

CORSO DI STUDIO	LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)
ANNO ACCADEMICO	2024-2025
INSEGNAMENTO	MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE

Principali informazioni sull'insegnamento	
Periodo di erogazione	Primo semestre (23 settembre 2024 – 20 dicembre 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/04 – Matematiche Complementari
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Roberto Capone (titolare)	Eleonora Faggiano
Indirizzo mail	roberto.capone@uniba.it	eleonora.faggiano@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2652	+39 080 544 2668
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 3 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 4 secondo piano
Sede virtuale		
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/capone www.robertocapone.com	https://www.dm.uniba.it/it/members/faggiano
Ricevimento		

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7	7		

Obiettivi formativi	
	L'insegnamento inquadra le matematiche elementari (con riferimenti a contenuti di geometria, aritmetica, analisi, teoria degli insiemi) in una prospettiva epistemologica e didattica. In particolare, si forniscono gli strumenti fondamentali per la preparazione delle attività didattiche e la discussione con gli studenti di tali argomenti. Questo insegnamento si colloca naturalmente nel Curriculum educativo ma può essere seguito da chiunque mostri interesse per la dimensione culturale e formativa della matematica.

Prerequisiti	
	Sono strumenti essenziali i contenuti dei corsi di base di geometria, algebra e analisi matematica.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	Fondamenti di aritmetica razionale e algebra per l'insegnamento Assiomi dell'aritmetica di Peano e sviluppo dell'aritmetica PA. Il concetto di numero naturale secondo Frege. Numeri naturali e cardinalità: le antinomie della teoria degli insiemi e il teorema di Cantor-Bernstein. Il concetto di



numero naturale secondo Dedekind. Definizioni induttive e teorema di ricorsione. Il concetto di numero naturale secondo Husserl: numeri e scienze cognitive. Frazioni. Ragioni analitiche e algebriche di incompletezza di \mathbb{Q} . Costruzione di Dedekind del campo dei numeri reali e teoremi di completezza di \mathbb{R} . Gli assiomi di continuità. Numeri reali e misura. Costruzione di Méray-Cantor del campo dei numeri reali e teoremi di completezza metrica. Costruzione di Hilbert del campo dei numeri reali e problematiche fondazionali: coerenza, categoricità, indipendenza. Cenni a filtri e ultrafiltri. Costruzione del campo iperreali e cenni di analisi non standard. Campi non archimedei.

Didattica dell'algebra elementare

- la nozione di symbol sense (Arcavi)
- concezioni operazionali e strutturali in matematica (es.: Sfard)
- il gap aritmetica-algebra
- competenze in algebra: modellizzare, dimostrare proprietà numeriche, ragionare

Fondamenti di geometria sintetica per l'insegnamento

La matematica degli egizi, dei sumeri e dei babilonesi

La matematica greca: la scuola Pitagorica: tutte le cose che si conoscono hanno un numero, la scala pitagorica, i numeri non sono sufficienti: le grandezze incommensurabili. Il teorema di Pitagora e una sua dimostrazione; il teorema inverso del teorema di Pitagora.

Un altro modo per dimostrare il teorema di Pitagora (a partire dal primo teorema di Euclide). Superfici e superfici equivalenti. Primo teorema di Euclide. I numeri primi. Paradosso dell'esistenza di grandezze non commensurabili. Teorema sull'esistenza dei triangoli impossibili.

Dimostrazioni e dimostrazioni per assurdo. Talete. Teorema sulla infinità dei numeri primi.

Euclide e i suoi Elementi. Contenuto del libro I: definizioni, postulati, assiomi, le proposizioni costruttive, una dimostrazione sbagliata, I tre criteri di congruenza; teorema del pons asinorum, teorema (I, 48).

