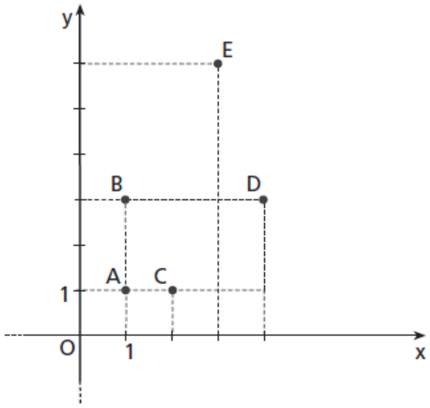
IL PIANO CARTESIANO
E LA RETTA

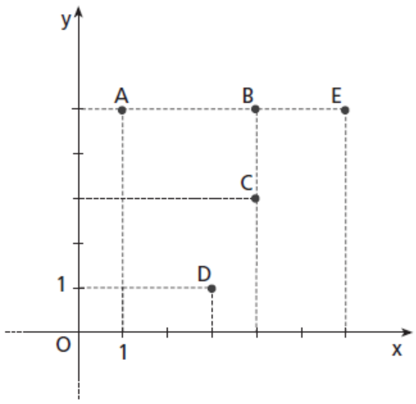
ESERCIZI

1. Le coordinate di un punto su un piano

1 A Scrivi le coordinate dei punti indicati in figura.



1 B Scrivi le coordinate dei punti indicati in figura.



Rappresenta nel piano cartesiano i seguenti punti.

2 A $A(2;\ 5)$, $B(-2;\ 4)$, $C(-1;\ 1)$, $D(3;\ -2)$, $E(-1;\ -4)$, $F(0;\ -2)$.

2 B $A(-1;\ 3)$, $B(4;\ 1)$, $C(-2;\ -1)$, $D(3;\ 2)$, $E(-3;\ 0)$, $F(2;\ -4)$.

Trova i vertici e l'area del più piccolo rettangolo, con i lati paralleli agli assi, che contiene i punti assegnati.

3 A $A(2;\ -1),\ B(2;\ 0),\ C(3;\ 3),\ D(5;\ 2),\ E(-2;\ 1),\ F(1;\ -3),\ G(-1;\ -1).$

$$\left[\text{Vertici}:\ (5;\ 3),(-2;\ 3),(-2;\ -3),(5;\ -3);\ \text{Area}=42\right]$$

3 B $A(3;\ 0),\ B(-3;\ 1),\ C(-2;\ 4),\ D(-3;\ -2),\ E(2;\ 2),\ F(-1;\ -4),\ G(1;\ -3).$

$$\left[\text{Vertici}:\ (3;\ 4),(-3;\ 4),(-3;\ -4),(3;\ -4);\ \text{Area}=48\right]$$

Rappresenta nel piano cartesiano l'insieme di punti $P(x;\ y)$ le cui coordinate soddisfano le seguenti condizioni.

4 A $\begin{cases}-7\le x\le 1\\ -4\le y<3\end{cases}$

4 B $\begin{cases}-5< x\le 3\\ -3< y\le 2\end{cases}$

---

2. I segmenti nel piano cartesiano

5 A Verifica che il triangolo di vertici $A(3;\ 2),\ B(9;\ -2)$ e $C(7;\ 8)$ è isoscele. Calcola la misura del perimetro e l'area.

$$\left[4\sqrt{13}+2\sqrt{26};\ 26\right]$$

5 B Verifica che il triangolo di vertici $A(2;\ 1),\ B(8;\ -3)$ e $C(6;\ 7)$ è isoscele. Calcola la misura del perimetro e l'area.

$$\left[4\sqrt{13}+2\sqrt{26};\ 26\right]$$

Trova l'area e la lunghezza del lato maggiore del quadrilatero *ABCD*.

