

Corso di Didattica della Matematica 1

Roberto Capone
Università di Bari Aldo Moro

www.robortocapone.com
roberto.capone@uniba.it



Part One

Semiotica





Semiotica: introduzione

Il segno è in generale qualcosa che rinvia a qualcos'altro (per i filosofi medievali *aliquid stat pro aliquo*), e la semiotica è la disciplina che studia i fenomeni di **significazione**. Per **significazione** s'intende ogni relazione che lega qualcosa di materialmente presente a qualcos'altro di assente (la luce rossa del semaforo significa "stop"). Ogni volta che si mette in pratica o si usa una relazione di **significazione** si attiva un processo di **comunicazione** (il semaforo è rosso, quindi il "segno" della luce rossa accesa comunica all'autista di arrestare l'auto). Le **relazioni** di **significazione** definiscono il sistema che viene ad essere presupposto dai concreti processi di comunicazione.

La semiotica (dal termine greco antico σημεῖον *semeion*, che significa "segno") è la disciplina che studia i segni e il modo in cui questi hanno un senso (significazione).





Semiotica: introduzione

Pierce



Sausurre



Greimas



Sebeok





Semiotica: introduzione

«Un segno o *representamen* è qualcosa che sta a qualcuno per qualcosa sotto qualche rispetto o capacità e crea in questo qualcuno “un segno equivalente, o forse più sviluppato» (CP 2.228, framm. del 1897).

La centralità di tale nozione sta nell'organizzazione tridiadica fatta di segno, interpretante e oggetto.

Segno

Può essere qualsiasi cosa susciti un'interpretazione: un'immagine, un rumore, una melodia, un gesto, un sogno. Affinché un elemento funga effettivamente da segno deve essere percepito come tale ed entrare in relazione con un oggetto producendo nella mente del soggetto una rappresentazione mentale che stabilisce la relazione tra quel segno e quell'oggetto.

Nel caso dei codici naturali, le lingue, i segni sono le parole, le lettere, le frasi.



Semiotica: introduzione

Interpretante

È una porzione di materiale mentale, un'idea o un pensiero, che interpreta il segno e lo collega all'oggetto.

L'interpretante è soggettivo e incostante. Un segno non produce sempre lo stesso interpretante.

Sicuramente due individui differenti di uno stesso segno avranno due interpretanti diversi, ma anche uno stesso individuo che incappa in un segno due volte, a distanza di tempo l'una dall'altra, potrebbe produrre due interpretanti diversi.

Attenzione: non considerare l'interpretante come una persona che interpreta!

Il termine «interpretante» significa più estesamente «segno interpretante», si tratta quindi di un segno mentale, mentre è l'interprete la persona che interpreta.



Semiotica: introduzione

Oggetto

Ciò a cui rimanda il segno attraverso l'interpretante. Esiste a prescindere dal segno ma è conoscibile solo per mezzo del segno. Può essere percepibile o immaginabile. Si tratta del significato che una persona attribuisce a un segno.

L'idea centrale che muove tutta la vastissima produzione intellettuale di Peirce è la triadicità della semiosi. Il modello di segno di Peirce privilegia l'aspetto relazionale triadico che assicura la dinamicità semiotica e una incessante processualità.



Semiotica: introduzione

Peirce ritiene che per il realizzarsi di ogni semiosi debba costituirsi sempre una relazione triadica.

Ogni segno interpreta un altro segno e la condizione basilare della semiosi è proprio questa condizione di regresso infinito (cd semiosi illimitata).

In questa prospettiva ogni interpretante di un dato segno, essendo a sua volta un segno, diventa una costruzione transitoria.

Si avvia cioè una catena di interpretanti ciascuno dei quali consiste in una diversa risposta, mediata dal Segno che ha suscitato quell'interpretante, all'Oggetto e quindi in un arricchimento del modo di considerare o trattare quest'ultimo



Semiotica: introduzione

Per Saussure, il segno è costituito da due componenti quali la traccia cognitiva di una componente sensibile, acustica (il significante o espressione), e la traccia cognitiva di un concetto (il significato o contenuto).

Significante e significato sono le due facce di una medaglia essendo inscindibili e rinviantesi continuamente a vicenda.