La teoria delle grandezze omogenee, il postulato di Archimede, assioma di continuità, grandezze commensurabili, proporzionalità; teorema di esistenza del quarto proporzionale. Equiscomponibilità. Equivalenza tra un parallelogramma e un rettangolo, equivalenza tra un triangolo e un rettangolo, Platone e la duplicazione del quadrato

Euclide e la teoria delle grandezze omogenee, equiscomponibilità di un poligono regolare e di un rettangolo; l'equiscomponibilità come relazione di equivalenza; primo e secondo teorema dell'angolo esterno; criterio di parallelismo.

Il teorema di Ceva, dalla matematica alla statica, teorema di Menelao, teorema di Stewart, triangoli ceviani, ortici, pedali; il problema di Fagnano, dimostrazione con simmetrie assiali Fej'er, quadrilateri ortici; teorema di Varignon, quadrilateri ortici principali; il biliardo: biliardi piani e biliardi poligonali.

Didattica della Geometria per l'insegnamento

Geometria intuitiva vs geometria razionale

Fondamenti di analisi per l'insegnamento

La nascita della geometria analitica (R. Descartes, P. Fermat). Il calcolo infinitesimale nelle opere di Newton (metodo delle flussioni, metodo dei primi ultimi rapporti, metodo delle serie, il "teorema fondamentale del calcolo integrale", integrazione di funzioni, integrazione di equazioni differenziali). Il calcolo infinitesimale in Leibniz. Il confronto fra le Scuole di

	<p>Leibniz e di Newton. Le premesse alla creazione del calcolo infinitesimale (Cavalieri, Torricelli, Barrow). Le serie nel Settecento (cenni). Evoluzione del concetto di funzione. La <i>Théorie des fonctions analytiques</i> (1797) di J.-L. Lagrange e l'algebrizzazione dell'analisi. Cauchy e l'inizio del processo di rigorizzazione dell'analisi: il <i>Cours d'analyse</i> (1821) e i <i>Résumés des leçons données à l'Ecole royale polytechnique sur le calcul infinitésimal</i> (1823). L'evoluzione dei concetti di limite, derivata e integrale nel XVIII e XIX secolo.</p> <p>Didattica dell'analisi elementare:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ storia ed epistemologia del concetto di funzione: processo e oggetto (Sfard); la nozione di covariazione di variabili (Slavit) ▪ la matematica del cambiamento (Kapur) ▪ il gap algebra-analisi ▪ le radici cognitive dei concetti (Tall)
Testi di riferimento	<p>Capone – Faggiano, <i>MATEMATICHE ELEMENTARI DA UN PUNTO DI VISTA SUPERIORE</i>, ebook fornito agli studenti in pdf</p> <p>Altri testi consigliati:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prodi, <i>Analisi matematica</i>, Boringhieri • Gerla, <i>Tentativi di fondare la matematica</i>, voll. 1 e 2 • Boyer, <i>Storia del Calcolo</i>
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	I materiali didattici saranno forniti agli studenti lezione per lezione seguendo il protocollo del Just in Time Teaching

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	L'insegnamento consente di acquisire una conoscenza dei fondamenti dell'algebra, della geometria e dell'analisi e di rileggere alcuni argomenti in chiave epistemologica e didattica con lo scopo di 1) migliorare le capacità critiche anche grazie all'utilizzo di diverse fonti e testi; 2) migliorare la capacità di soluzione di problemi; 3) consolidare la padronanza dei concetti e del metodo scientifico applicati alla didattica. Studenti e studentesse saranno abituati all'utilizzo delle conoscenze teoriche ed epistemologiche per costruire attività didattiche per la scuola secondaria.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Le attività proposte sviluppano in studenti e studentesse capacità di risolvere e porre problemi, stabilendo collegamenti fra vari settori della matematica nonché capacità di utilizzare le competenze acquisite, sia a fini di ricerca sia per sviluppare attività didattiche per le scuole secondarie.
DD3-5 Competenze trasversali	<p>DD3 Autonomia di giudizio: La natura di questo insegnamento induce studenti e studentesse a migliorare le proprie capacità critiche e di argomentazione e li abitua a: riconoscere errori o lacune nelle dimostrazioni, riflettere sul cambiamento di metodologie e strumenti matematici nel corso del tempo, elaborare in modo autonomo esempi di attività per la scuola secondaria, porsi questioni didattiche e di approfondimento che diano valore culturale ai temi trattati.</p>
	<p>DD4 Abilità comunicative: La presentazione di un'attività didattica e le discussioni collettive abitua studenti e studentesse a esporre il proprio punto di vista, ad argomentare, a comprendere il punto di vista degli altri, utilizzando vari strumenti comunicativi.</p>
	<p>DD5 Capacità di apprendere: studenti e studentesse acquisiscono abilità nell'impostare lavori in modo rigoroso e nel risolvere problemi teorici, nell'affrontare criticamente lo studio di un testo matematico, nel comunicare la matematica a un pubblico non matematico mediante la realizzazione di attività didattiche per la scuola secondaria.</p>



