

# INTRODUZIONE ALLA PROBABILITÀ

## ESERCIZI (TRATTI DAL TESTO BERGAMINI-TRIFONE – BAROZZI “IDEE PER INSEGNARE LA MATEMATICA”)

### 1. Gli eventi

- 1 A** Una scatola contiene quattro dischetti rossi numerati da 1 a 4, sei dischetti verdi numerati da 1 a 6 e cinque dischetti bianchi numerati da 1 a 5. Si estrae un dischetto. Scrivi gli eventi aleatori elementari e indica quali tra essi formano l'evento  $E =$  «esce un dischetto con un numero primo».
- 1 B** Un'urna contiene tre palline blu numerate da 1 a 3, quattro palline gialle numerate da 1 a 4 e sei palline bianche numerate da 1 a 6. Scrivi gli eventi aleatori elementari e determina quali tra essi formano l'evento  $E =$  «esce una pallina con un numero multiplo di 2».
- 

### 2. La concezione classica della probabilità

- 2 A** In uno scaffale ci sono 6 libri di fisica, 10 libri di matematica, 4 libri di inglese e 5 libri di storia. Calcola la probabilità che scegliendo a caso venga estratto:
- un libro di matematica;
  - un libro di geografia;
  - un libro di storia.

$$\left[ \text{a) } \frac{2}{5}; \text{ b) } 0; \text{ c) } \frac{1}{5} \right]$$

- 2 B** In una pila di dischi ce ne sono 5 di musica classica, 10 di musica rock, 6 di musica sacra e 4 di musica celtica. Calcola la probabilità che scegliendo a caso venga estratto:
- un disco di musica classica;
  - un disco di musica celtica;
  - un disco di musica jazz.

$$\left[ \text{a) } \frac{1}{5}; \text{ b) } \frac{4}{25}; \text{ c) } 0 \right]$$

- 3 A** Si gettano contemporaneamente due dadi, ognuno con quattro facce numerate da 1 a 4. Considerando come risultati le facce che appoggiano sul piano, calcola la probabilità che le due facce:
- a) siano due numeri diversi;
  - b) siano due numeri pari;
  - c) siano uno pari e l'altro dispari;
  - d) siano numeri la cui somma sia un multiplo di 3.

$$\left[ \text{a) } \frac{3}{4}; \text{ b) } \frac{1}{4}; \text{ c) } \frac{1}{2}; \text{ d) } \frac{5}{16} \right]$$

- 3 B** Si gettano contemporaneamente due dadi, ognuno con cinque facce numerate da 1 a 5. Considerando come risultati le facce che appoggiano sul piano, calcola la probabilità che le due facce:
- a) siano due numeri diversi;
  - b) siano due numeri dispari;
  - c) siano uno pari e l'altro dispari;
  - d) siano numeri la cui somma sia un multiplo di 4.

$$\left[ \text{a) } \frac{4}{5}; \text{ b) } \frac{9}{25}; \text{ c) } \frac{12}{25}; \text{ d) } \frac{6}{25} \right]$$

- 4 A** Un sacchetto contiene 4 gettoni numerati da 1 a 4. Si estraggono successivamente due gettoni, senza rimettere il gettone estratto nel sacchetto. Calcola la probabilità che:
- a) escano due numeri pari;
  - b) escano due numeri la cui somma dia 5;
  - c) tra i due numeri non vi sia il numero 1.

$$\left[ \text{a) } \frac{1}{6}; \text{ b) } \frac{1}{3}; \text{ c) } \frac{1}{2} \right]$$

- 4 B** Un'urna contiene 5 palline numerate da 1 a 5. Si estraggono di seguito due palline, senza rimettere la pallina estratta nell'urna. Calcola la probabilità che:
- a) escano due numeri dispari;
  - b) escano due numeri la cui somma dia 4;
  - c) tra i due numeri estratti non vi sia il numero 3.