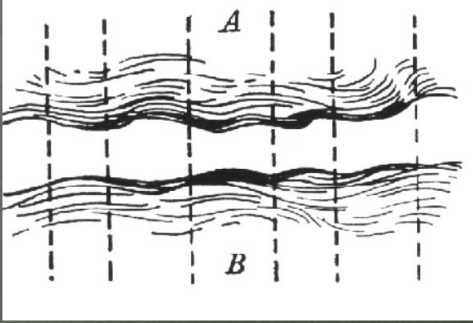
Due proprietà fondamentali dei sistemi linguistici:

l'arbitrarietà (non vi è alcuna costrizione o necessità interna al legame stesso)

l'esclusività (ad un significato corrisponde uno ed un solo significante e viceversa).



Semiotica: introduzione



La lingua è una rete di relazioni che viene gettata contemporaneamente sul continuum dei significati e su quello dei significanti che, in questo modo, si definiscono (emergono le loro unità)

Inoltre nella visione strutturalista di de Saussure è centrale l'idea che il valore di qualunque termine sia determinato da ciò che lo circonda.

Ciò significa che il valore di un elemento è sempre dato dal posto che esso occupa nel sistema di cui fa parte; senza un sistema, inteso come rete di relazioni necessarie, nessun elemento è possibile.

Tale definizione di segno risulta senza dubbio di grande valore storico ed epistemologico, tuttavia sembra venire privilegiata la sincronia e la staticità nel tempo presente della struttura di un determinato sistema di segni (Saussure pensava alla lingua).

Differenza tra langue e parole



Semiotica: introduzione

Differenza tra langue e parole

La langue rappresenta l'aspetto sociale del linguaggio, il sistema che è comune a tutti.

Un insieme di significati e significanti condivisi che permettono gli atti di parole (e che si sono formati grazie alla continua esposizione agli atti di parole).

La parole rappresenta l'aspetto individuale del linguaggio, ciò che fa riferimento alla singola esecuzione.

Quello della parole, quindi, è il campo delle singole fonazioni (nessuna è mai uguale all'altra) e dei singoli sensi (che, allo stesso modo, variano sempre in qualche aspetto, anche se minimo).



Semiotica: introduzione

Saussure e Peirce sono stati considerati talvolta i due volti inconciliabili della semiotica, quasi alla stregua di una battaglia ideologica, l'uno rivolto ai rapporti strutturali e differenziali del codice in una prospettiva sincronica, l'altro a favore degli aspetti dinamici e inarrestabili della significazione. Tuttavia le dimensioni strutturali e quelle dinamico/interpretative hanno trovato originali sintesi in alcuni modelli semiotici successivi, si pensi ad esempio tra tutti a Greimas, Eco, Lotman e Sebeok.



Semiotica: introduzione

Algirdas Julien Greimas (1983) ha mostrato che la struttura fondamentale della significazione è radicata in un processo di differenziazione basilare.

Secondo Greimas, il processo semiotico si costruisce mediante processi di conversione passando da livelli profondi con categorie più astratte, impersonali e binarie, verso livelli superficiali caratterizzati da categorie più complesse (arricchimento di senso) e concrete (attorializzazione, spazializzazione, temporalizzazione).

Greimas sostiene che alla base dei processi di significazione vi sia un processo oppositivo che articola un micro-universo semantico retto da una serie di relazioni differenziali fondamentali.

