Didattica della Matematica 1

Roberto Capone Università di Bari Aldo Moro

<u>www.robertocapone.com</u> roberto.capone@uniba.it



Contenuti di insegnamento

- 1. Introduzione alle grandi teorie dell'apprendimento: Comportamentismo, Cognitivismo, Costruttivismo, Enattivismo
- 2. Piaget, Bruner, Vygotskij
- 3. Elementi di Semiotica: Pierce, Sausurre, Greimas, Sebeok, Lotman, Eco
- 4. Applicazioni in Didattica della Matematica:
- 5. La teoria delle rappresentazioni semiotiche di Duval
- 6. La teoria della mediazione semiotica
- 7. La teoria dell'oggettivazione di Radford
- 8. Elementi di Sociologia dell'educazione: Edgar Morìn
- 9. Elementi di Pragmatica linguistica

Contenuti di insegnamento

- 10. Teorie e ricerche in Didattica della matematica:
- 11. La teoria delle situazioni didattiche di Brousseau
- 12. La teoria della trasposizione didattica di Chevallard
- 13. Dalla trasposizione didattica alla trasposizione meta-didattica
- 14. Dalla programmazione alla progettazione: cenni di storia dell'insegnamento della matematica in Italia; la nascita e l'evoluzione della ricerca in didattica della matematica in Italia. Cenni di storia della scuola in Italia.
- I programmi di matematica. I cambiamenti di prospettiva dell'insegnamento della matematica: dall'insegnante, ai contenuti, allo studente.
- 15. La didattica dell'inclusione: normative vigenti; la didattica individualizzata e la didattica personalizzata.
- 16. Le tecnologie per la didattica della matematica: uso di software di geometria dinamica, uso del foglio di calcolo, moodle, dropbox, google drive, desmos, GenAI.

Modalità di verifica dell'apprendimento

È prevista la stesura di una unità di apprendimento su un argomento a scelta del docente, anche con riferimenti interdisciplinari.