6 A $A(3;\ -2),\ B(0;\ 4),\ C(-4;\ -1),\ D(-1;\ -2).$ $\left[\text{Area}=\dfrac{43}{2};\ \overline{AB}=3\sqrt{5}\right]$

6 B $A(4;\ 6),\ B(-2;\ -2),\ C(0;\ -1),\ D(5;\ -2).$ $\left[\text{Area}=\dfrac{49}{2};\ \overline{AB}=10\right]$

7 A Sia $M(1;\ 6)$ il punto medio del segmento *AB*, con $A(-3;\ 5)$. Determina le coordinate di *B*.

$$\left[B(5;\ 7)\right]$$

7 B Sia $M(2;\ 5)$ il punto medio del segmento *AB*, con $A(-2;\ 4)$. Determina le coordinate di *B*.

$$\left[B(6;\ 6)\right]$$

8 A Considera i punti $A(5+a;\ a-6)$ e $M\left(a+7;\ -\frac{3}{2}a\right)$, con a reale. Sia M il punto medio del segmento AB. Determina a in modo che il punto B abbia ordinata doppia della sua ascissa. Calcola la lunghezza del segmento AB. $\left[a=-2;\ 10\sqrt{5}\right]$

8 B Considera i punti $A(1-a;\ a)$ e $M\left(2-2a;\ \frac{a}{8}\right)$, con a reale. Sia M il punto medio del segmento AB. Determina a in modo che il punto B abbia ordinata uguale a un quinto della sua ascissa. Calcola la lunghezza del segmento AB. $\left[a=-4;\ \sqrt{149}\right]$

Trova per quale valore del parametro h la distanza $\overline{AB}$ è uguale a 10.

9 A $A(h+1;\ h-2)$, $B(2h;\ -h)$ $\left[h=1\pm 2\sqrt{5}\right]$

9 B $A(2h-3;\ 3-h)$, $B(h-1;\ 1)$ $\left[h=2\pm 5\sqrt{2}\right]$

---

3. L'equazione di una retta passante per l'origine

Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine e per il punto A. Verifica se il punto B appartiene alla retta trovata. Disegna il grafico della retta, il punto A e il punto B.

10 A $A(-3;\ 18)$, $B\left(\frac{1}{3};\ -2\right)$. $[y=-6x;\ \text{sì}]$

10 B $A(-2;\ -8)$, $B\left(-\frac{1}{2};\ 1\right)$. $[y=4x;\ \text{no}]$

Tre dei seguenti quattro punti sono allineati. Dopo averli individuati, scrivi l'equazione della retta che li congiunge.

11 A $A(12;\ -20)$, $B(-6;\ 12)$, $C\left(2;\ -\frac{10}{3}\right)$, $D(-3;\ 5)$. $\left[A,\ C,\ D;\ y=-\frac{5}{3}x\right]$

11 B $A(14;\ 4)$, $B\left(\frac{1}{3};\ \frac{7}{6}\right)$, $C(2;\ 7)$, $D(-8;\ -28)$. $\left[B,\ C,\ D;\ y=-\frac{7}{2}x\right]$

Scrivi l'equazione delle rette passanti per l'origine aventi i coefficienti angolari indicati e disegnale nel piano cartesiano.

12 A $m=\frac{1}{3}$, $m=-4$. $\left[y=\frac{1}{3}x;\ y=-4x\right]$

12 B $m=\frac{1}{4}$, $m=-3$. $\left[y=\frac{1}{4}x;\ y=-3x\right]$

4. L'equazione generale della retta

Disegna i grafici delle rette rappresentate dalle seguenti equazioni.

13 A $y = 2x - 5; \quad y = -\frac{3}{5}.$

13 B $y = 3x - 4; \quad y = -\frac{2}{5}.$

Scrivi in forma esplicita le seguenti equazioni, specificando quali sono il coefficiente angolare e il termine noto. Disegnane, infine, i grafici.

14 A $x - 3y + 1 = 0, \quad -y + 3 = 0, \quad 2x + y + 1 = 0.$ $\left[y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3};\ y = 3;\ y = -2x - 1\right]$

14 B $2x - y + 3 = 0, \quad y - 2 = 0, \quad x - 4y + 1 = 0.$ $\left[y = 2x + 3;\ y = 2;\ y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right]$

Scrivi in forma implicita, con coefficienti interi, le seguenti equazioni.