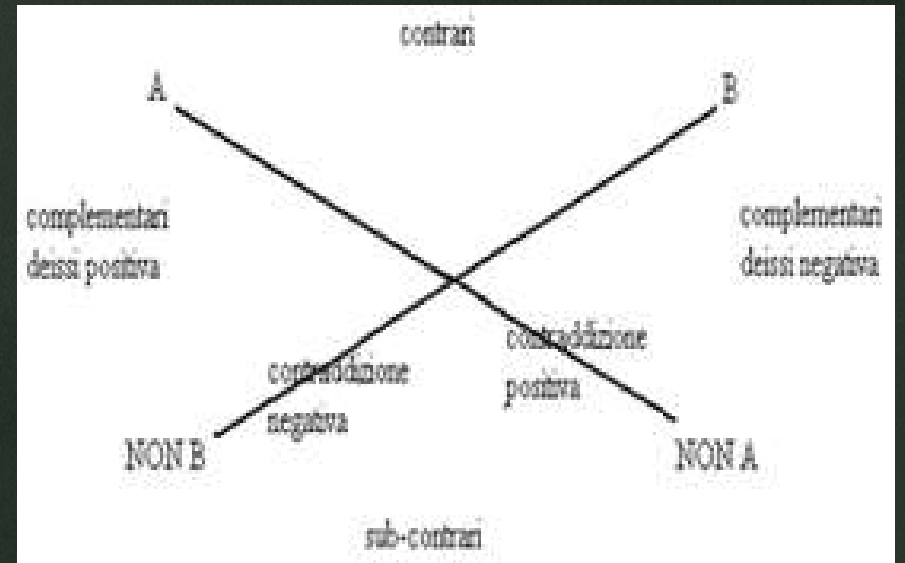


Semiotica: introduzione

Il quadrato semiotico di Greimas (attraverso il quale egli ha condotto ricerche su alcune fondamentali opposizioni quali vita/morte, maschile/femminile, natura/cultura, verità/menzogna, etc.) è uno strumento di analisi per la lettura di testi e per la descrizione dei processi di significazione.

Esso si fonda su una rete astratta di relazioni: **contrarietà**, **contraddittorietà** e **complementarità**.

I termini entro questo modello non sono definiti in maniera sostanziale, ma unicamente per le relazioni che intrattengono tra loro





Semiotica: introduzione

Greimas inoltre riconosce la matrice affettiva e timica dell'esperienza umana ritenendo che essa -all'interno del percorso generativo di senso -prima si modalizza in forme attanti e attraverso l'emersione della soggettività fino ad arrivare alla messa in discorso in forme maggiormente concrete e superficiali arricchite da diversi attori, spazi e tempi (componente sintattica) e da temi e figure (componente semantica).

La messa in discorso -cd processo di enunciazione -implica la produzione creativa di variazioni semiotiche.



Semiotica: introduzione

Le modalità articolano la competenza secondo i modi di esistenza semiotica da modalità virtualizzanti (il dovere e il volere) ad attualizzanti (sapere e potere) fino alle realizzanti (far essere).

La modalizzazione introduce un certo “spessore psicologico” nei personaggi della storia.

Un soggetto, infatti, non è solo un elemento narrativo che si trova in certe situazioni e/o compie certe azioni.

Il soggetto esprimerà e sarà mosso da desideri che lo spingono verso certi oggetti o degli obblighi che lo portano a compiere determinate azioni.

Inoltre per poter compiere queste azioni dovrà avere i mezzi necessarie/o sapere come portarle a termine.



Semiotica: introduzione

Una notevole estensione del campo della semiotica è da rinvenire nell'opera di Sebeok.

L'idea centrale di tutto il pensiero sebeokiano è che la semiosi e la vita sono la stessa cosa, ovvero tutto ciò che è vita è segno.

La prospettiva di Peirce, secondo cui l'intero universo è perfuso di segni, trova grande sviluppo in Sebeok, per il quale qualsiasi forma di vita è capace di semiosi, e vi è un rapporto di interconnessione e di interdipendenza tra i segni e le varie forme di vita in quanto facenti parti di una stessa rete



Semiotica: introduzione

Il suo approccio si definisce come “semiotica globale” prendendo le distanze dalla maggior parte dei paradigmi semiotici precedenti che avevano un carattere fondamentalmente antropocentrico e glottocentrico.

Lo sviluppo del pensiero di Sebeok passa attraverso l'importante rivisitazione della teoria dei processi semiotici come sistemi di modellazione (Sebeok & Danesi, 2000).

La semiosi-capacità caratterizzante tutte le forme di vita -può essere definita come la capacità delle specie di produrre specifici tipi di modelli di cui dispongono per organizzare e codificare l'input percettivo nel modo proprio di ciascuna di essi.



Semiotica: introduzione

Tale teoria distingue i sistemi di modellazione in primario, secondario e terziario.

Il sistema di modellazione primario è la capacità innata di modellazione simulativa, cioè un sistema che permette a tutti gli organismi di simulare un mondo secondo modalità specie-specifiche.

Tale sistema fa uso abbondantemente e preminentemente dell'iconicità, ritenuta essere una primordiale e fondamentale strategia rappresentazionale.

La rappresentazione iconica organizza il rapporto del segno con il suo referente mediante replica, simulazione, imitazione o somiglianza.

La modellazione secondaria sottende processi di modellazione sia indicazionali, sia estensionali.

La forma di modellazione indicazionale è stata registrata in varie specie viventi: mentre quella estensionale è una capacità unicamente umana poiché presuppone il linguaggio (sistema primario di modellazione proprio soltanto dell'uomo).

Il sistema terziario di modellazione è quello che sta alla base di processi altamente astratti di modellazione di tipo simbolico che presuppongono, oltre al linguaggio, anche la lingua. Si ritrovano in questo sistema di modellazione, non più legami di similarità o contiguità tra interpretato ed interpretante, ma i legami convenzionali e culturali.