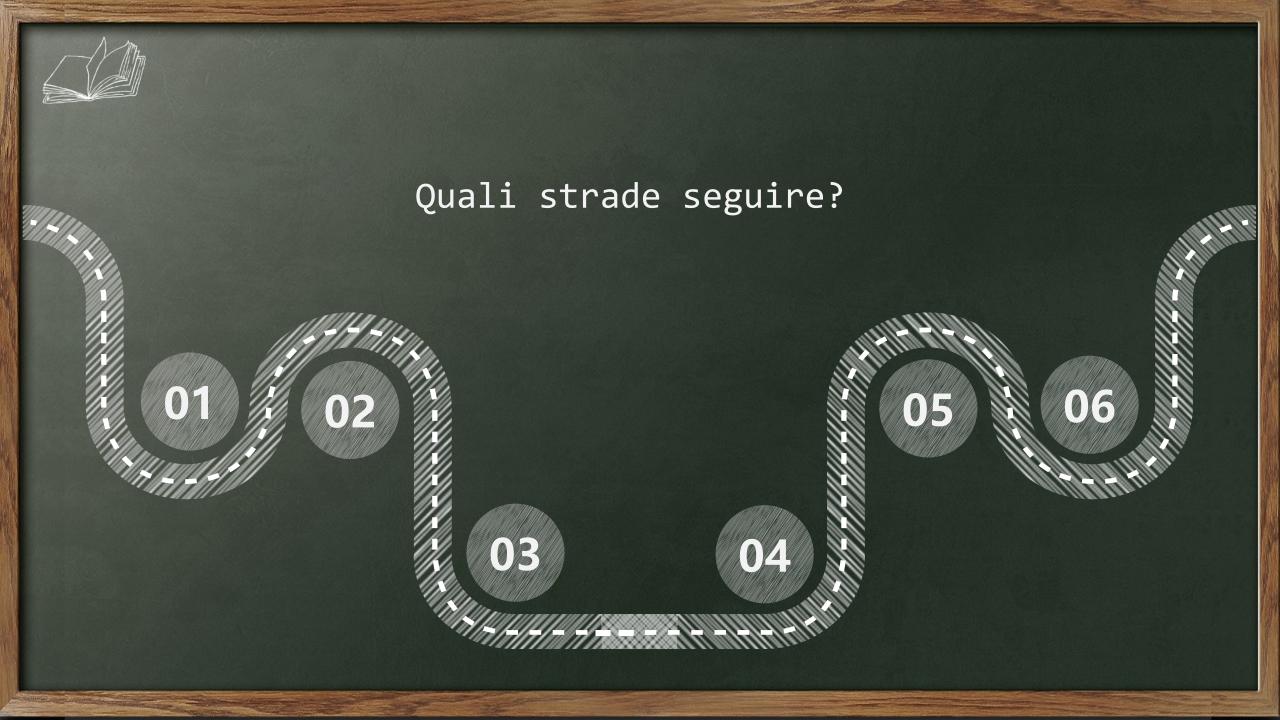
Testi di riferimento

- Il materiale di studio sarà fornito in pdf durante il corso. Si consiglia la lettura dei seguenti testi/saggi
- E. Morìn, La testa ben fatta. Riforma dell'insegnamento e riforma del pensiero, Raffaello Cortina editore, 2000
- R. Capone, Valutare per competenze in matematica e fisica, (pdf fornito dal docente)



Event code

QBDUKR





Si può continuare come allora o ...

Enrico di Germania mentre impartisce una lezione all'Università di Bologna. Laurentius de Voltolina; Liber ethicorum des Henricus de Alemannia; Kupferstichkabinett SMPK, Berlin/Staatliche Museen Preussiischer Kulturbesitz, Min. 1233

...sperimentare nuove metodologie didattiche

Tra i fattori che facilitano l'apprendimento vi sono le metodologie usate dal docente

Apprendimento socializzato
Peer tutoring
Cooperative learning
Peer Led Team Learning
Scrum methodology
Team Based Learning
IBSE
Design Thinking
Problem Based Learning



Principi cognitivi per favorire l'apprendimento



1. Catturare l'attenzione - «che bello!»

- Effetto sorpresa
- Percezione di un gap di conoscenza
- Uso di video di apertura
- Racconto di storie
- Stimolazione di curiosità ed emozioni

The Society for Research into Higher Education

Teaching for Quality Learning at University

Fourth Editior



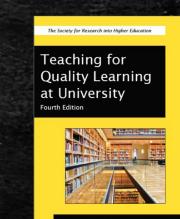
John Biggs and Catherine Tang

Principi cognitivi per favorire l'apprendimento



2. Mantenere l'attenzione - «che buono!»

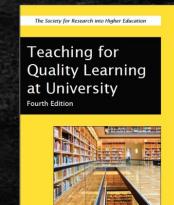
- Coinvolgere più modalità sensoriali
- Introdurre varietà
- Stimolare l'interesse facendo cogliere il valore/utilità
- Collegarsi ad esperienze personali ed interessi degli studenti



Principi cognitivi per favorire l'apprendimento



- 3. Favorire l'apprendimento «come ho mangiato bene!»
- Stimolare la metacognizione
- Bilanciare pensiero riflessivo e pensiero esperienziale
- Ricollegarsi alle conoscenze pregresse