Metodi didattici	
	Lezioni interattive, Just in Time Teaching, Social platform

Valutazione	
-------------	--

Modalità di verifica dell'apprendimento	Lavori di gruppo e individuali e discussioni collettive durante il corso per la verifica formativa. Prova orale a fine corso per la verifica sommativa
---	--

Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i>: conoscenza dei contenuti didattici • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: Capacità di utilizzare le conoscenze acquisite per risolvere problemi • <i>Autonomia di giudizio</i>: Conoscenza dell'epistemologia che caratterizza i principali concetti e metodi presentati • <i>Abilità comunicative</i>: Capacità di collocare la matematica in un contesto culturale più ampio e di comunicarla • <i>Capacità di apprendere</i>: Capacità di utilizzare le conoscenze acquisite per preparare attività didattiche per la scuola secondaria
------------------------	---

Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	RUBRICA di Valutazione			
	A Livello avanzato	B Livello alto	C Livello medio	D Livello iniziale
	<p>Lo studente Ha una perfetta padronanza degli argomenti affrontati nell'insegnamento. Padroneggia gli strumenti del calcolo infinitesimale, dell'algebra e della geometria senza esitazione dell'esecuzione procedurale. Utilizza in modo appropriato il linguaggio specifico della disciplina per comunicare i contenuti studiati. E' in grado di preparare attività didattiche, a partire dai contenuti studiati, in piena autonomia e con originalità</p>	<p>Lo studente Conosce bene tutti gli argomenti affrontati nell'insegnamento. Usa in modo appropriato gli strumenti del calcolo infinitesimale, dell'algebra e della geometria. Utilizza il linguaggio specifico della disciplina per comunicare i contenuti studiati. E' in grado di preparare attività didattiche, a partire dai contenuti studiati, in autonomia e correttamente.</p>	<p>Lo studente Conosce gli argomenti affrontati nell'insegnamento. Usa gli strumenti del calcolo infinitesimale, dell'algebra e della geometria anche se talvolta con qualche esitazione. Utilizza un corretto linguaggio della disciplina per comunicare i contenuti studiati. E' in grado di preparare attività didattiche, a partire dai contenuti studiati, talvolta con il supporto di sussidi ausiliari</p>	<p>Lo studente Conosce quasi tutti gli argomenti affrontati nell'insegnamento. Usa gli strumenti del calcolo infinitesimale, dell'algebra e della geometria con qualche esitazione. Utilizza il linguaggio della disciplina per comunicare i contenuti studiati anche se con qualche incertezza espositiva. E' in grado di preparare attività didattiche, a partire dai contenuti studiati solo se supportato da sussidi ausiliari.</p>
	FASCIA	CORRISPONDENZA TASSONOMICA	LIVELLO DI COMPETENZA	
A	27-30	AVANZATO		
B	23-26	ALTO		
C	20-22	MEDIO		
D	18 - 19	INIZIALE		

Ulteriori informazioni	