



LA MATEMATICA DEGLI EGIZI, DEI SUMERI E DEI BABILONESI

Prof. Roberto Capone

A.A. 2024/25

Matematiche Elementari da un Punto di Vista Superiore



La matematica degli Egizi

Età della pietra (suddivisa in paleolitico, da 3 milioni a 10 000 anni a.C., mesolitico dal 10000 all'8000 a.C., e neolitico dall'8000 al 3000 a.C.)

Età dei metalli (Ottomila anni fa, 6000 a.C., l'uomo imparò a fondere il rame e iniziò l'età dei metalli. Comprende l'età del rame, l'età del bronzo e l'età del ferro)

Sorgono le prime civiltà in Egitto, in Mesopotamia, in India, in Cina.



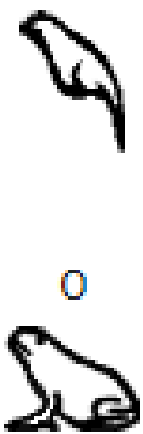

La matematica degli Egizi

I documenti redatti in scrittura egiziana avevano avuto migliore fortuna di quelli babilonesi.

Nel 1799 la scoperta della stele di Rosetta, redatta in tre lingue (greco, demotico e geroglifico) consentì di fare rapidi progressi nella decifrazione dei geroglifici, anche della numerazione (in base 10)

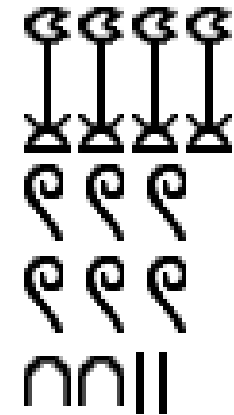
Grazie ad un semplice schema iterativo, gli egiziani riuscivano a incidere nella pietra, nel legno e in altri materiali, numeri superiori al milione.

La matematica degli Egizi

Valore	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 milione, o infinito
Geroglifici		∩	∞				
Descrizione	Tratto	Arco	Vortice (chiamata anche <i>Lotus</i>)	Nymphaea	Dito	Uccello o Rana	Uomo seduto con le mani alzate

La matematica degli Egizi

I multipli di questi valori venivano espressi ripetendo il simbolo tante volte quante era necessario, fino a un massimo di 9 volte. Ad esempio, un'iscrizione proveniente da Karnak mostra il numero 4622 come



La matematica degli Egizi

Anche i numeri razionali possono essere espressi, ma solo come somme di frazioni unitarie, cioè come somme di reciproci di numeri interi positivi, con l'eccezione di $2/3$ e $3/4$. Il geroglifico usato per indicare una frazione era quello della bocca (un po' simile anche se per nulla uguale a quello dell'occhio), che significava anche "parte":



Le frazioni venivano dunque scritte con questo segno, che indicava anche il numeratore 1, e il denominatore positivo sotto. Quindi, $1/3$ si scriveva:

$$\text{geroglifico} = \frac{1}{3}$$

C'erano dei simboli speciali per indicare $1/2$ e due frazioni non unitarie, $2/3$ (usato spesso) e $3/4$ (usato meno frequentemente):

$$\text{geroglifico} = \frac{1}{2} \quad \text{geroglifico} = \frac{2}{3} \quad \text{geroglifico} = \frac{3}{4}$$

La matematica degli Egizi

Le fonti a cui si fa riferimento per la ricostruzione della matematica egiziana sono:

le iscrizioni tombali;

Il papiro di Rhind (papiro di Ahmes)

Il papiro di Rhind

Si tratta di un papiro, largo circa 30 cm e lungo circa 5,46 m, si trova ora al British Museum a eccezione di pochi frammento conservati nel Brooklyn Museum di New York. Esso non è scritto in geroglifico ma in scrittura ieratica. Il sistema rimane quello decimale ma l'uso dei simboli è semplificato

La matematica degli Egizi

I problemi che ritroviamo nei papiri riguardano l'aritmetica

Gli Egizi usavano una successione di raddoppiamenti per eseguire sia la moltiplicazione sia la divisione

Per moltiplicare addizionavano il moltiplicando a sé stesso, duplicavano ancora il risultato ottenuto e così via, finché (usando il linguaggio moderno) la potenza di due impiegata rimaneva minore del moltiplicatore.