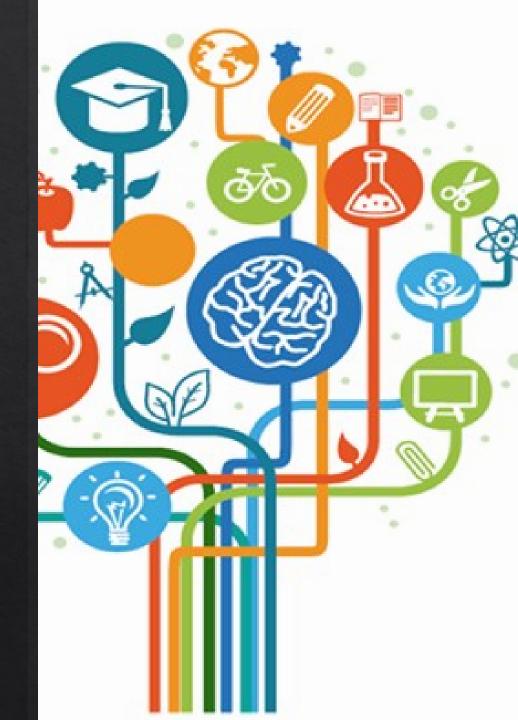


John Biggs and Catherine Tang



Conclusioni

I docenti, che hanno avuto modo di sperimentare nuovi approcci metodologici, hanno manifestato la loro volontà di formarsi e ricercare ancora nuove soluzioni per una didattica di avanguardia consapevoli che "l'insegnante ben preparato appare chiave di volta di tutte le innovazioni educativo-didattiche, quindi fattore determinante per la qualità della scuola. Ogni importante innovazione educativa, infatti, richiede sì una spinta esterna, ma l'attuazione, sia pur lenta, esige l'intelligenza, la preparazione e l'attiva volontà dei docenti" (Chang, 1997





Roberto Benigni

Molti credono che il compito dello studioso di didattica della matematica sia di insegnare ad insegnare

La didattica della matematica negli anni tra il 1950 al 1980 era affidata a dei sedicenti esperti che sembrava volessero insegnare ad insegnare



Attorno alla fine degli anni 70 si ebbe una radicale rivoluzione:

- si chiariranno meglio le relazioni tra insegnamento ed apprendimento
- si comprese più a fondo che l'apprendere non dipende solo dalla disciplina e dalla metodologia di insegnamento ma anche dalla comunicazione e da aspetti sociologici e antropologici
- Si capì che l'idea didattica che aveva sempre dominato e cioè "se insegnerete bene i vostri allievi apprenderanno" non solo era ingenua ma falsa: una pura illusione.

Didattica A (60-80): come divulgazione di idee, fissando dunque l'attenzione sulla fase dell'insegnamento.

Qui, lo sforzo del didatta è tutto teso a trasformare un discorso specialistico complesso in uno più comprensibile e consono alla natura dell'allievo. Il didatta A è sensibile all'allievo, lo pone al centro della sua attenzione ma la sua azione didattica non è sull'allievo bensì sull'argomento in gioco.

Didattica B (80-00): come epistemologia dell'apprendimento matematico

L'epistemologia, in una delle mille accezioni possibili, è quel ramo della filosofia che studia come si costituiscono le conoscenze scientifiche di un certo settore specifico.

La didattica B, che si deve a Guy Brousseau, è concepita come ricerca empirica, fissando l'attenzione sulla fase dell'apprendimento ma dal punto di vista dei fondamenti e dunque non accettando un unico modello di teoria dell'apprendimento.

L'assunto di base è che l'allievo costruisce, in modo attivo, una sua propria conoscenza interagendo con l'ambiente ed organizzando le sue costruzioni mentali. L'istruzione influenza ciò che l'allievo apprende ma non determina tale apprendimento. L'allievo, cioè, non si limita a recepire passivamente la conoscenza ma la rielabora costantemente in maniera autonoma.

1.1: Teaching and learning of number and arithmetic	1.2: Teaching and learning of early algebra
1.3: Teaching and learning of algebra at secondary and tertiary levels	1.4: Teaching and learning of geometry
1.5: Teaching and learning of measurement	1.6: Teaching and learning of probability
1.7: Teaching and learning of statistics	1.8: Teaching and learning of calculus
1.9: Teaching and learning of computational thinking	1.10: Teaching and learning of discrete mathematics
2.1: Mathematics education for students with special learning needs	2.3: Mathematics and creativity; mathematical competitions; mathematical challenge
2.2: Research on mathematical promise and giftedness	2.5: Ethnomathematics and First Nations/Indigenous people's mathematics and mathematics education
2.4: Culture, language and ethnicity in mathematics education	2.6: Mathematics education in under-resourced contexts
3.2: Mathematics education at tertiary level	3.1: Mathematics education at early childhood and primary level

