^2 + 5x - 6} + \sqrt{8 - x^3}$	$] -\infty; -6] \cup ] 1; 2[$
13	$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 3}}$	$] -3; -2] \cup ] 2; +\infty[$
14	$y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}} + \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$	$] -2; -1[ \cup ] 2; +\infty[$
15	$y = \sqrt{5 - x} + \sqrt{x^2 - 4}$	$] -\infty; -2] \cup ] 2; 5[$
16	$y = \sqrt{\frac{x - 3}{4 -  x }}$	$] -\infty; -4[ \cup ] 3; 4[$
17	$y = \sqrt{\frac{9-x^2}{\sqrt[3]{x}}} + \frac{\sqrt[3]{x^2-2x}}{\sqrt{ 2x-1 -3}}$	$] -\infty; -3] \cup ] 2; 3[$
18	$y = \frac{2 + 5x^2}{x^5 + 3x^2 - x - 3}$	$[x \neq \pm 1 \wedge x \neq -3]$
19	$y = \frac{2 + 3x^2}{x^3 - x^2 - 4x + 4}$	$[x \neq \pm 2 \wedge x \neq 1]$
20	$y = \frac{\sqrt{x+5} + 2}{\sqrt{2x-3}}$	$\left[x > \frac{3}{2}\right]$
21	$y = \frac{\sqrt{x+2} + 3}{\sqrt{3x-2}}$	$\left[x > \frac{2}{3}\right]$

22	$y = \frac{\sqrt{3x-4}}{ 2+x -2x+1}$	$\left[ x \geq \frac{4}{3} \wedge x \neq 3 \right]$
23	$y = \frac{\sqrt{2x-3}}{ 3+x -3x+1}$	$\left[ x \geq \frac{3}{2} \wedge x \neq 2 \right]$
24	$y = \frac{x-3}{2x^2+x-1}$	$x \neq -1 \wedge x \neq \frac{1}{2}$
25	$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2-9}}$	$x < -3 \vee x > 3$
26	$y = \frac{5x}{3x^2+2x}$	$x \neq 0 \wedge x \neq -\frac{2}{3}$
27	$y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2+x}}$	$x < -\frac{1}{2} \vee x > 0$
28	$y = x^2 + \sqrt{x-3}$	$x \geq 3$
29	$y = \sqrt{3x-2} + \sqrt{x}$	$x \geq \frac{2}{3}$
30	$y = \sqrt{\frac{2x^2-x-1}{x+3}}$	

<b>Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni trascendenti contenenti funzioni esponenziali e/o logaritmiche</b>		
1	$y = \sqrt{e^{2x} - e^{3x}}$	$x \leq 0$
2	$y = (x-1)e^{-x}$	$\mathbb{R}$
3	$y = \log(\log x - 1)$	$x > 10$
4	$y = \sqrt{\ln(x+2)}$	$x \geq -1$
5	$y = \ln(x^2-4) + \sqrt{25-x^2}$	$-5 \leq x \leq -2 \cup 2 < x \leq 5$
6	$y = \sqrt{2^{x^2-1} - 8}$	$x \leq -2 \cup x \geq 2$
7	$y = \sqrt{\ln(4-x) - 2\ln(x-2)}$	$2 < x \leq 3$
8	$y = \ln\left(\frac{e^x - \sqrt{e^{x+1}}}{x-2}\right)$	$x < 1 \cup x > 2$