Ad esempio, supponiamo di voler moltiplicare 25 per 11.

Innanzitutto scomponiamo il secondo fattore (11) come somma di potenze di 2 (cioè $11=1+2+8$).

Secondariamente calcoliamo i prodotti degli addendi individuati (1; 2; 8) per il primo fattore (25):

1 x 25	25
2 x 25	50
8 x 25	200

A questo punto, sommiamo i prodotti ottenuti ($200 + 50 + 25$ per ottenere $25 \times 11 = 275$).

Per dividere si utilizzava lo stesso procedimento sul divisore. Ad esempio, volendo dividere 60 per 12 si calcolava:

1 x 12	12
2 x 12	24
4 x 12	48

Poiché $48 + 12 = 60$,

$60 : 12 = 4 + 1 = 5$

Con questo sistema e utilizzando le tabelle di cui si è detto prima, Ahmes è in grado di moltiplicare e dividere frazioni. Alcuni problemi infatti richiedono di ripartire degli oggetti (pagnotte o birre) fra un certo numero di persone, e in proporzioni definite.

La matematica degli Egizi

I problemi che ritroviamo nei papiri riguardano l'algebra

I testi matematici pervenuti a noi contengono numerosi esempi di equazioni di primo grado.

Un problema tipico è il numero 26 del papiro di Rhind, il cui testo recita:

«Una quantità, il suo quarto (aggiunto) su di essa fa 15»,

che nella notazione moderna può essere scritto come:

$$x + \frac{1}{4}x = 15$$

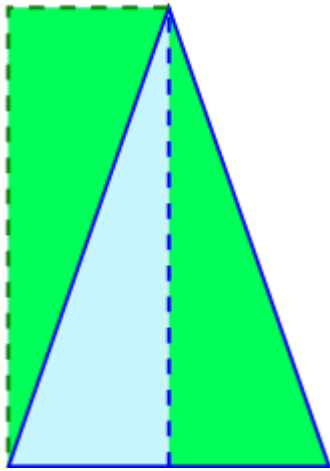
Una tecnica tipica di risoluzione è il metodo della falsa posizione; ad esempio per il problema precedente, lo scriba suppone la soluzione $x=4$, che sostituita dà $4+1=5$; tra i membri destri delle due equazioni c'è un fattore di proporzionalità 3, che va applicato alla soluzione presupposta 4, da cui segue $x=12$. Altri problemi vengono invece risolti tramite passaggi algebrici del tutto analoghi a quelli utilizzati oggi.

Gli antichi egizi erano in grado di risolvere anche equazioni di secondo grado; i problemi che le contenevano erano quasi tutti di natura geometrica, e la risoluzione dell'equazione era quindi solamente un passaggio interno del problema stesso. Anche questo tipo di problemi venivano usualmente risolti tramite il metodo di falsa posizione.

La risoluzione di una equazione di secondo grado prevede sempre il calcolo delle radici quadrate. Nei papiri il risultato della radice è scritto direttamente e non sono mai riportati i passaggi del calcolo; è probabile che gli scribi facessero uso di apposite tavole contenenti le radici dei numeri interi e della frazioni, ma nessuna di questa tavole è giunta fino a noi.

La matematica degli Egizi

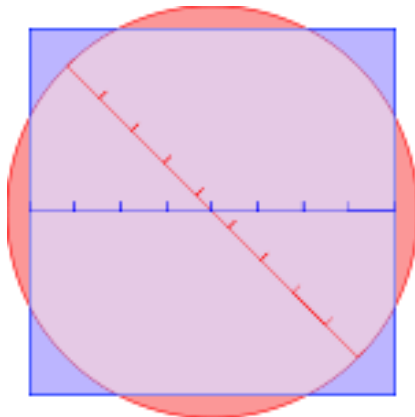
I problemi che ritroviamo nei papiri riguardano la geometria



I problemi geometrici riguardano il calcolo di alcune aree.

L'area del triangolo isoscele viene calcolata dividendolo in due triangoli rettangoli e ruotandone uno in modo da ottenere un rettangolo. Si trova il risultato, quindi, moltiplicando la metà della base per l'altezza.

Con lo stesso metodo si calcola l'area del trapezio isoscele: metà della somma delle basi per l'altezza.