3.3: Problem posing and solving in mathematics education	3.4: Mathematical applications and modelling in mathematics education
3.5: Visualization and embodiment in mathematics education	3.6: Reasoning, argumentation and proof in mathematics education
3.7: The role and the use of technology in the teaching and learning of mathematics at primary and lower secondary levels	3.9: Research on mathematics classroom practice at primary level
3.8: The role and the use of technology in the teaching and learning of mathematics at upper secondary and tertiary level	3.10: Research on mathematics classroom practice at secondary level
3 <u>.11: Task design and analysis</u>	3.12: Research and development on textbooks and resources for learning and teaching mathematics
3.14: Research and development in assessment in mathematics education	3.13: Language and communication in the mathematics classroom
3.16: Mathematics and interdisciplinary education/STEM education	3.15: Research and development in testing (national and international) in mathematics education

3.17: E-teaching and learning/blended teaching and learning	3.18: Data science teaching and learning
4.1: Preservice mathematics teacher education for the early childhood/primary level	4.2: Preservice mathematics teacher education for the secondary level
4.4: In-service mathematics teacher education and mathematics teacher professional development for secondary level	4.3: In-service mathematics teacher education and mathematics teacher professional development for primary level
4.5: Knowledge in/for teaching mathematics at primary level	4.6: Knowledge in/for teaching mathematics at secondary level
5.1: Students identity, motivation and attitudes towards mathematics and its study	4.7: Affect, beliefs, and identity of mathematics teachers
<u>5.2: Mathematical literacy</u>	4.8: Knowledge and practice of mathematics teacher educators
5.3: Cognition, learning sciences, and neurosciences in mathematics education	5.5: Social and political dimensions of mathematics education
5.4: The role of the history of mathematics in mathematics education	5.6: Research and development on mathematics curriculum
5.8: Philosophy of mathematics and mathematics education	5,7: Mathematics education in and for work; lifelong mathematics education including adult education

5.10: Methods and methodologies in mathematics education research	5.9: Theories in mathematics education
5.11: International cooperation in mathematics education	5.12: Popularization of mathematics

BEHAVIORISMO

COGNITIVISMO

COSTRUTTIVISMO

Ouesta nozione è nata nel 1913 dalla penna dello psicologo americano John Watson, le cui idee condussero a una "rottura" nel campo della psicologia che fu elevata al rango di scienza oggettiva. La nozione di "comportamento" diventa allora una nozione di riferimento. Si tratta de "l'insieme delle reazioni adattative oggettivamente osservabili, che un organismo innesca in risposta a degli stimoli, anch'essi oggettivamente osservabili provenienti dall'ambiente nel quale vive"

"Insieme di concezioni psicologiche il cui oggetto è la modellizzazione dei processi di acquisizione delle conoscenze, della ricerca e del trattamento dell'informazione." Le informazioni pro vengono dall'esterno e arrivano agli individui attraverso i sensi nella memoria sensoriale oppure vengono prima riconosciute e trattenute qualche secondo prima di essere trasmesse alla me moria a breve termine (MBT) nell'arco temporale di una ventina di secondi, in seguito vengono immagazzinate nella memoria a lungo termine (MLT). Nel momento in cui un individuo deve produrre un comportamento deve ricercare tra le informazioni immagazzinate nella MLT, quelle pertinenti e deve riportarle nella MBT.

"Punto di vista proprio delle scienze umane che, tenendo conto della relatività dei diversi ambienti culturali [...] ritiene che la realtà psicologica, socio-cognitiva sia il risultato di un insieme di interrelazioni tra il soggetto e il suo ambiente." "Il costruttivismo propone tre principi fonda mentali per la formazione: la conoscenza viene costruita dal discente e non è trasmessa o immagazzinata, l'apprendimento richiede l'impegno di un discente attivo che costruisce le proprie rappresentazioni grazie a delle interazioni con il materiale o le persone e il contesto gioca un ruolo determinante all'interno del processo di apprendi mento. Vista l'importanza di questo contesto e dell'utilizzo di attività autentiche per il discente, sono dunque in dispensabili delle attività che integrino l'aspetto cognitivo, metacognitivo, affettivo e psico motorio."

