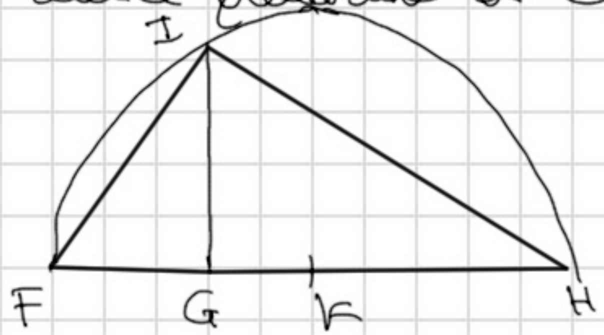
Cartesio

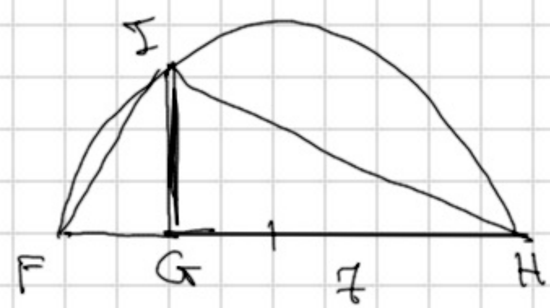
Estrarre la radice quadrata di GH



Sia FG un segmento che scelgo come unità e lo aggiungo in linea retta a GH
Divido FH in due parti eguali. Costruisco la semicirconf. di centro K. Unisco G alla circonferenza con un segmento GI perpend. a FH.

GI è la radice cercata

$\sqrt{9}$ Prendo un segmento GH di lunghezza 9
GI misurerà esattamente 3

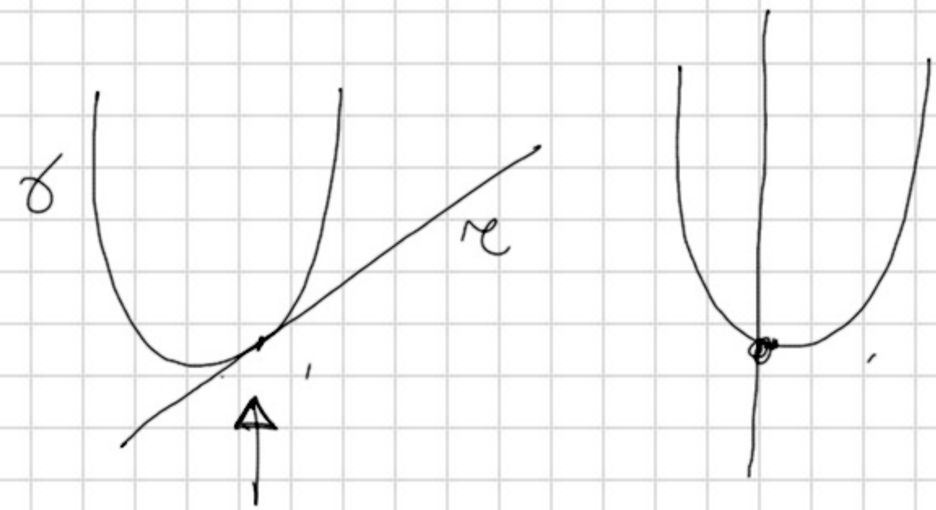


$GI = \sqrt{7}$

$FG : IG = IG : GH$

$IG^2 = FG \cdot GH$

$IG = \sqrt{7}$


γ
r

Il problema delle tangenti.

Circonferenza tangente alla curva in punto $P(x_0, y_0)$

Una volta trovata la circonferenza il suo raggio per P_0 sarà normale alla curva; per trovare la tangente basta prendere la retta perpendicolare al raggio.

Scrivere la circonferenza con centro nel punto v sull'asse delle ascisse e raggio r

$$(x-v)^2 + y^2 = r^2$$

e impongo che abbia una intersezione doppia in P_0 con la curva.