15 A $y = \frac{1}{5}x + 1; \quad y = -3x - 8; \quad y = \frac{4}{5}x + \frac{1}{3}.$

$[x - 5y + 5 = 0;\ 3x + y + 8 = 0;\ 12x - 15y + 5 = 0]$

15 B $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}; \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}; \quad y = -x - \frac{7}{8}.$

$[3x - 2y - 1 = 0;\ 10x - 15y + 3 = 0;\ 8x + 8y + 7 = 0]$

16 A Data la retta di equazione $3x - 2y - 4 = 0,$ stabilisci se il punto $A\left(1;\ -\frac{1}{2}\right)$ appartiene a tale retta. Determina inoltre i punti *B* e *C* appartenenti alla retta e rispettivamente di ascissa -1 e di ordinata 4. $\left[\text{sì}; B\left(-1;\ -\frac{7}{2}\right),\ C(4;\ 4)\right]$

16 B Data la retta di equazione $2x - 3y + 6 = 0,$ stabilisci se il punto $A\left(-1;\ \frac{1}{3}\right)$ appartiene a tale retta. Determina inoltre i punti *B* e *C* appartenenti alla retta e rispettivamente di ascissa 4 e di ordinata -5. $\left[\text{no}; B\left(4;\ \frac{14}{3}\right),\ C\left(-\frac{21}{2};\ -5\right)\right]$

17 A Determina il valore reale di *a* affinché la retta $3x - y + 4 = 0$ passi per il punto $A\left(2a - 1;\ -a + \frac{1}{2}\right).$ In tal caso, scrivi le coordinate di *A* e rappresenta in un grafico la retta e il punto. $\left[a = -\frac{1}{14};\ A\left(-\frac{8}{7};\ \frac{4}{7}\right)\right]$

17 B Determina il valore di a affinché la retta $4x+3y-1=0$ passi per il punto $A\left(3a+1;\ a-\frac{1}{4}\right)$. In tal caso, scrivi le coordinate di A e rappresenta in un grafico la retta e il punto. $\left[a=-\frac{3}{20};\ A\left(\frac{11}{20};\ -\frac{2}{5}\right)\right]$

18 A Determina per quale valore del parametro k la retta $y=kx+4$ passa, rispettivamente, per il punto $P(1;\ 2)$ e per il punto $Q(3;\ 4)$. $[k=-2;\ k=0]$

18 B Determina per quale valore del parametro k la retta $y=2x+3k$ passa, rispettivamente, per il punto $P(-1;\ 4)$ e per il punto $Q(-3;\ -2)$. $\left[k=2;\ k=\frac{4}{3}\right]$

19 A Determina per quali valori di h il punto di ascissa 3 della retta $3hx+4y-h=0$ ha distanza dall'origine uguale a 5. $[h=\pm 2]$

19 B Determina per quali valori di h il punto di ordinata 8 della retta $9x-2hy-2h=0$ ha distanza dall'origine uguale a 10. $[h=\pm 3]$

20 A Trova la distanza tra i punti A, di ascissa $\frac{1}{2}$, e B, di ordinata 6, appartenenti alla retta di equazione $y=5x-4$. $\left[\overline{AB}=\frac{3}{2}\sqrt{26}\right]$

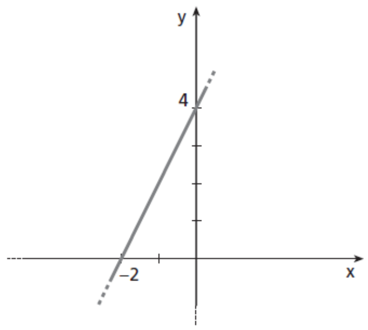
20 B Trova la distanza tra i punti A, di ordinata -2, e B, di ascissa $\frac{3}{2}$, appartenenti alla retta di equazione $y=-3x+7$. $\left[\overline{AB}=\frac{3}{2}\sqrt{10}\right]$