Pavlov, Ivan Petrovitch, fisiologo russo. Stabilì agli inizi del

BEHAVIORISMO

o k

COGNITIVISMO Wiener, Norbert, Matematico americano - Durante la Seconda Guerra Mondiale, partecipando alla progettazione di sistemi difensivi, lavorò sui problemi di comunicazione e di comando. Allargando le sue riflessioni alla neurofisiologia, alla regolazione biochimica e agli elaboratori, fondò la cibernetica (1948).Turing, Alan Mathison. Matematico britannico. - Ha elaborato, nel 1936 - 1938, il concetto teorico di macchina per il calcolo "universale" (macchina di Turing) che simula le procedure di elaborazione delle informazioni al loro livello più

analitico. A partire dal 1950, si

interessò di intelligenza

artificiale."

dell'epistemologia genetica, si è dedicato a rendere conto dei meccanismi di formazione delle conoscenze, per comprenderne i progressi. Ha studiato in modo specifico lo sviluppo dell'intelligenza nel bambino, elaborando una teoria strutturale dello sviluppo per. "Il bambino attraversa diversi stadi: - L'intelligenza sensorio-motrice - L'intelligenza prelogica o simbolica - L'intelligenza operativa concreta - L'intelligenza operativa formale. Secondo Piaget, questa sequenza è determinata geneticamente, ma dipende anche dall'attività del soggetto sul proprio ambiente. L'intelligenza si costruisce grazie ad un processo di bilanciamento delle strutture cognitive, in risposta a sollecitazioni o costrizioni da parte dell'ambiente. Vi contribuiscono due azioni: l'assimilazione e l'accomodamento. L'assimilazione è l'azione dell'individuo sugli oggetti che lo circondano, in funzione delle conoscenze e delle attitudini acquisite dal soggetto. Ma vi è, all'inverso, un'azione dell'ambiente sull'organismo, denominata accomodamento, che attiva degli aggiustamenti attivi in quest'ultimo

Piaget, Jean, Psicologo ed epistemologo

COSTRUTTIVISMO

svizzero. - Fondatore

l'azione di un agente determinato dall'ambiente (stimolo) – esperienza del riflesso condizionato nel cane Watson, John Broadus. Psicologo americano. E' stato il fondatore e il principale teorico del behaviorismo (Le Béhaviorisme, 1925). **Pieron**, Henri. Psicologo francese. E' uno dei fondatori in Francia della psicologia scientifica (La Sensation, guide de vie, 1945). **Skinner**, Burrhus Frederic. Psicologo americano. -Autore di lavori sull'apprendimento e I condizionamenti operanti, ha sviluppato una corrente radicale e autonoma, detta "dell'analisi sperimentale del comportamento"

secolo che ogni comportamento

dell'organismo è una risposta

(governata da leggi precise),

Il comportamentismo (o behaviorismo o psicologia comportamentale) è un approccio alla psicologia, sviluppato tra l'inizio e la metà del Novecento, basato sull'assunto che il comportamento dell'individuo sia l'unica unità di analisi scientificamente studiabile della psicologia, in quanto unica istanza psicologica direttamente osservabile. Il metodo di indagine del comportamentismo si basa quindi essenzialmente sull'associazione tra stimolo (ambiente) e risposta (comportamento).

Sebbene come paradigma teorico sia stato superato dagli sviluppi successivi della psicologia, in particolare dal cognitivismo, alcune scoperte del comportamentismo, come gli studi sul rinforzo, rimangono validi ancora oggi.

I costrutti teorici utilizzati fino a quel momento dagli strutturalisti (Edward Titchener) e dai funzionalisti (James Angell) sembravano a Watson troppo esposti al rischio di soggettivismo; l'unica possibilità, secondo lui, per giungere ad uno studio realmente scientifico del comportamento umano consisteva appunto nell'elidere a priori il costrutto teorico di mente, per focalizzare la ricerca sperimentale solo sui comportamenti manifesti.

