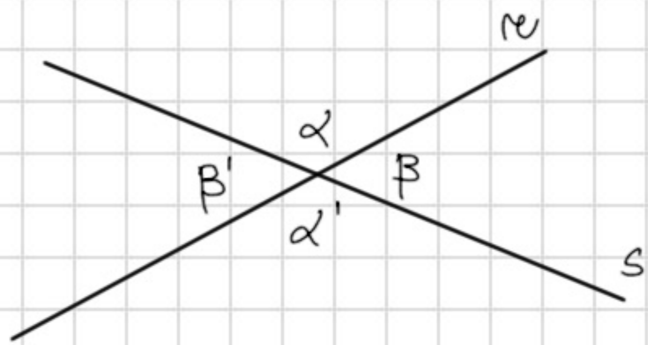
# Lezione del 10|04|2025

Proposizione I, 15 Se due rette si tagliano fra loro, formano gli angoli opposti al vertice tra loro uguali

Dim.

th. $\alpha = \alpha'$

$\beta = \beta'$




$$
\begin{array}{rl}
 & \alpha + \beta = \pi \\
- & (\alpha' + \beta = \pi) \\
\hline
 & \alpha - \alpha' = 0
\end{array}
$$

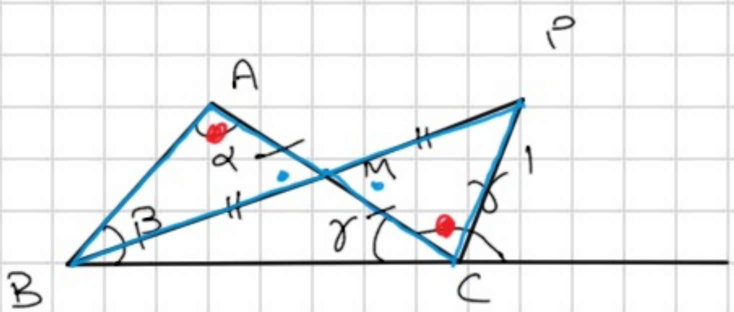
Sottraggo membro a membro

$\Rightarrow \quad \alpha = \alpha'$

q.e.d.

## I TEOREMA DELL'ANGOLO ESTERNO

Proposizione I, 16 In ogni triangolo, se si prolunga uno dei lati, l'angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni non adiacenti a esso.




Hp: $\gamma'$ è angolo esterno

Th: $\gamma' > \alpha$

$\gamma' > \beta$

Dimostrazione: Considero il punto medio del lato AC
Unisco B con M e prolungo BM dalla parte di M di un segmento MP = BM
Unisco P con C. Considero i triangoli ABM e CMP. Essi sono uguali (BM = MP per

costruzione, $AM = CM$ perché $M$ è punto medio

$A\hat{M}B = C\hat{M}P$ perché opposti al vertice) per il I

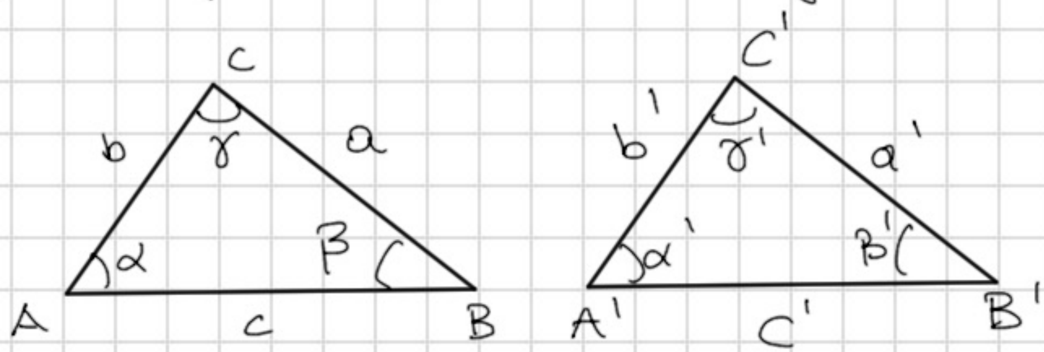
criterio LAL

In particolare, l'angolo $\alpha$ è uguale a una parte di $\gamma'$. Poiché il tutto è maggiore della parte possiamo dedurre che

$$\gamma' > \alpha \quad . \quad c.v.d.$$

## I Criterio di uguaglianza $\boxed{LAL}$

Due triangoli sono uguali se hanno due lati e l'angolo compreso rispettivamente uguali




