ESERCIZI DI ALGEBRA LINEARE

1	Dati il seguente sistema lineare $$\begin{cases} x - ky + 2z = 1 \\ -x + (-1+k)z = 2k \\ 2kx + 3z = 3 \end{cases}$$ a. Discutere e trovare le soluzioni al variare di k in R b. Calcolare l'inversa della matrice A dei coefficienti quando k=1 c. Dire per quali valori di k la matrice risulta diagonalizzabile	
2	È dato il seguente sistema lineare al variare del parametro reale k $$\begin{cases} y + kz = 1 - k \\ 2x + (k-3)y + 4z = k + 1 \\ x + ky - kz = 1 \end{cases}$$ a. Studia le soluzioni al variare di k b. Per k=1, calcola gli autovalori e gli autovettori della matrice associata al sistema c. Per k=1 dire se la matrice è diagonalizzabile e calcolare, eventualmente, la matrice diagonale d. Per k=1 calcola l'inversa della matrice associata al sistema	
3	È dato il seguente sistema lineare al variare del parametro reale k $$\begin{cases} x + y + kz = 2 \\ x + y + 3z = k - 1 \\ 2x + ky - z = 1 \end{cases}$$ a. Studia le soluzioni al variare di k b. Per k=1, calcola gli autovalori e gli autovettori della matrice associata al sistema c. Per k=1 dire se la matrice è diagonalizzabile e calcolare, eventualmente, la matrice diagonale d. Per k=1 calcola l'inversa della matrice associata al sistema	
4	È dato il seguente sistema lineare al variare del parametro reale h $$\begin{cases} (2-h)x + y - 2z = 1 \\ 2hx + y - z = h \\ 2y + (h-1)z = 0 \end{cases}$$ a. Discuti la compatibilità e calcola le eventuali soluzioni di $h \in R$ b. Per h=0, studia se la matrice A dei coefficienti del sistema lineare è diagonalizzabile	

	c. Per h=0, calcola una base per ogni autospazio reale di A.	
5	Data la matrice $$A=\begin{pmatrix}3 & -3 & 3\\ 0 & 6 & 0\\ 3 & 3 & 3\end{pmatrix}$$ Dire se è diagonalizzabile su R e, in tal caso, calcolare la matrice P di diagonalizzazione	
6	Data la matrice $$A=\begin{pmatrix}h & 2 & -h\\ 2 & -1 & 2\\ -1 & -2h^2 & 1\end{pmatrix}$$ a. trovare per quali valori di h la matrice è diagonalizzabile; b. per h=1, calcolare una base per ogni autospazio; c. per h=1, dire se f è diagonalizzabile.	
7	Data la matrice $$A=\begin{pmatrix}-2 & -3 & 3\\ -1 & 0 & -1\\ 5 & 5 & 6\end{pmatrix}$$ a. dire se A è diagonalizzabile su R e su C e, in tal caso, calcolare una base di autovettori di A.	
8	Data la matrice $$A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -1\\ 0 & -1 & 0\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$$ a. calcolare gli autovalori di A e una base di ogni autospazio b. dire se A è diagonalizzabile sul campo reale	
9	Data la matrice $$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ -1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$$	

	a. calcolare autovalori e autovettori di A b. dire se A è diagonalizzabile su R e su C	

10	Considera i seguenti sottospazi di R^4: $$W:\{(x,y,z,t)\in R^4 : x-3y+z-2t=2x+2y-z+t=0\}$$ $$V\langle(-1,2-1,4),(1,1,6,2)\rangle$$ 1. Calcola la dimensione e una base di W 2. Calcola la dimensione e una base di $V\cap W$	
11	Determinare una base del sottospazio L(S) di R^4 generato dai vettori $v_1=(1,2,-1,2), v_2=(5,3,1,2), v_3=(-13,-5,-5,-2)$	
12	Determinare una base del sottospazio V di R^5 generato dai vettori $v_1=(2,3,-2,5,1), v_2=(3,-1,2,0,4), v_3=(4,-5,6,-5,7)$	
13	Dati i vettori $v_1=(1,2,3,1), v_2=(1,2,-3,1)$ di R^4. Verificare che i due vettori sono linearmente indipendenti e completarli ad una base di R^4.	
14	Determinare la dimensione e una base del sottospazio $W\subset R^5$ delle soluzioni del sistema omogeneo $$\begin{cases} x+2y-2z+2t-5u=0 \\ x+2y-z+3t-5u=0 \\ 2x+4y-7z+t+u=0 \end{cases}$$	
15	Determinare la dimensione e una base del sottospazio di R^4 delle soluzioni del sistema lineare: $$\begin{cases} 3y+t+u=0 \\ 4x+5y+3t+u=0 \\ -4x+y-t+u=0 \\ 2x+y+t+u=0 \end{cases}$$	
16	Dato il sottospazio $V\subset R^5$ generato da $v_1=(1,-2,0,3,-1), v_2=(2,-3,2,5,-3), v_3=(1,-2,1,2,-2)$ Scrivere V come spazio delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo.	
17	Dati i sottospazi di R^4 $$V=\{(x,y,z,t)\in R^4 \mid x-y=z-t=0\}$$	

	e $$W = \{(x,y,z,t) \in R^4 \mid x+y-z-t=0\}$$ determinare una base di a. V; b. W; c. $V \cap W$; d. $V + W$.	
18	Sia V il sottospazio di R^5 generato da (1,2,-1,4,1), (2,1,0,5,1), (3,3,-1,9,2), e $W = \{(x,y,z,t,u) \in R^5 \mid x-y+t-3u = 2x+z-t+3u = 0\}$. a. Determinare una base di $V \cap W$; b. Determinare una base di $V + W$	
19	Si consideri il seguente sottospazio di R^4 $$V = <(1,0,0,-2h),(h,-1,1,h),(-3,h,2,0)>$$ a. Calcolare al variare di $h \in R$ la dimensione e una base di V; b. Per h=-2, calcolare una rappresentazione cartesiana di V	