9	$y = \sqrt{2 - \log_{\frac{1}{2}} x} + \ln(3 - \log_2 x)$	$1/4 \leq x < 8$
10	$y = \sqrt{(\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 3}$	$0 < x \leq 2 \cup x \geq 8$
11	$y = \sqrt{e^x} + \ln 2x^2 + x - 3 $	$x \neq -\frac{3}{2}; x \neq 1$
12	$y = \ln\left(\frac{x^4 - 81}{x^2 + 2x}\right)$	
13	$y = \frac{\ln e^x - 1 }{e^{x^2+4x-5} - 1}$	$x \neq -5; x \neq 0; x \neq 1$
14	$y = \ln(\ln^2 x^2 - 1) + \sqrt{x}$	
15	$y = \ln\left(e^x - \frac{1}{e^{x+1}}\right)$	$x > -\frac{1}{2}$
16	$y = \sqrt{\frac{1}{e^{-x}} - e^{\frac{1}{x}}}$	$-1 \leq x < 0 \cup x \geq 1$
17	$y = e^{\frac{x+1}{x^3-2x^2-x+2}}$	$x \neq -1; x \neq 1; x \neq 2$
18	$y = \sqrt{2^{x+1} - \sqrt{\frac{1}{2^x}}} + \log_2(3 - \log_2 x)$	$-5 < x < -1 \cup 1/3 < x < 1$
19	$y = \sqrt[3]{\log_2 3 - \log_2 x}$	$]0; \infty[$
20	$y = \log(\log_2 3 - \log_2 x)$	$]0; 3[$
21	$y = \sin(\log_2 3 - \log_2 x)$	$]0; \infty[$
22	$y = \log(2 \cdot 3^x - 5 \cdot 4^x)$	$]-\infty; \frac{\log 5 - \log 2}{\log 3 - \log 4}[$
23	$y = \log(2 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x)$	$\left[-1; \frac{1}{2}\right]$
24	$y = \log(2 \sin^2 x + (4 - \sqrt{3}) \sin x - 2\sqrt{3})$	
25	$y = \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{5 - 2^x}\right)^{\sqrt{x-2}}$	

26	$y = \left( \frac{-3^x + 2}{\log_2 x - 1} \right)^{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}}$	
27	$y = \left( \frac{3 \arcsin x + \pi}{4 \arccos x - 3\pi} \right)^{\sqrt{\log(x^2 - 5x + 5)}}$	
28	$y = \log \log_{3x^2 + 4x + 1}(3x^2 + 2x)$	
29	$y = \frac{\log_4(x^2 + x - 2) - 1}{\log_2(x^2 + 3x + 2) - 1}$	
30	$y = \sqrt[4]{\frac{2 \operatorname{sen} x - 1}{2 \operatorname{cos} x - \sqrt{2}}}$	

**Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni di vario tipo**

1	$y = \sqrt{\frac{x+2}{x+5}}$	$x < -5 \cup x \geq -2$
2	$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}}$	$x \geq -2$
3	$y = \log_2(2x + 3) - \log_2(5x - 10)$	$-\frac{3}{2} < x < 2$
4	$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+5}}$	$x \geq -2$
5	$y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x+5}}$	$x \neq -5$
6	$y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x+5}}$	$x > -5$
7	$y = \frac{1}{25^x - 125}$	$x \neq \frac{3}{2}$
8	$y = \frac{1}{3 - \ln x} + \frac{1}{4 - 8^x}$	
9	$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - 2)}$	$2 < x \leq 3$
10	$y = \frac{1}{\ln(x^2 + x + 1)}$	