## II Criterio di uguaglianza $\boxed{ALA}$

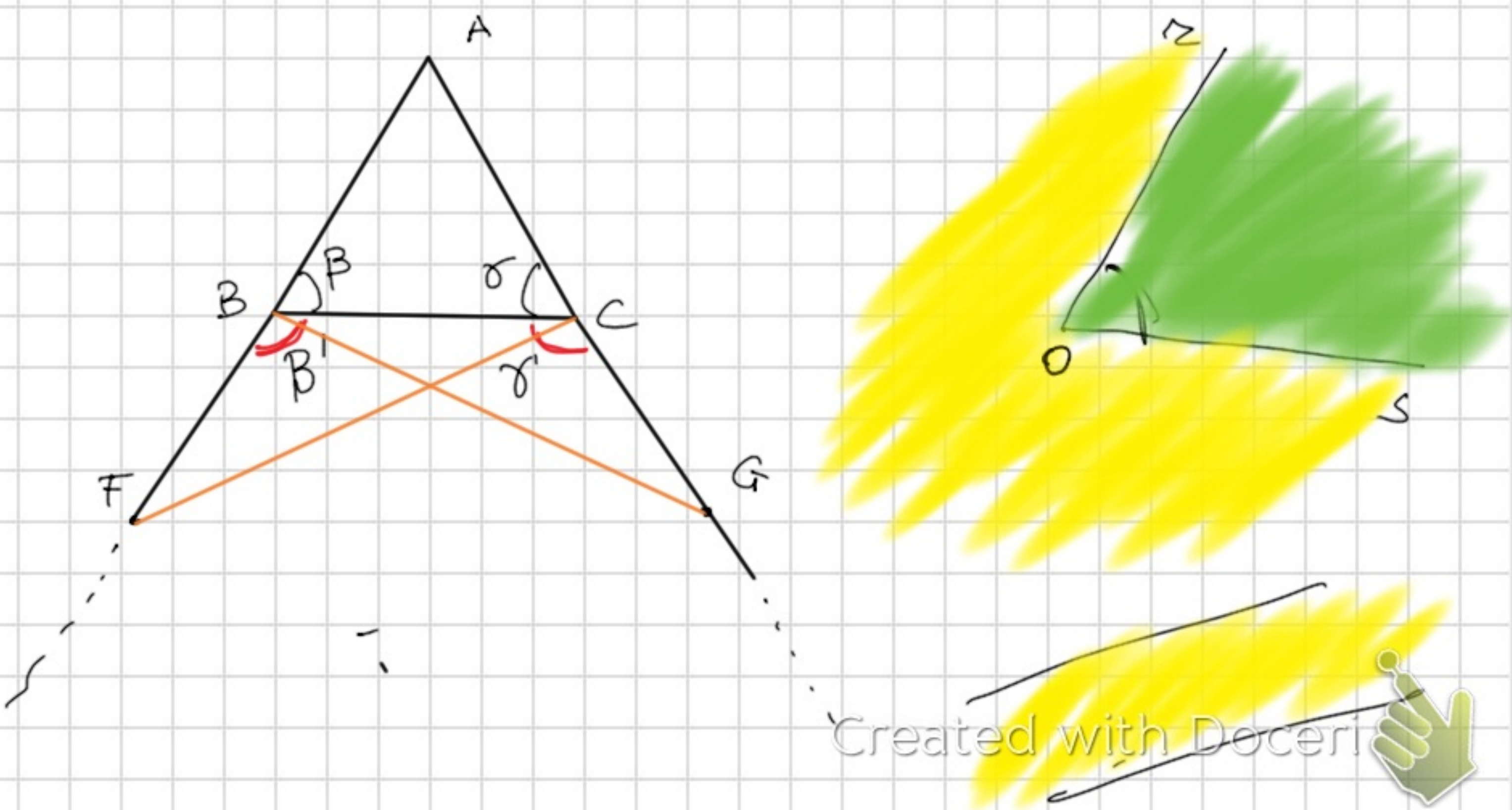
Due triangoli sono uguali se hanno un lato e due angoli ad esso adiacenti rispettivamente uguali

## III criterio di uguaglianza $\boxed{LLL}$

Due triangoli sono uguali se hanno tutti i lati ordinatamente uguali

# Proposizione I. 5 (teorema del pons asinorum)

Gli angoli alla base dei triangoli isosceli sono eguali fra loro e, prolungati avanti i lati eguali, gli angoli opposti sotto la base saranno eguali fra loro.



