

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI "FEDERICO II"

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale – Ingegneria Meccanica (A-DAO) – sede San Giovanni

Anno Accademico 2021/22

Disciplina: Analisi Matematica I

Docente: prof. Roberto Capone

Programma svolto

Nozioni preliminari	<p>Insiemi e insiemi numerici. Operazioni tra insiemi. Quantificatori. Definizione di intervallo. Insieme limitato. Sup e Inf, min e max, Minoranti e maggioranti.</p> <p>Equazioni e disequazioni algebriche di I grado, di II grado, di grado superiore al secondo. Sistemi di disequazioni, disequazioni fratte. Equazioni e disequazioni irrazionali; equazioni e disequazioni in valore assoluto. Equazioni e disequazioni esponenziali; equazioni e disequazioni logaritmiche. Richiami di trigonometria: definizione di angolo; misura di un angolo; Funzioni trigonometriche: seno, coseno, tangente e cotangente; loro rappresentazione grafica; principali valori assunti dalle funzioni trigonometriche; identità trigonometriche fondamentali; archi opposti, archi complementari, supplementari, esplementari, formule di addizione e sottrazione, formule di duplicazione, di bisezione, di prostaferesi, di Werner. Equazioni e disequazioni goniometriche elementari; equazioni e disequazioni goniometriche.</p>
Funzioni reali di una variabile reale	<p>Concetto di funzione, funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva, inversa di una funzione, massimo e minimo di una parte di un insieme totalmente ordinato, estremo superiore ed estremo inferiore. Concetto di funzione reale di una variabile reale; diagramma di una funzione reale di variabile reale; funzioni pari e dispari e loro rappresentazione grafica. Alcuni esempi di funzioni elementari: funzione lineare, funzione valore assoluto, funzione potenza con esponente un intero positivo; funzione radice; funzione parte intera. Funzioni reali di una variabile reale; immagine e immagine reciproca, restrizione e prolungamento di una funzione, funzione crescente e funzione decrescente. Alcuni esempi di funzioni elementari: funzione potenza, funzione radice n-esima, funzione logaritmica. Insieme di definizione delle funzioni reali di una variabile reale: primi esempi. Funzioni reali di una variabile reale: funzioni periodiche, funzioni seno, coseno, tangente e cotangente. Funzioni inverse trigonometriche. Disequazioni trigonometriche inverse; Calcolo dell'insieme di definizione. Calcolo del periodo delle funzioni. Funzioni composte. Le funzioni iperboliche: definizioni e relazioni fondamentali. Analogie tra funzioni trigonometriche e funzioni iperboliche: formule di duplicazione, addizione e sottrazione. Forma esponenziale delle funzioni iperboliche; inverse delle funzioni iperboliche. Grafici di funzioni ottenibili dalle funzioni elementari per traslazione, dilatazione, contrazione; grafico del valore assoluto di una funzione, grafico della funzione del valore assoluto.</p>