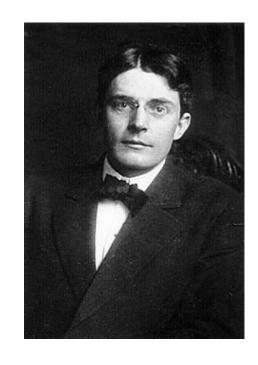
La mente viene quindi considerata una sorta di black box, una scatola nera il cui funzionamento interno è inconoscibile e, per certi aspetti, irrilevante: quello che importa veramente per i comportamentisti è giungere ad un'approfondita comprensione empirica e sperimentale delle relazioni tra certi tipi di stimoli (ambientali) e certi tipi di risposte (comportamentali). All'interno di questo ampio approccio, viene posta enfasi su particolari aspetti. Uno degli assunti principali è il meccanismo del condizionamento, in base al quale l'associazione ripetuta di uno stimolo, detto stimolo neutro, con una risposta che non è ad esso direttamente correlata, farà sì che, dopo un periodo di tempo, a tale stimolo segua la risposta condizionata.



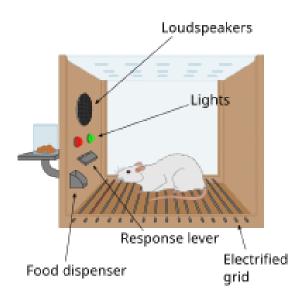
Ad esempio nell'esperimento del fisiologo russo Ivan Pavlov (1849-1936), il primo autore che ha identificato il meccanismo, faceva precedere un suono alla somministrazione del cibo ai cani; con il tempo il cane apprendeva che, dopo il suono, gli sarebbe stato fornito del cibo; a seguito del condizionamento, il suono di per sé generava la salivazione del cane. Lo stimolo neutro, non in grado di determinare la risposta condizionata -la salivazione-, dopo tale ripetuta associazione, determina la risposta condizionata. Alcuni comportamentisti sostengono semplicemente che l'osservazione del comportamento è il modo migliore, o il più conveniente, per investigare i processi psicologici e mentali.

Alcuni ritengono che sia in realtà l'unico modo per indagare tali processi, mentre altri sostengono che il comportamento stesso sia l'unico soggetto appropriato della psicologia, e che i comuni termini psicologici (credo, scopi, ecc.) non abbiano referenti e/o si riferiscano solo al comportamento. I sostenitori di questo punto di vista talvolta fanno riferimento al loro campo di studio chiamandolo analisi comportamentale, psiconomia o scienza comportamentale, invece che psicologia.

Tale interesse per ciò che non è astratto e soggettivo fu nutrito per la prima volta dallo psicologo John B. Watson (1878-1958), il quale intendeva per comportamento il movimento di specifici muscoli. Il suo programma di ricerca ebbe forte impulso dal lavoro di ricerca sperimentale dello psicologo statunitense Burrhus Skinner (1904-1990), della Harvard University, che ne fu probabilmente il più grande esponente storico. Skinner con i testi "The Behaviour of Organisms" del 1938 e "Science and Human Behaviour" del 1953, pose le basi per la scoperta delle leggi e dei più importanti paradigmi della materia, dando origine ad un modo nuovo di concepirne le cause e consentendo così di allargare in modo significativo le possibilità di influire sui comportamenti osservabili. Il suo grande merito, è infatti quello di avere scoperto che i comportamenti umani sono prevedibili e controllabili attraverso una opportuna gestione di due classi di stimoli dell'ambiente fisico: gli stimoli "antecedenti" che l'organismo riceve prima di attuare un comportamento e gli stimoli "conseguenti" che l'organismo riceve immediatamente dopo che il comportamento è stato posto in essere.