Viene calcolata l'area di un cerchio di diametro uguale a 9 unità ponendola uguale a quella di un quadrato di lato 8 unità.

Applicando le conoscenze odierne avremmo:

$$A_{quadrato} = 64$$
$$A_{cerchio} = \left(\frac{9}{2}\right)^2 \pi \sim 20,25\pi$$

Ciò significa porre

$$\pi = 64:20,25 \sim 3,16$$

che è una approssimazione abbastanza vicina a pi greco

La matematica degli Egizi

Molti dei calcoli «aha» contenuti nel papiro di Rhind erano evidentemente esercizi pratici per giovani studenti. Sebbene gran parte di essi sia di natura pratica, in alcuni casi sembra che lo scriba avesse in mente indovinelli giochetti matematici.

Ad esempio, il problema 79 cita «sette case, 49 gatti, 343 topi, 2401 spighe di farro, 16807 misure di grano». È presumibile che lo scriba avesse a che fare con un problema, forse abbastanza celebre, secondo il quale in ciascuna delle sette case vi erano sette gatti ciascuno dei quali mangiava sette topi, ciascuno dei quali avrebbe mangiato sette spighe di grano, ciascuna delle quali avrebbe prodotto sette misure di grano. Questo indovinello era una anticipazione della famosa filastrocca:

Per la strada che porta a Camogli
passava un uomo con sette mogli.
Ogni moglie aveva sette sacche,
in ogni sacca aveva sette gatte,
ogni gatta sette gattini.
Fra gatti, gatte, sacche e mogli
in quanti andavano, dite, a Camogli?

•**Carl B. Boyer**, *Storia della matematica*, traduzione di Adriano Carugo, Oscar Saggi Mondadori, n. 181, Milano, 1990, ISBN 88-04-33431-2.

•**Denis Guedj**, *Il teorema del pappagallo (Le théorème du perroquet, 1998)*, traduzione di Lidia Perria, Milano, Longanesi, 2000, ISBN 88-304-1758-0.

La Mesopotamia

Ci sono stati dei ritrovamenti, soprattutto in Mesopotamia, di segni grafici riconducibili al concetto di numero, scritti su tavolette d'argilla. Su queste tavolette erano segnati calcoli di tasse, le nascite, le morti e tutti quei calcoli che servivano per mantenere l'organizzazione di una città-stato.

I documenti babilonesi, ma più in generale anche quelli mesopotamici, venivano scritti prevalentemente con dei cunei (scrittura cuneiforme) ed incisi su tavolette d'argilla morbida poi cotta in appositi forni o lasciata essiccare al sole. Tali documenti hanno quindi resistito anche alle intemperie a differenza, ad esempio, dei papiri egizi. Di conseguenza oggi disponiamo di più documentazione sulla matematica mesopotamica che su quella egizia.

Solo nel tardo XX secolo si è cominciato a decifrare le prime tavolette con le esposizioni della matematica mesopotamica, ma soprattutto di quella babilonese. In queste tavolette risalenti all'epoca della dinastia di Hammurabi è illustrato il sistema sessagesimale, cioè il sistema a base 60 utilizzato non solo dai babilonesi ma anche in tutto il resto della Mesopotamia; un sistema sessagesimale che viene utilizzato ancora oggi per indicare la misura del tempo e degli angoli.

•Paolo Zellini, *GNOMON, Un'indagine sul numero*, Milano, Adelphi, 1999, ISBN 88-459-1501-8.

•George Gheverghese Joseph, *C'era una volta un numero*, Torino, il Saggiatore, 2003, ISBN 88-515-2118-2.

La Mesopotamia

Per scrivere tutti i numeri fino a 59, si utilizzano 14 simboli di cui 5 orizzontali, ognuno rappresentante 1 decina, che potevano quindi avere anche un valore doppio, triplo e via dicendo in base alla loro posizione. Poi ce n'erano 9 verticali, rappresentanti ognuno 1 unità. Lo zero inizialmente era indicato con uno spazio, successivamente, ai tempi di Alessandro il Grande si usavano due cunei obliqui per indicare il vuoto però non c'erano mai numeri per lo zero. Possiamo dire quindi che la numerazione dei Babilonesi era basata sulla ripetizione dei segni. Questo popolo sapeva calcolare l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, la divisione, la potenza di un numero, l'area del cerchio e le terne pitagoriche.