Numeri complessi	I numeri complessi. Forma algebrica dei numeri complessi, operazioni con i numeri complessi, inverso di un numero complesso; forma trigonometrica dei numeri complessi; forma esponenziale dei numeri complessi. Potenza k-esima e formula di De Moivre; radice n-esima e formula inversa di De Moivre; rappresentazione geometrica dei numeri complessi. Risoluzione di equazioni nel campo complesso.
Limiti	Introduzione storica al concetto di limite. Nozioni di topologia della retta reale, nozioni di intorno e di punto di accumulazione; sottoinsiemi finiti e sottoinsiemi infiniti (con dim.), teorema di Bolzano-Weierstrass (con dim.); definizioni di interno, derivato e frontiera. Nozioni di topologia della retta reale: insiemi compatti della retta numerica (con dim.); teorema di Heine-Borel; Nozione di limite per una funzione reale di variabile reale e rispettivo significato geometrico; teorema di unicità del limite (con dim.); teorema di esistenza del limite di una funzione monotona. Verifica di un limite. Nozione di continuità per le funzioni reali. Teorema di Bolzano sulla continuità delle funzioni monotone (con dim.); teorema di prolungamento per continuità (con dim.); teorema degli zeri (con dim.). Algebra dei limiti. Limiti di alcune forme interminate; principio di eliminazione degli infinitesimi; confronto fra infinitesimi. Teoremi sulla continuità: I teorema dei valori intermedi (con dim.) Il teorema dei valori intermedi (con dim.) teorema di Weierstrass; criterio di invertibilità (con dim.); Funzioni uniformemente continue; teorema di Cantor. Limiti notevoli (con dim.) Applicazioni. Forma interminata zero per infinito. Infiniti e infinitesimi; funzioni asintoticamente equivalenti; applicazioni allo studio dei limiti. Applicazioni del calcolo dei limiti allo studio delle funzioni: asintoti orizzontali, verticali e obliqui. Limiti di funzioni reali: risoluzione di alcune forme di indecisione. Teorema della permanenza del segno (con dim.), teorema inverso (con dim.), caso di $l=0$; teorema di regolarità per confronto (con dim.). Teoremi sulle operazioni con i limiti; teorema sui limiti delle funzioni composte.
Successioni e serie	Successioni, rappresentazione grafica, successioni convergenti, divergenti, oscillante. Teorema di unicità del limite; teorema sul limite delle successioni monotone, operazioni coi limiti. Risoluzione di limiti di successioni. Successioni geometriche, teorema di permanenza del segno nella prima forma e nella seconda forma, teorema del confronto. Teorema ponte. Serie numeriche, condizione necessaria per la convergenza, criterio di convergenza di Cauchy, serie geometrica, serie a termini positivi, primo criterio del confronto, secondo criterio del confronto, criterio del rapporto, criterio della radice. Esercizi sul grafico probabile di una funzione. Serie armonica generalizzata, serie a termini alterni; criterio di Leibnitz, serie assolutamente convergenti.
Calcolo differenziale	Introduzione al calcolo differenziale: il problema della tangente, significato geometrico di derivata, equazione della retta tangente, legame tra continuità e derivabilità (con dim.), Punti di non derivabilità. Derivata delle funzioni elementari attraverso la definizione; teorema di derivazione di una somma, derivata di derivazione di un prodotto; teorema di derivazione di un rapporto. Teorema di Rolle e suo significato geometrico (con dim.); teorema di Lagrange e suo significato geometrico (con dim.). Teorema di Cauchy e suo significato geometrico (con dim.); teorema di Fermat (con dim.); funzioni crescenti e decrescenti; condizione necessaria per la monotonia; condizione sufficiente per la monotonia. Esercizi su continuità e derivabilità; applicazione del calcolo

	differenziale allo studio delle funzioni; massimi e minimi relativi per le funzioni reali di una variabile; concavità convessità e flessi; caratterizzazione delle funzioni convesse o concave derivabili; caratterizzazioni delle funzioni convesse e concave derivabili due volte. Formula di Taylor; approssimazione di una funzione con un polinomio; polinomio di Taylor di ordine n centrato in x_0 . Sviluppo di McLaurin di alcune funzioni notevoli; teorema di unicità del polinomio di Taylor; proprietà del simbolo di Landau; sviluppo della somma; sviluppo del prodotto. Sviluppo di Taylor di una funzione composta; applicazioni.
Cenni di calcolo numerico	Calcolo approssimato delle radici di una equazione; separazione delle radici; teorema degli zeri; teorema di unicità degli zeri (con dim.). Metodo dicotomico; metodo della tangente; metodo della secante; metodo iterativo.
Calcolo integrale	Nozione di integrale per una funzione reale continua in un intervallo chiuso e limitato $[a,b]$. Proprietà dell'integrale di una funzione continua: proprietà di linearità, proprietà di additività, teorema della media (con dim.) proprietà di monotonia; l'integrale per il calcolo delle aree e l'integrale come antiderivata. Integrazione delle funzioni elementari; integrali delle funzioni composte. Teorema dell'integrazione per parti. Lemma fondamentale del calcolo integrale (con dim.) teorema fondamentale del calcolo integrale (con dim.). Metodi per l'integrazione indefinita: integrazione di funzioni fratte; integrazione per sostituzione; integrazione per parti. Sommabilità di una funzione; criterio di sommabilità dell'ordine dell'infinitesimo; criterio di sommabilità dell'ordine dell'infinito; integrazione di funzioni pari e dispari; integrali impropri; del I tipo, del II tipo, del III tipo. Sostituzione di funzioni irrazionali.

[1] Paolo Marcellini, Carlo Sbordone, Elementi di Analisi Matematica Uno. ed.: 2002 ISBN: 9788820733834

[2] Paolo Marcellini, Carlo Sbordone, Esercitazioni di matematica, Primo volume, Parte prima, ed.: 2016, ISBN: 9788820763510, eISBN: 9788820763527

[3] Paolo Marcellini, Carlo Sbordone, Esercitazioni di matematica, Primo volume, Parte seconda, ed.: 2016, ISBN: 9788820752521, eISBN: 9788820752538

Prof. Roberto Capone