Quello di condizionamento operante è uno dei concetti fondamentali del comportamentismo. Il condizionamento operante è una procedura generale di modifica del comportamento di un organismo, ossia è una modalità attraverso la quale l'organismo "apprende".

Nella gabbia di Skinner, il topo può vedere due leve: una leva trasmette una scossa elettrica, mentre l'altra dava una piccola quantità di cibo. Inizialmente il topo esplorò la gabbia e per caso premette la leva che dava la scossa poi quella che gli dava il cibo. Dopo vari tentativi capì quale leva andava a suo favore (quella che dava il cibo) e capì che non doveva più premere quella che dava la scossa.

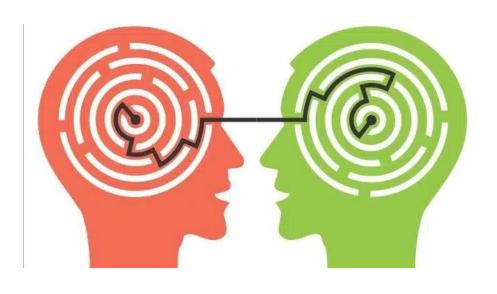
Con i piccioni, Skinner dimostrò che era possibile "modellare" (shape) il loro comportamento con la tecnica del rinforzo: se il piccione accennava a un movimento di rotazione, questo veniva "premiato" con distribuzioni di crocchette, fino a ottenere una rotazione completa.

Nel 1948, Skinner collegò il dispensatore di cibo non a una leva bensì ad un timer. Dopo un certo periodo di permanenza nella gabbia, il piccione iniziò a ripetere senza sosta un certo movimento che aveva fatto prima di ricevere cibo, probabilmente illudendosi che fosse stato quel particolare movimento ad aver azionato il dispensatore di cibo. Questo comportamento è stato associato alla superstizione ed è noto nella letteratura scientifica come "superstizione del piccione".

Per Watson fu fondamentale lo studio dell'apprendimento nei bambini. Sempre per Watson la paura, l'amore e la rabbia erano le emozioni elementari e vengono definite in base agli stimoli ambientali che le elicitano. A partire dalle emozioni di base si costruiscono tutte le emozioni più complesse.

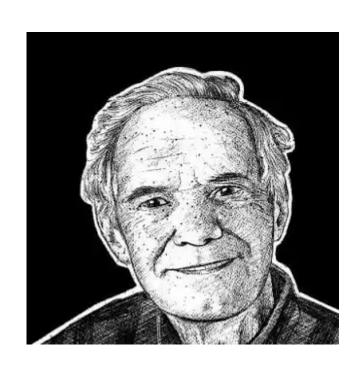
«Datemi una dozzina di bambini sani, ne potrei fare dei buoni dottori, magistrati o artisti» Uno studio assai noto di apprendimento delle emozioni è il caso del piccolo Albert. Albert giocava solitamente con un topolino fintanto che gli venne presentato insieme con un forte rumore. Successivamente all'apprendimento per condizionamento, il bambino manifestò una grande paura per i topi. Il rumore è uno stimolo incondizionato in grado di provocare una risposta diretta di paura. La presentazione contestuale del rumore con un altro stimolo (topolino) aveva creato una condizione tale per cui il bambino è stato condizionato ad avere paura anche del topolino e successivamente, a causa del meccanismo di generalizzazione dello stimolo, anche ad altri oggetti aventi simili caratteristiche

Il cognitivismo concepisce la mente come un elaboratore di informazione con organizzazione di tipo sequenziale e con una capacità limitata di elaborazione



Una delle date più rappresentative per la nascita del cognitivismo è il 1956, quando in Massachusetts si tiene un simposio sulla teoria dell'informazione dove vengono illustrate le teorie di Miller, Simon e Chomsky, rispettivamente riguardanti la memoria a breve termine, il problem solving e il linguaggio.