11	$y = \sqrt{\frac{x^2 + 5x - 6}{x}}$	
12	$y = \sqrt{2x^2 - 18} + \sqrt{7 - x}$	$x \leq -3 \cup 3 \leq x \leq 7$
13	$y = \frac{\sqrt{5x - x^2}}{x - 3}$	$0 \leq x \leq 5 \cup x \neq 3$
14	$y = \ln\left(\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 + 1}\right)$	$x < -1 \cup x > 6$
15	$y = \frac{\sqrt{5^x - 25}}{3^x - 1}$	$x \geq 2$
16	$y = \left(\frac{2\operatorname{sen}x - 1}{2\operatorname{cos}x - 1}\right)^{\sqrt{2}}$	
17	$y = \log \frac{\operatorname{cot}gx - \sqrt{3}}{\sqrt{2} \operatorname{cos}x - 1}$	
18	$y = \left(\frac{3x - 2}{x^2 + 3x - 10}\right)^{\operatorname{sen}x}$	
19	$y = \left(\frac{3x - 2}{x^2 + 3x - 10}\right)^{\sqrt{3x-2}}$	
20	$y = \log( 2x^2 + x - 2  - 1)$	
21	$y = \log(x + 3 -  2x + 1 )$	
22	$y = \sqrt[4]{2 - \left \frac{2x + 1}{x - 3}\right }$	
23	$y = \log( x  + 1 -  x - 1 )$	
24	$y = \log( x + 3  -  x - 1 )$	
25	$y = \operatorname{arcsin} x^2 + x - 1 $	
26	$y = \operatorname{arcsin}( x^2 + x - 4  - 1)$	
27	$y = \log( x - 2  -  x - 6 )$	
28	$y = \log(x^2 + 3 -  x^2 - 1 )$	
29	$y = \log( x^2 - 2  -  x^2 - 6 )$	
30	$y = \log(x^2 + 3 -  x^2 - 1 )$	



**Ulteriori esercizi**

1	$y = \frac{3x - 1}{x + 2}$	
2	$y = \sqrt{\frac{2x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 7x + 3}}$	
3	$y = \sqrt{\log(x - 3)}$	
4	$y = \sqrt{x^2 - 9} + \log(16 - x^2) + \frac{1}{x^2}$	
5	$y = \sqrt{\log\left(\frac{6x + 1}{2}\right) - \sqrt{x^2 - 4} + e^x - 3^{\sqrt{x+2}}}$	
6	$y = \sqrt{\frac{ x^2 - 3  + 2x}{ x }}$	
7	$y = \sqrt{\frac{2\sin x - \sqrt{2}}{2\sin x - 1}}$	
8	$y = \sqrt{\frac{\log(x^2 - 3x + 3)}{\log x}}$	
9	$y = \sqrt{3\ln^2 x - 7\ln x + 4}$	$]0; e[ \cup \left[ e^{\frac{4}{3}}; +\infty[$
10	$y = \sqrt{\frac{\log_3 x - 3  + 1}{\log_3 x^2 - 3 }}$	$] -\infty; -2[ \cup ] -\sqrt{2}; \sqrt{2}[ \cup ] 2; 8/3[ \cup \left[ \frac{10}{3}; +\infty[$
11	$y = e^{\sqrt[3]{\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}}}$	$] -\infty; 1[ \cup ] 1; +\infty[$
12	$y = e^{\sqrt{\frac{\sin x}{2\cos x - 1}}}$	$\left[ 0 + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \left[ \cup \left[ \pi + 2k\pi; \frac{5}{3} + 2k\pi \left[$
13	$y = \arcsin\left(\frac{x^2 - 1}{4x - 4}\right)$	$[-5; 1[ \cup ] 1; 3]$
14	$y = \left(\frac{3\arcsin x + \pi}{4\arcsin x - 3\pi}\right)^{\sqrt{\ln(x^2 - 3x + 3)}}$	$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
15	$y = \sqrt{\frac{\ln(x + 1)}{\ln x }}$	$] -1; 0[ \cup ] 1; +\infty[$