Semiotica: introduzione

Il processo di costruzione del significato

La possibilità di articolarsi con altri segni precedenti e con i segni successivi costituisce una dinamica interpretativa e generativa di significato. Il significato cioè è da intendersi come l'effetto stesso generato da tale articolazione segnica.

Il segno -inteso come dispositivo semiotico con possibili molteplici gradi di astrazione e generalizzazione -rende possibile il pensiero e l'azione fornendo un orientamento prolettico verso stati attesi di futuro, affettivamente generati ed esperiti.



Semiotica: introduzione

Il segno non ha quindi solo funzione denotativa e rappresentativa ma anche una vera e propria funzione affettivo-cognitivo di predicazione di uno stato del mondo, di modalizzazione della relazione semiotica, di modellazione, di interpretazione e di creazione di infiniti mondi possibili.

La dinamica semiotica dei processi di significazione della propria esperienza mette in gioco la questione genetica della produzione segnica, il rapporto tra psiche e contesto, il processo trasformativo (nella sua accezione sia generativa, interpretativa, traduttiva, in termini culturali, intrasoggettivi ed intersoggettivi).



Semiotica: introduzione

Un segno conferisce uno statuto di esistenza all'esperienza attraverso la sua azione di discretizzazione.

Ciò permette di differenziare tra un prima e un dopo, tra un qui e un là, tra un me e non-me (De Luca Picione, 2015a; Valsiner, 2007, 2014).

Tali differenziazioni basilari permettono di comunicare, interagire, apprendere e complessificare le relazioni tra l'organismo e l'ambiente.

Il processo di significazione dell'esperienza è un processo di articolazione segnica, cioè di concatenazione di segni, attraverso i quali le persone sono in grado di compiere simultaneamente due operazioni apparentemente antinomiche:

- da una parte distanziarsi dal qui-ed-ora dell'esperienza,
- dall'altra parte vivere nel tempo presente "dimenticando" che si stanno adoperando segni per pensare, agire e relazionarsi (Valsiner & De Luca Picione, 2017).



Semiotica: introduzione

La prospettiva semiotico-dinamica

Critica ad una visione di senso comune che assume i significati come entità statiche, invariante, proprietà fisse e discrete che si applicano agli oggetti rappresentati.

Il socio-costruttivismo ha messo in discussione la visione dei significati come entità fisse dell'universo simbolico

I significati non preesistono allo scambio sociale e comunicativo ma sono costruiti e continuamente ridefiniti attraverso ed in funzione di tale scambio.

I significati sono un prodotto contingente delle negoziazioni intersoggettive; tali negoziazioni sono atti sociali, orientati e organizzati da intenti pragmatici e retorici di regolazione dello scambio sociale.



Semiotica: introduzione

Consideriamo di seguito le principali caratteristiche del processo di significazione:

01

Contestualità

Il processo di significazione è intrinsecamente sociale

02

Situatività

I significati vanno considerati come circolarmente connessi alle circostanze della comunicazione e dell'agire.

03

Pragmaticità

Il modo di pensare è un atto sociale, animato da una qualche forma (comunicativa, espressiva, argomentata che sia) di intenzionalità.



Semiotica: introduzione

Contestualità

Il processo di significazione non è il prodotto di operazioni mentali chiuse e concluse entro la testa degli individui.

Al contrario, esso è un processo intrinsecamente sociale, che si dispiega entro ed attraverso lo scambio comunicativo. Le strutture semantiche (i frame, gli schemi mentali, i copioni, le matrici decisionali) che organizzano il funzionamento mentale non sono forme a priori inscritte nella struttura della mente degli esseri umani.

Esse vanno concepite come prodotti storici, artefatti simbolici che la cultura di un determinato gruppo sociale configura e mette a disposizione dei propri membri (Cole, 1996)... ciò significa che quanto accade entro le dinamiche relazionali va considerato sempre e comunque in ragione del contesto socio-simbolico in cui si iscrive, piuttosto che espressione immanente di una mente isolata ed in se stessa autonoma.



Semiotica: introduzione

Situatività

I significati non risiedono in una sorta di universo ubiquitario, dal quale condizionano i pensieri e i discorsi delle persone. Al contrario, sulla scorta della lezione di Wittgenstein (1953), siamo in condizione di riconoscere come essi si definiscano attraverso il modo con cui le persone usano i segni -dunque, in definitiva: del modo con cui agiscono. Ciò vuol dire che i significati vanno considerati come circolarmente connessi alle circostanze della comunicazione e dell'agire.