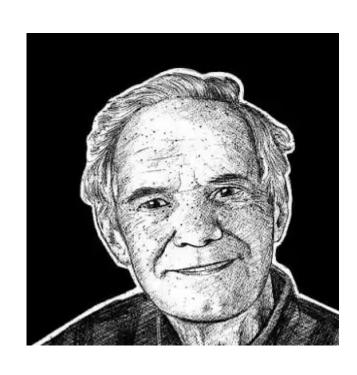
Perché in contrapposizione al comportamentismo: si interessava dei processi cognitivi (la percezione, l'attenzione, la memoria, il linguaggio, il pensiero, la creatività), che erano stati trascurati dai comportamentisti



IN REALTA': Il cognitivismo è una diretta filiazione del comportamentismo, è da questo che, sia pur per differenziarsi, il cognitivismo prende il via

Il termine COGNITVISMO viene usato per la prima volta nel 1967 nell'opera "Psicologia cognitivista", Neisser, che sintetizza con questo termine la prospettiva psicologica nascente negli anni sessanta •Ulrich Neisser (1928 – 2012) è stato uno psicologo statunitense di origine tedesca.

La psicologia cognitiva è una branca della psicologia che ha come obiettivo lo studio dei processi mentali mediante i quali le informazioni vengono acquisite dal sistema cognitivo, elaborate, memorizzate e recuperate.



LA COMPARSA DEL COMPUTER negli ANNI 50 EBBE UN ENORME IMPATTO CONCETTUALE sulla nascita della Psicologia Cognitiva

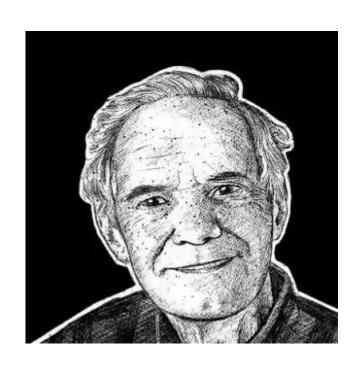
L'idea generale era la seguente:

- -I computer sono sistemi di elaborazione delle informazioni. Il flusso delle informazioni scorre nei loro circuiti.
- -Gli eventi mentali (ricordare, prestare attenzione etc etc) possono essere pensati come un flusso di informazioni che percorre la mente.

Ed in effetti entrambi persone e computer registrano, memorizzano e recuperano informazioni..quindi il computer

può fungere da MODELLO della mente umana:

- 1. Il cervello è simile all'hardware di un computer e
- 2. la mente ad un software.



Il comportamento non era quindi l'epifenomeno di un arco riflesso (input sensoriale, elaborazione, output motorio), ma il risultato di un processo di continua verifica retroattiva del piano di comportamento

Un altro aspetto importante dei modelli cognitivisti: l'accentuazione del carattere finalizzato dei processi mentali. Il comportamento veniva ora concepito come una serie di atti guidati dai processi cognitivi ai fini della soluzione di un problema, con continui aggiustamenti per garantire la migliore soluzione.

Il modello HIP (Human Information Processing)

•Neisser propose il modello HIP che considerava la mente umana come un elaboratore di informazioni.

•Gli individui possono conoscere il mondo attraverso le funzioni mentali come la percezione, l'attenzione, la memoria, il pensiero. Grazie ai processi mentali è possibile trasformare, ridurre, lavorare, immagazzinare e recuperare le informazioni che arrivano ai nostri sistemi sensoriali.

JAMES J. GIBSON

Il Cognitivismo

Il modello HIP (Human Information Processing)

- Tutte le attività che svolgiamo grazie ai processi cognitivi sono per la maggior parte consapevoli e attengono alle nostre risposte volontarie piuttosto che involontarie.
- Il soggetto non è passivo di fronte agli stimoli, ma procede alla ricerca attiva e selettiva di informazioni funzionali per i suoi bisogni ed interessi.

Nel 1976, però, fu lo stesso Neisser a criticare questa metafora UOMO-COMPUTER, resa col tempo sempre più rigida e lontana dalla realtà vissuta quotidianamente, nel testo "Conoscenza e realtà". (Quest'ultimo approccio, definito ecologico, venne profondamente influenzato dalle idee di Gibson)