Se la curva ha equazione $P(x,y)=0$ P polinomio di grado arbitrario, si elimina una delle due variabili, per esempio y e si richiede che il polinomio $Q(x)$ così ottenuto abbia radice doppia in P_0

$$Q(x) = (x-x_0)^2 R(x)$$

tore $R(x)$ è da determinare.
Se il polinomio $P(x,y)$ è di grado n, $Q(x)$ è di grado $2n$, $R(x)$ è di grado $2n-2$

Uguagliando nell'espressione $Q(x) = (x-x_0)^2 R(x)$

i termini dello stesso grado si ottengono $2n+1$ equazioni in $2n+1$ incognite.
Dalla soluzione del sistema ricavo i parametri che determinano la circonferenza tangente.
Trovata questa, la retta tangente è perpendicolare al raggio e passa per P_0

Es.
$$\begin{cases} y = mx^2 \\ (x-v)^2 + y^2 = r^2 \end{cases}$$

$$x^2 + v^2 - 2vx + m^2x^4 - r^2 = 0$$

$$m^2x^4 + x^2 - 2vx + v^2 - r^2 = 0 \longleftarrow$$

Il polinomio per avere una radice doppia si deve poter scrivere come:

$$(x-x_0)^2(ax^2+bx+c)=0$$

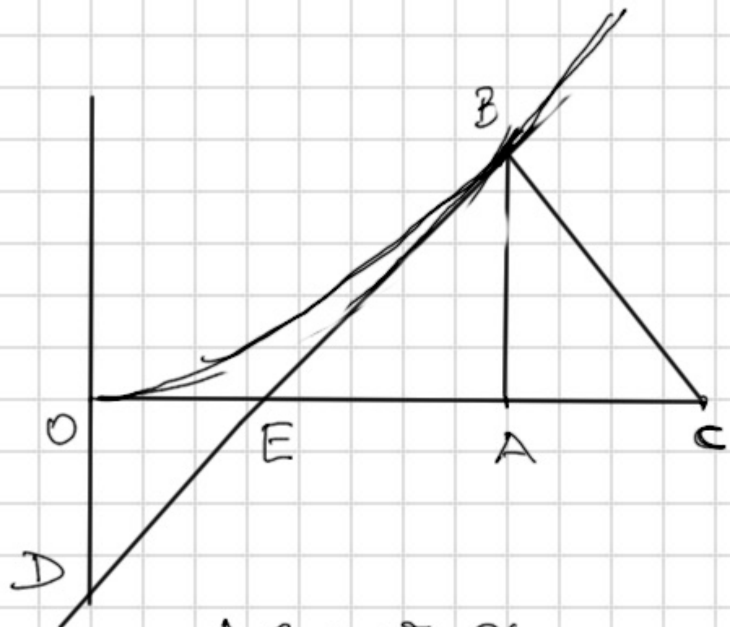
$$ax^4+(b-2ax_0)x^3+(c-2bx_0+ax_0^2)x^2+$$
$$(bx_0^2-2cx_0)x+cx_0^2.$$

$$\begin{cases} a=m^2 \\ b-2ax_0=0 \\ c-2bx_0+ax_0^2=1 \\ bx_0^2-2cx_0=-2v \\ cx_0^2=v^2-\tau^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=m^2 \\ b=2m^2x_0 \\ c=1+3m^2x_0 \\ v=x_0+2m^2x_0^2= \\ \quad =x_0+2\ldots x_0^2 \end{cases}$$

5 equazioni
a, b, c, v, τ incognite

$$\tau^2=m^2x_0^4+4m^4x_0^6$$

Created with Doceri



$OA = x_0$

$AB = y_0$

$OC = v$

$BC = r$

$AC = v - x_0$

Poniamo $EA = z \Rightarrow OE = x_0 - z$
I triangoli ABC e AEB sono simili perché rettangoli e perché $A\hat{C}B$ e $A\hat{B}E$ uguali avendo i lati perpend.

$AC : AB = AB : AE$

$(v - x_0) : y_0 = y_0 : z \Rightarrow z = \frac{y_0^2}{v - x_0} \Rightarrow z = \frac{x_0}{2}$

Pertanto OE = EA e i due triangoli EBA e EDO sono uguali per cui OD = AB = y_0

La retta che congiunge D con B è la tangente alla parabola