---

5. Il coefficiente angolare

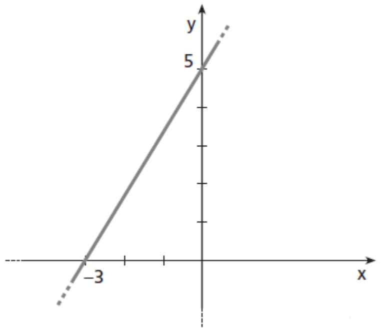
Scrivi l'equazione della retta utilizzando le informazioni fornite dal grafico.

21 A



$[y=2x+4]$

21 B



$$\left[y = \frac{5}{3}x + 5 \right]$$

Determina, se possibile, il coefficiente angolare delle rette *AB*, *AC* e *BD*.

22 A $A(3;\ -4)$, $B(0;\ 2)$, $C(-2;\ -4)$, $D(0;\ -1)$. $[-2;\ 0;\ \text{non esiste}]$

22 B $A(2;\ -5)$, $B(-3;\ 0)$, $C(2;\ 1)$, $D(2;\ 0)$. $[-1;\ \text{non esiste};\ 0]$

23 A La retta di coefficiente angolare $m=3$, passante per il punto $A(2;\ 7)$, contiene i punti $B(?;\ 10)$, $C(-5;\ ?)$ e $D(h;\ 2h)$, con $h \in \Box$. Trova le coordinate mancanti dei punti *B*, *C*, *D*.

$$[B(3;\ 10), C(-5;\ -14), D(-1;\ -2)]$$

23 B La retta di coefficiente angolare $m=4$, passante per il punto $A(-3;\ 2)$, contiene i punti $B(?;\ -2)$, $C(5;\ ?)$ e $D(h;\ 19-h)$, con $h \in \Box$. Trova le coordinate mancanti dei punti *B*, *C*, *D*.

$$[B(-4;\ -2), C(5;\ 34), D(1;\ 18)]$$

---

6. Le rette parallele e le rette perpendicolari

Considera le seguenti quattro rette, determina il loro coefficiente angolare e infine stabilisci quali sono parallele e quali perpendicolari.

24 A $2x+3y-2=0$, $3x-y+6=0$, $-6x+2y=0$, $3x-2y-8=0$. $\left[-\frac{2}{3};\ 3;\ 3;\ \frac{3}{2}\right]$

24 B $2x+5y-3=0$, $4x+10y+7=0$, $-x+2y=0$, $2x+y-8=0$. $\left[-\frac{2}{5};\ -\frac{2}{5};\ \frac{1}{2};\ -2\right]$

25 A Data la retta di equazione $(k+1)x-y+3k=0$, determina per quali valori di k la retta risulta:

a) parallela all'asse *y*; [ó**k**]

b) parallela all'asse *x*; $[k=-1]$

c) parallela alla retta di equazione $2x-3y+1=0$; $\left[k=-\frac{1}{3}\right]$

d) perpendicolare alla retta di equazione $4x+2y-1=0$. $\left[k=-\frac{1}{2}\right]$

25 B Data la retta di equazione $(1-k)x-y-3k=0$, determina per quali valori di k la retta risulta:

a) parallela all'asse y; $[ó\boldsymbol{k}]$

b) parallela all'asse x; $[k=1]$

c) parallela alla retta di equazione $2x-5y+4=0$; $\left[k=\frac{3}{5}\right]$

d) perpendicolare alla retta di equazione $4x-3y-7=0$. $\left[k=\frac{7}{4}\right]$

26 A Determina per quale valore del parametro a le due rette $(2-a)x+3y-4a=0$ e $2x-(2+3a)y-1=0$ sono perpendicolari. $\left[a=-\frac{2}{11}\right]$