I significati, da un lato, permettono agli attori di comunicare e agire; dall'altro, sono sistematicamente e ricorsivamente ridefiniti da tale agire e comunicare. È in questo senso che va intesa la situatività dei significati ai discorsi: i modelli simbolici non preesistono alla comunicazione e all'azione, ma sono proprietà emergenti di tali processi precipitato delle forme situate di regolazione dello scambio sociale



Semiotica: introduzione

Pragmaticità

Il modo di pensare non è mai un'operazione neutrale; al contrario, è sempre e comunque un atto sociale, animato da una qualche forma (comunicativa, espressiva, argomentata che sia) d'intenzionalità.

Il modo con cui gli attori danno significato all'esperienza è una delle leve fondamentali attraverso cui essi salvaguardano e promuovono reciprocamente le proprie prospettive, versioni del mondo, sistemi d'interessi ed il proprio ancoraggio identitario. Il che significa che le persone quando pensano e discutono non si limitano ad applicare schemi di significato in modo asettico, orientate da criteri di verità ciechi rispetto alle conseguenze. Al contrario, le persone organizzano i pensieri, adottano strategie retoriche, assumono posizionamenti discorsivi ed intraprendono percorsi di costruzione di senso per accreditare/affermare un punto di vista, dunque per regolare lo scambio sociale in cui sono iscritti.



Semiotica: introduzione

La cosiddetta sociosemiotica negli ultimi anni ha reso sempre più rilevante l'attenzione della disciplina nei confronti delle significazioni sociali. La sociosemiotica si interessa alla dimensione sociale della discorsività, vale a dire che intende partire dai testi e dalle loro strutture interne per individuarne le implicazioni sociali.

La sociosemiotica

Juri Lotman

Semiotica della
cultura
Semiosfera

Jean Marie Floch

Il discorso pubblicitario,
del marketing, la
semiotica degli spazi e
del design.

**Umberto
Eco**

La semiotica
interpretativa

...Ludosemiotica, semiotica della
musica, semiotica visuale



Semiotica e Didattica della Matematica

01

Duval

La teoria delle rappresentazioni semiotiche

02

Radford

La teoria dell'oggettivazione

03

Lotman

La teoria della Semiosfera

La presenza della semiotica nella didattica della matematica è esplicita, ma spesso, troppo spesso, dimenticata o ignorata.



Semiotica e Didattica della Matematica

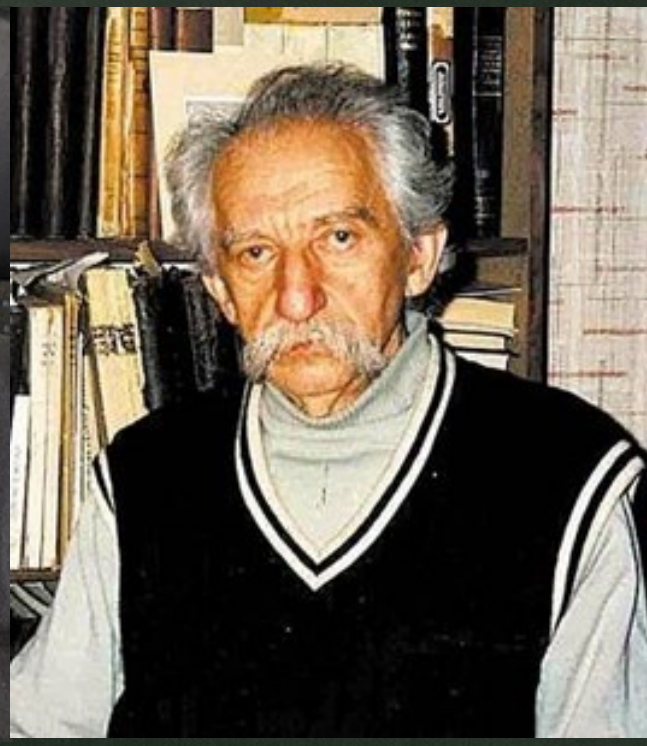
Duval



Radford



Lotman





Semiotica e Didattica della Matematica

03

Lingua naturale

zero, uno, due, tre

02

Sistema di numerazione indiano-arabo:

0, 1, 2, 3.

01

Sistema di numerazione romano

, I, II, III.