Sia ABC un triangolo isoscele che ha il lato $AB = AC$ e si prolunghi in avanti in linea retta dalla parte di B e dalla parte di C
Prendiamo un punto sul prolungamento di AB e un punto G sul prolungamento di AC in modo tale che $AF = AG$

Considero i triangoli AFC e AGB. In questi triangoli $AF = AG$, anche $AB = AC$. Hanno l'angolo $F\hat{A}G$ in comune, la base $FC$ = alla base $GB$. Dunque anche i restanti angoli sono uguali ai restanti angoli, cioè quelli opposti ai lati uguali $A\hat{C}F = A\hat{B}G$ e $A\hat{F}C = A\hat{G}B$.

Poiché $AF = AG$ e le loro parti AB e AC sono uguali, di conseguenza anche $BF = CG$

Ma $FC = GB$ e quindi i lati BF e FC sono uguali rispettivamente ai lati CG e GB e l'angolo $C\hat{G}B = B\hat{F}C$, mentre è BC è in comune.

Ottengo che anche i triangoli BFC e CGB

Dunque, in particolare,

$$F\hat{B}C = G\hat{C}B$$

$$B\hat{C}F = C\hat{B}G$$

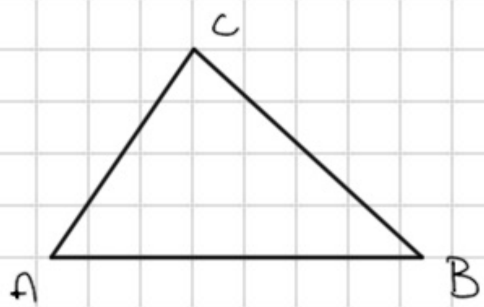
Poiché l'angolo $A\hat{B}G$ totale è uguale a $A\hat{C}F$ e le loro parti $C\hat{B}G$ e $B\hat{C}F$ sono uguali lo saranno anche le restanti parti, ovvero

$$A\hat{B}C = A\hat{C}B$$

Mentre

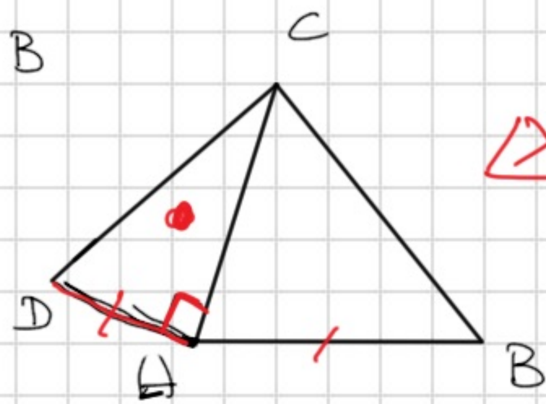
$$F\hat{B}C = G\hat{C}B$$ che sono gli angoli sotto la base

TEOREMA I.48 Se in un triangolo il quadrato di un lato è uguale alla somma dei quadrati dei due lati rimanenti, allora l'angolo contenuto dai due lati rimanenti è retto




Hp: $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$

Th: $B\hat{A}C$ è retto




Dal punto A al lato AC traccio un segmento AD ⊥ ad AC

$AD = AB$

ADC è rettangolo $AD^2 + AC^2 = DC^2$ Perché $AD = AB$ dalla ipotesi $AD^2 + AC^2 = BC^2$ ho due relazioni

$$\rightarrow \quad AD^2 + AC^2 = \boxed{BC^2}$$

$$\rightarrow \quad AD^2 + AC^2 = \boxed{DC^2}$$

Da esse segue che $BC^2 = DC^2 \Rightarrow BC = DC$

Ma allora i due triangoli sono uguali per il terzo criterio per cui l'angolo $C\hat{A}B = \underline{D\hat{A}C}$

retto per costruzione

$C\hat{A}B$ è retto