16	$y = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x-x^2}}$	$]0; 1[$
17	$y = \sqrt{\ln( x^2-x -1)}$	$] -\infty; -1] \cup [2; +\infty[$
18	$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4)+2}$	$\{0\}$
19	$y = \sqrt{\ln( x + x+1 )}$	$\mathbb{R}$
20	$y = \ln(e^x-1)$	$]0; +\infty[$
21	$y = \sqrt{\frac{\ln x^2-2}{\ln(x+1)}}$	$] -1; 0[ \cup [e; +\infty[$
22	$y = e^{\sqrt{3x^2+6x-3}}$	$] -\infty; -\sqrt{2}-1[ \cup [\sqrt{2}-1; +\infty[$
23	$y = \sqrt{\frac{e^x-1}{e^x+1}}$	$[0; +\infty[$
24	$y = \sqrt{\pi - \arcsin x}$	$[-1; 1]$
25	$y = \ln\left(\frac{x^2-3x}{x+1}\right)$	$] -1; 0[ \cup ]3; +\infty[$
26	$y = \sqrt{\log_2(x-2) - \log_4 x + \sqrt{3 \log_8 x - 4}}$	$[16; +\infty[$
27	$y = \log_2 \frac{3-2x}{\ln x-2 }$	
28	$y = \frac{\sqrt{x^3-2x^2-5x+6}}{3x^2-x}$	
29	$y = \frac{\sqrt{\ln(x-2)+\ln(x+5)-\ln(x^2-7x)}}{\sqrt{8-2x-6}}$	$] -\infty; 7[ \cup ]7; \frac{15}{2}[ \cup ]\frac{15}{2}; +\infty[$
30	$y = \frac{\sqrt{2x+3-\sqrt{x-1}}+\ln(\sqrt{x^2+1-2x})}{\ln(4-x)}$	$]1; 3[ \cup ]3; 4[$
31	$y = \log_x(2x^2-x)$	$]\frac{1}{2}; 1[ \cup ]1; +\infty[$
32	$y = \ln \ln \ln(x-1)$	
33	$y = \frac{\ln(4^x-4 \cdot 2^x-32)}{\sqrt{4^x+8}-\sqrt{32-2 \cdot 2^x}}$	$]3; 4[$
34	$y = \sqrt{\log_2 \frac{x-1}{x-3} - 1}$	$]3; 5]$

35	$y = \frac{\sqrt{x-2}}{\ln \ln x}$	$[2; e[ \cup ]e; +\infty[$
36	$\sqrt{\frac{x-5}{3x^2-5x-2}}$	$] -\frac{1}{3}; 2[ \cup [5; +\infty[$
37	$y = \sqrt{x+7} - \sqrt{4x-3}$	$[\frac{3}{4}; +\infty[$
38	$y = \sqrt{e^{\frac{x-1}{x}} - 1}$	$] -\infty; 0] \cup [1; +\infty[$
39	$y = \frac{e^{\sqrt{1-x^2}}}{ x }$	$[-1; 0[ \cup ]0; 1]$
40	$y = \sqrt{\ln \frac{3-x}{1-x^2}}$	$] -1; 1[$
41	$y = \log(14 + 5x - x^2) + \sqrt{x}$	
42	$y = \log(x+1) + \log(x-3)$	
43	$y = \log(x+1)(x-3)$	
44	$y = \log(x^2 - 5x + 6)^2$	
45	$y = \left( \frac{\arcsin x + \pi}{4\arccos x - 3\pi} \right)^{\sqrt{\log(x^2-5x+2)}}$	

**Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è iniettiva, suriettiva o biettiva**

1	$y = 2x - 1$	6	$y = \sqrt{x}$
2	$y = 2 - x$	7	$y = \frac{1}{x}$
3	$y = x^2 - 2x$	8	$y = \sqrt{x^2 + 1} - 1$
4	$y = -x^2$	9	$y = \frac{x-1}{2x+3}$
5	$y = \frac{1}{2}x^2$	10	$y = e^x - 1$

**BIBLIOGRAFIA**

L. Sasso - "Nuova matematica a colori" - Petrini

R. Capone      Matematica 1      Campo di esistenza delle funzioni reali di una variabile reale

D'Apice-Manzo - "Verso l'esame di matematica" - CUES

Bergamini-Trifone-Barozzi "Matematica.blu.2.0" - Zanichelli

Renato Fiorenza - Esercitazioni di analisi matematica vol.1 - Liguori editore