04

Scrittura simbolica della teoria degli insiemi:

$\text{card}(\emptyset)$, $\text{card}(\{a\})$, $\text{card}(\{a, b\})$,
 $\text{card}(\{a, b, c\})$

05

Registro grafico (linea dei numeri):



Esempio: i numeri naturali da zero a tre

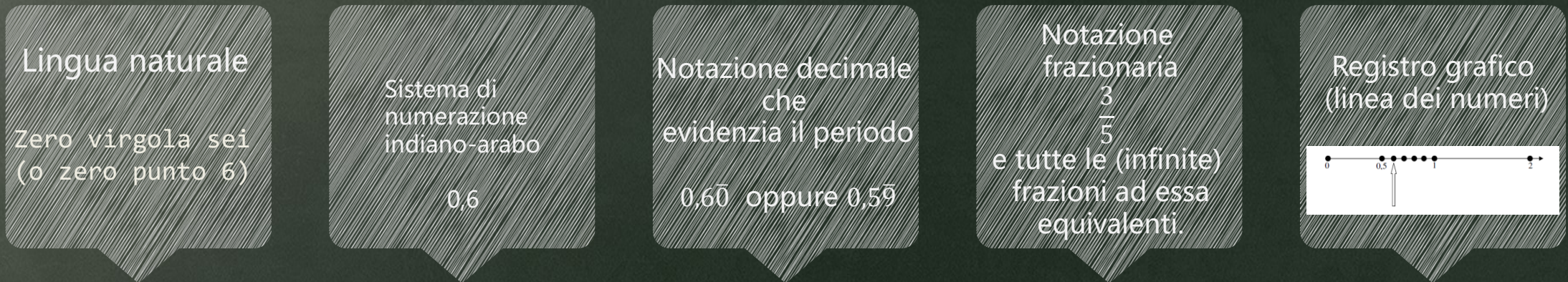
I primi quattro numeri naturali nella scuola primaria possono essere rappresentati usando diversi registri semiotici e rappresentazioni ausiliarie.



Semiotica e Didattica della Matematica

Esempio 2. Il numero razionale 0,6

L'oggetto matematico "0,6" può essere espresso, nella SP, nei seguenti registri semiotici, dando luogo a varie rappresentazioni semiotiche oppure ausiliarie.





Semiotica e Didattica della Matematica

Raymond Duval

Duval ha mostrato come in Matematica l'acquisizione concettuale di un oggetto passa necessariamente attraverso l'acquisizione di una o più rappresentazioni semiotiche. Tale riflessione è stata presentata nei celebri articoli del 1988 (a, b, c) e nel successivo lavoro del 1993 dove l'Autore sostiene come non ci sia noetica (acquisizione concettuale di un oggetto) senza semiotica (rappresentazione realizzata per mezzo di segni), mettendo così in evidenza l'importanza delle diverse rappresentazioni semiotiche.

Duval R. (1988a). *Ecarts sémantiques et cohérence mathématique*. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 7-25.

Duval R. (1988b). *Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence*. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 57-74

Duval R. (1988c). *Graphiques et équations*. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*. 1, 235-253



Semiotica e Didattica della Matematica

Gli studi di Raymond Duval hanno indubbiamente aperto un nuovo fronte teorico ma anche concreto nelle ricerche internazionali in didattica della matematica; riconoscere che uno dei maggiori ostacoli all'apprendimento della matematica sia legato alle specifiche caratteristiche dell'unico strumento possibile della sua denotazione, la semiotica, ha aperto breccie fino ad allora inesplorate.

Ma, dagli anni '90 in poi, moltissimi sono gli studiosi di tutto il mondo che, sempre più approfonditamente, affrontano il tema. Crediamo di poter affermare che sia attualmente uno dei più diffusi al mondo, nel campo della ricerca.

Come si costruisce un concetto in matematica?

Distinguere il "concetto" dalla sua costruzione non è facile e, forse, non è né possibile né auspicabile: un concetto è, per così dire, continuamente in fase di costruzione ed in questa stessa costruzione sta la parte più problematica e dunque ricca del suo significato.



Semiotica e Didattica della Matematica

Potremmo chiamare tale costruzione: concettualizzazione, e chiederci che cosa sia e come avvenga.

Nel tentativo di far luce su questo argomento, molti autorevoli studiosi hanno proposto ipotesi e teorie; basti ricordare i contributi (spesso tra loro in ferma opposizione) di Vygotskij, di Piaget, di Gal'perin, di Bruner, di Gagné,... tanto per limitarci solo ai più noti.