Comunque i babilonesi avevano una capacità di calcolo pari a quella della moderna notazione frazionaria decimale. Si può quindi affermare che la matematica mesopotamica era ad un livello molto più alto della matematica dei contemporanei Egizi. Infatti questi ultimi avevano grossi problemi ad effettuare già semplici calcoli mentre i Babilonesi sapevano eseguire calcoli complessi ad esempio la divisione, che veniva calcolata moltiplicando il dividendo per il reciproco del divisore, basandosi su apposite tavole dei reciproci. In conclusione si può inoltre dire che i Babilonesi sono stati autori di grandi scoperte matematiche che in futuro avrebbero preso i nomi dei loro cosiddetti inventori come l'Algoritmo di Newton e le terne di Pitagora.

•Paolo Zellini, *GNOMON, Un'indagine sul numero*, Milano, Adelphi, 1999, ISBN 88-459-1501-8.

•George Gheverghese Joseph, *C'era una volta un numero*, Torino, il Saggiatore, 2003, ISBN 88-515-2118-2.

La Mesopotamia

•**Notazione posizionale** - introdotta in Europa solo nel medioevo, la notazione posizionale era estesa anche a valori frazionari e permetteva di eseguire facilmente calcoli a precisione indefinita.

Numerazione a base 60 - agevolava i calcoli pratici, essendo 60 divisibile in parti intere più facilmente del numero 10. Ancora oggi nel calcolo del tempo si usa tale numerazione.

•**Teorema di Pitagora** - i matematici babilonesi conoscevano il teorema di Pitagora; se è dubbio che avessero un concetto di "teorema" come poi fu sviluppato dai greci, è indubbio che lo utilizzassero nella pratica per la risoluzione dei problemi.

Uso di algoritmi - il più famoso è quello che prende il nome da Newton per il calcolo della radice quadrata di un numero e che in genere viene attribuito al matematico greco Archita vissuto nel IV secolo a.C.

Uso di tabelle - per evitare i calcoli ripetitivi venivano prodotte tabelle, famosa quella dei reciproci che permetteva di evitare le difficili operazioni di divisione sostituendole con moltiplicazioni.

La Mesopotamia

•**Tabelle logaritmiche** - i logaritmi sono stati scoperti in Europa da Giovanni Nepero (John Napier) nel 1600 circa. Vi sono prove che i babilonesi usavano tavole analoghe più di due millenni prima.

Equazioni di terzo grado - un tipo anomalo di tabella che riporta i valori di **numeri**, tale tabella si può spiegare come strumento per la risoluzione di equazioni di terzo grado, soluzione che né matematici greci né altri troveranno mai fino a quasi duemila anni dopo

•Paolo Zellini, *GNOMON, Un'indagine sul numero*, Milano, Adelphi, 1999, ISBN 88-459-1501-8.

•George Gheverghese Joseph, *C'era una volta un numero*, Torino, il Saggiatore, 2003, ISBN 88-515-2118-2.

La Mesopotamia

Intorno alla fine del Ottocento, spedizioni americane scoprirono testi metrologici, problemi di geometria tridimensionale risolti con equazioni cubiche e con estrazioni di radici.

Nella tavoletta conservata a Yale, si illustra il metodo per trovare le radici di un'equazione di secondo grado nella forma $x^2 + bx = c$:

Un rettangolo ha la lunghezza maggiore di 7 alla sua larghezza. L'area del rettangolo è 1,0 (60). Trovare lunghezza e larghezza

Questo problema corrisponde, in termini moderni, all'equazione $x^2 + 7x = 60$

Procedimento

Dimezza 7, di cui la lunghezza supera la larghezza: ottieni 3:30

Moltiplica insieme 3:30 per 3:30: ottieni 12:15

Somma 1,0, l'area, a 12:15: ottieni 1,12:15

Trova il lato del quadrato di area 1,12:15: ottieni 8:30

Traccia il quadrato di lati 8:30 e 8:30, aggiungi 3:30 ad uno e sottrailo all'altro

Lunghezza e larghezza sono 12 e 5.

In pratica la formula risolutiva utilizzata è:

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$$

I calcoli dei Sumeri

Una proposta di Laboratorio a partire dalla scuola primaria