26 B Determina per quale valore del parametro b le due rette $(b-1)x-4y-(20b+1)=0$ e $5x+(2b-7)y-(1+b)=0$ sono perpendicolari. $\left[b=\frac{23}{3}\right]$

27 A Date le rette parallele di equazioni $f(x)=mx+q$ e $g(x)=mx+q'$, con $q\neq q'$, determina le funzioni composte $f\circ g$ e $g\circ f$ e stabilisci quando i loro grafici sono paralleli alle rette date. $[m=0 \vee m=1]$

27 B Date le rette parallele di equazioni $f(x)=mx+q$ e $g(x)=mx+q'$, con $q\neq q'$, determina le funzioni composte $f\circ g$ e $g\circ f$ e stabilisci quando i loro grafici sono perpendicolari alle rette date. $[m=-1]$

28 A Dati i punti $A(2;\ 4)$, $B(6;\ 6)$ e $C(a+1;\ a-6)$, determina il valore di a per il quale i segmenti AB e AC risultano perpendicolari. Per tale valore, trova le coordinate di C e l'area del triangolo ABC. $[a=4;\ C(5;\ -2);\ \text{Area}=15]$

28 B Dati i punti $A(-4;\ 3)$, $B(5;\ 6)$ e $C(b-5;\ -b)$, determina il valore di b per il quale i segmenti AB e AC risultano perpendicolari. Per tale valore, trova le coordinate di C e l'area del triangolo ABC. $[b=3;\ C(-2;\ -3);\ \text{Area}=30]$

---

7. I fasci di rette

29 A Dopo aver scritto l'equazione del fascio improprio di rette parallele alla retta di equazione $3x+y-5=0$, determina quella che passa per il punto $A(2;\ 0)$. $[3x+y-6=0]$

29 B Dopo aver scritto l'equazione del fascio improprio di rette parallele alla retta di equazione $3x-y-8=0$, determina quella che passa per il punto $A(3;\ 0)$. $[3x-y-9=0]$

Scrivi l'equazione della retta parallela e della retta perpendicolare alla retta data, entrambe passanti per A, poi disegna le tre rette.

30 A $y=-\frac{2}{5}x-1,\qquad A(0;\ 4).$ $\qquad\left[y=-\frac{2}{5}x+4;\ y=\frac{5}{2}x+4\right]$

30 B $y=\frac{3}{4}x-1,\qquad A(0;\ -2).$ $\qquad\left[y=\frac{3}{4}x-2;\ y=-\frac{4}{3}x-2\right]$

Scrivi l'equazione del fascio di rette passante per il punto indicato e disegna le rette aventi coefficiente angolare $m=0,\ m=2,\ m=-3$.

31 A $A(3;\ -4)$ $\qquad[y=mx-3m-4\vee x=3]$

31 B $B(-1;\ 2)$ $\qquad[y=mx+m+2\vee x=-1]$

32 A Tra le rette del fascio di equazione $(k+1)x-(k-2)y+k-3=0,\ k\in\mathbb{R}$, determina quella che:

a) è parallela all'asse delle ascisse; $\left[y=\frac{4}{3}\right]$

b) è parallela all'asse delle ordinate; $\left[y=\frac{1}{3}\right]$

c) passa per l'origine del sistema di riferimento; $[4x-y=0]$

d) passa per il punto $A(-2;\ 1)$; $[x-7y+9=0]$

e) è parallela alla retta di equazione $2x+3y-1=0$; $[6x+9y-14=0]$

f) è perpendicolare alla retta di equazione $2x-y-4=0$. $[x+2y-3=0]$

32 B Tra le rette del fascio di equazione $(k+2)x-(k-1)y+k-2=0,\ k\in\mathbb{R}$, determina quella che:

a) è parallela all'asse delle ascisse; $\left[y=\frac{4}{3}\right]$

b) è parallela all'asse delle ordinate; $\left[y=\frac{1}{3}\right]$

c) passa per l'origine del sistema di riferimento; $[4x-y=0]$

d) passa per il punto $A(2;\ -1)$; $[7x+5y-9=0]$

e) è parallela alla retta di equazione $2x+5y-1=0$; $[6x+15y-22=0]$

f) è perpendicolare alla retta di equazione $4x+y+1=0$. $[x-4y+5=0]$

33 A Sono dati i seguenti fasci di rette:

a) $3kx+ky-k+5=0$;

b) $kx+3y-4k=0$.