Un passo chiarificatore è stato tentato da Vergnaud (1990):

Un concetto C è la terna (S, I, S) dove S è il referente, I il significato ed S il significante.

Resta il fatto che appropriarsi di un concetto (qualsiasi cosa ciò significhi) richiede comunque sempre ben più che nominarlo.



Semiotica e Didattica della Matematica

Perché questo è cruciale in Didattica della Matematica?

1. Ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta; in altre parole in matematica non sono possibili rinvii ostensivi.
2. Ogni concetto matematico è costretto a servirsi di rappresentazioni, dato che non vi sono “oggetti” da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la concettualizzazione deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci.
3. si parla più spesso in matematica di “oggetti matematici” che non di concetti matematici in quanto in matematica si studiano preferibilmente oggetti piuttosto che concetti; «la nozione di oggetto è una nozione che non si può non utilizzare dal momento in cui ci si interroga sulla natura, sulle condizioni di validità o sul valore della conoscenza» (Duval, 1998).



Semiotica e Didattica della Matematica

In Duval (1996) si cita un passo di Vygotskij nel quale sostanzialmente si dichiara che non c'è concetto senza segno:

«Tutte le funzioni psichiche superiori sono unite da una caratteristica comune superiore, quella di essere dei processi mediati, cioè di includere nella loro struttura, come parte centrale ed essenziale del processo nel suo insieme, l'impiego del segno come mezzo fondamentale di orientamento e di dominio dei processi psichici... L'elenco centrale [del processo di formazione dei concetti] è l'uso funzionale del segno, o della parola, come mezzo che permette all'adolescente di sottomettere al suo potere le proprie operazioni psichiche, di dominare il corso dei propri processi psichici...»



Semiotica e Didattica della Matematica

In riferimento a De Saussure (1915) (che Vygotskij conosceva bene a causa della sua formazione di linguista) non c'è segno fuori da un "sistema di segni". Per esempio, le parole non hanno significato che all'interno del sistema di una lingua (da qui i problemi ben noti di traduzione).

Quando in Duval si parla di "registro di rappresentazione semiotica" ci si riferisce ad un sistema di segni che permette di riempire le funzioni di comunicazione, trattamento e di oggettivazione, e non ci si riferisce invece a delle notazioni convenzionali che non formano un sistema.

Per esempio, la numerazione binaria, o quella decimale, formano un sistema, ma non le lettere o i simboli che si utilizzano per indicare delle operazioni algebriche



Semiotica e Didattica della Matematica

Raymond Duval enunciava, nel 1993, il suo famoso paradosso cognitivo del pensiero matematico, che ha forti ripercussioni cognitive:

Da una parte, l'apprendimento degli oggetti matematici non può che essere un apprendimento concettuale e, d'altra parte, è solo per mezzo di rappresentazioni semiotiche che è possibile un'attività su degli oggetti matematici.

Questo paradosso può costituire un vero circolo vizioso per l'apprendimento. Come dei soggetti in fase di apprendimento potrebbero non confondere gli oggetti matematici con le loro rappresentazioni semiotiche se essi non possono che avere relazione con le sole rappresentazioni semiotiche?

Come possono gli studenti acquisire la padronanza dei trattamenti matematici, necessariamente legati alle rappresentazioni semiotiche, se non hanno già un apprendimento concettuale degli oggetti rappresentati?



Semiotica e Didattica della Matematica

Questo paradosso può costituire un vero circolo vizioso per l'apprendimento. Come dei soggetti in fase di apprendimento potrebbero non confondere gli oggetti matematici con le loro rappresentazioni semiotiche se essi non possono che avere relazione con le sole rappresentazioni semiotiche? Come possono gli studenti acquisire la padronanza dei trattamenti matematici, necessariamente legati alle rappresentazioni semiotiche, se non hanno già un apprendimento concettuale degli oggetti rappresentati?