Per ciascuno di essi, dopo aver determinato se sia proprio o improprio, individua le coordinate del centro (se si tratta di un fascio proprio) o il coefficiente angolare comune alle sue rette (se si tratta di un fascio improprio).

$\left[\text{a) improprio, } m=-3;\ \text{b) proprio, } (x_0;\ y_0)=(4;\ 0)\right]$

33 B Sono dati i seguenti fasci di rette:

a) $(3+k)x+2y+1-k=0$;

b) $3x+7y+4k+1=0$.

Per ciascuno di essi, dopo aver determinato se sia proprio o improprio, individua le coordinate del centro (se si tratta di un fascio proprio) o il coefficiente angolare comune alle sue rette (se si tratta di un fascio improprio).

$\left[\text{a) proprio, } (x_0;\ y_0)=(1;\ -2);\ \text{b) improprio, } m=-\frac{3}{7}\right]$

---

8. La retta passante per due punti

Scrivi l'equazione della retta passante per *A* e *B*.

34 A $A(2;\ 4)$, $B(-1;\ -5)$. $[y=3x-2]$

34 B $A(1;\ 6)$, $B(-1;\ 0)$. $[y=3x+3]$

35 A Scrivi le equazioni delle rette contenenti i lati del quadrilatero *ABCD*, sapendo le coordinate $A(0;\ 2)$, $B(2;\ 4)$, $C(6;\ 5)$ e $D(4;\ 3)$. Verifica che il quadrilatero è un parallelogramma.

$\left[y=x+2;\ y=\frac{1}{4}x+\frac{7}{2};\ y=x-1;\ y=\frac{1}{4}x+2\right]$

35 B Scrivi le equazioni delle rette contenenti i lati del quadrilatero *ABCD*, sapendo le coordinate $A(-2;\ 1)$, $B(0;\ 3)$, $C(4;\ 4)$ e $D(2;\ 2)$. Verifica che il quadrilatero è un parallelogramma.

$\left[y=x+3;\ y=\frac{1}{4}x+3;\ y=x;\ y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}\right]$

36 A Dati i punti $A(-3;\ 1)$ e $B(2;\ 3)$, determina il punto *C* di ascissa $\frac{9}{2}$ allineato con *A* e *B*.

$\left[C\left(\frac{9}{2};\ 4\right)\right]$

36 B Dati i punti $A(-2;\ 10)$ e $B(1;\ 1)$, determina il punto *C* di ordinata -4 allineato con *A* e *B*.

$\left[C\left(\frac{8}{3};\ -4\right)\right]$

---

9. La distanza di un punto da una retta

37 A Determina la distanza del punto $P(3;\ 4)$ dalla retta di equazione $3x+4y-1=0$. $\left[\frac{25}{4}\right]$

37 B Determina la distanza del punto $P(2;\ -3)$ dalla retta di equazione $3x-4y+3=0$. $\left[\frac{25}{4}\right]$

Determina l'area del triangolo di vertici *A*, *B* e *C*.

38 A $A(-2;\ -2)$, $B(2;\ 1)$, $C(0;\ 7)$. [15]

38 B $A(-2;\ -1)$, $B(2;\ 2)$, $C(0;\ 8)$. [15]

39 A Dopo aver verificato il parallelismo tra le rette di equazioni $2x-3y+12=0$ e $4x-6y-4=0$, determina la loro distanza. $\left[\frac{14}{13}\sqrt{13}\right]$

39 B Dopo aver verificato il parallelismo tra le rette di equazioni $y=-\frac{4}{3}x+4$ e $4x+3y-37=0$, determina la loro distanza. $[5]$