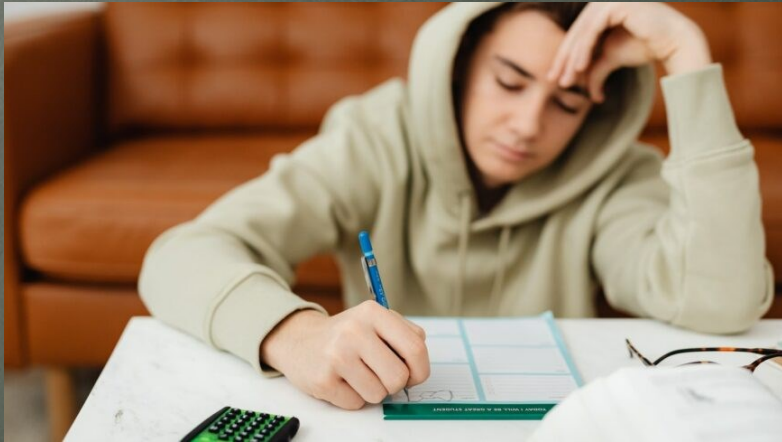


Se si chiede ad un bambino piccolo che cos'è "il numero tre", egli mostra tre dita alzate della mano destra; la domanda riguarda l'oggetto matematico "tre" ma ha come risposta una rappresentazione semiotica di quell'oggetto.

Se si pone ad un bambino di fine scuola primaria la stessa domanda, questi scriverà con la penna su un pezzo di carta la cifra 3; è cambiata la rappresentazione, ma il problema della differenza fra oggetto e sua rappresentazione permane.



Semiotica e Didattica della Matematica



Se si chiede ad un quindicenne che cosa sia una retta, possiamo avere in risposta un disegno di una macchia di grafite dritta, lunga e sottile; oppure un'equazione lineare del tipo $ax + by + c = 0$ scritta a

penna su un foglio di carta.

Entrambe le risposte sono rappresentazioni semiotiche dell'oggetto richiesto, non l'oggetto richiesto

Raymond Duval aveva ragione con la sua frase perentoria: **non c'è noetica senza semiotica** (1993); noi oggi sappiamo che dobbiamo passare attraverso varie rappresentazioni semiotiche per raggiungere la graduale e consapevole costruzione cognitiva dell'oggetto, fino a quando l'apprendente non si sarà reso conto che, a fronte di un oggetto O , ci sono varie rappresentazioni *semiotiche* $R_i(O)$ di O ($i = 1, 2, \dots$). Il giorno in cui le dominerà, le saprà usare nei contesti opportuni e le saprà trasformare l'una nell'altra, allora potremo dire che lo studente ha costruito cognitivamente O .



Semiotica e Didattica della Matematica

- Semiotica → acquisizione di una rappresentazione realizzata per mezzo di segni
- Noetica → acquisizione concettuale di un oggetto
- r^m → registro semiotico ($m = 1, 2, 3, \dots$)
- $R_i^m(A)$ → rappresentazione semiotica i -esima di un contenuto A nel registro semiotico r^m

Si può notare che, in base a queste scelte, se cambia il registro semiotico cambia necessariamente anche la rappresentazione semiotica, mentre non è detto il viceversa; cioè può cambiare la rappresentazione semiotica pur mantenendosi lo stesso registro semiotico.



Semiotica e Didattica della Matematica

La Semiotica è caratterizzata da tre diverse attività cognitive:
rappresentazione, trattamento, conversione.

Un contenuto matematico A , dotato di certi tratti distintivi, ha una sua rappresentazione R_i^m in un certo registro semiotico r^m

Posso avere una diversa rappresentazione di A , $R_j^m(A)$ nello stesso registro semiotico r^m

Contenuto matematico: la retta

registro semiotico r^1 : la lingua comune

rappresentazione R_1^1 : RETTA

registro semiotico r^2 : disegno

rappresentazione R_1^2 : 

registro semiotico r^3 : linguaggio algebrico

rappresentazione R_1^3 : $y = mx + q$



Semiotica e Didattica della Matematica

La trasformazione di rappresentazione, **all'interno dello stesso registro semiotico**, ovvero il passaggio da una rappresentazione R_i^m ad una nuova rappresentazione R_j^m prende il nome di **trattamento**

La trasformazione di rappresentazione, **da un registro semiotico r^m ad un registro semiotico r^n** , ovvero il passaggio da una rappresentazione R_i^m nel registro r^m ad una nuova rappresentazione R_h^n nel registro r^n prende il nome di **conversione**



Semiotica e Didattica della Matematica

La costruzione dei concetti matematici è strettamente dipendente dalla capacità di saper usare saper usare più registri di rappresentazioni semiotiche di quei concetti:

- di scegliere i tratti distintivi del concetto da rappresentare e e rappresentarli in un dato registro;
- di trattare tali rappresentazioni all'interno di uno stesso registro;
- di convertire tali rappresentazioni da un dato registro ad un altro.