$$\left[ \text{a) } \frac{3}{10}; \text{ b) } \frac{1}{10}; \text{ c) } \frac{3}{5} \right]$$

---

### 3. La concezione statistica della probabilità

- 5 A** Da osservazioni statistiche sulla vendita di un modello di automobile si è rilevato che su 150000 unità vendute, 15000 sono di colore verde, 30000 di colore rosso, 45000 di colore nero, 60000 di colore bianco. Calcola la probabilità di vendita per colore ed esprimi una previsione sul numero di auto vendute per i diversi colori se il numero totale di unità vendute è di 375000.

$$\left[ \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{2}{5}; 37500, 75000, 112500, 150000 \right]$$

- 5 B** Una piccola azienda di falegnameria vende 1200 tavoli di cui 250 in legno di noce, 820 in legno di rovere e 130 in legno di olmo. Calcola la probabilità da attribuire alla vendita dei tavoli per tipo di legno. Se il numero delle vendite si incrementa a 7200 unità, calcola i numeri delle vendite per i diversi tipi di legno che si possono prevedere.

$$\left[ \frac{5}{24}, \frac{41}{60}, \frac{13}{120}; 1500, 4920, 780 \right]$$

---

#### 4. La concezione soggettiva della probabilità

- 6 A** Durante una partita di calcio un tifoso sarebbe disposto a scommettere 15 euro per ricevere 25 euro in caso di vincita della squadra per cui tifa, mentre un sondaggio tra gli scommettitori dà la vittoria di tale squadra 5 a 9. Calcola la probabilità di vittoria secondo il tifoso e secondo il sondaggio.

$$\left[ \frac{3}{5}; \frac{5}{9} \right]$$

- 6 B** Durante una competizione di Formula 1 un tifoso sarebbe disposto a scommettere 18 euro per ricevere 20 euro in caso di vincita del suo pilota preferito, mentre un sondaggio tra il pubblico della gara dà la vittoria di tale corridore 6 a 11. Calcola la probabilità di vittoria secondo il tifoso e secondo il sondaggio.

$$\left[ \frac{9}{10}; \frac{6}{11} \right]$$

- 7 A** Un mazzo di 40 carte contiene 4 assi. Estraendo dal mazzo una carta e reinserendola per 6000 volte, quante volte, approssimativamente, si otterrà un asso?

[600]

- 7 B** Un mazzo di 52 carte contiene 4 assi. Estraendo dal mazzo una carta e reinserendola per 6500 volte, quante volte, approssimativamente, si otterrà un asso?

[500]

- 8 A** Un giocatore punta € 0,50 e vince se, pescando una sferetta da un'urna che ne contiene 90, numerate da 1 a 90, estrae la 1 o la 90. Calcola la posta dell'avversario affinché il gioco sia equo.

[€ 22]

- 8 B** Un giocatore punta € 0,50 e vince se, pescando una carta da un mazzo che ne contiene 52, estrae l'asso di picche o l'asso di cuori. Calcola la posta dell'avversario affinché il gioco sia equo.

[€ 12,50]

---

## 5. L'impostazione assiomatica della probabilità

**9 A** Un sacchetto contiene 10 gettoni numerati da 1 a 10. Sapendo che la probabilità di estrazione dei numeri dispari è tripla della probabilità di estrazione dei numeri pari, determina:

- a) la funzione probabilità degli eventi elementari;
- b) la probabilità dell'evento  $A = \text{«estrazione un gettone con un numero pari»}$ ;
- c) la probabilità dell'evento  $B = \text{«estrazione un gettone con un numero multiplo di 4»}$ ;
- d) la probabilità dell'evento  $C = \text{«estrazione un gettone con un numero pari che non sia multiplo di 4»}$ .

$$\left[ \text{a) } \frac{3}{20}, \frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \dots, \frac{1}{20}; \text{ b) } \frac{1}{4}; \text{ c) } \frac{1}{10}; \text{ d) } \frac{3}{20} \right]$$

**9 B** Un'urna contiene 15 palline numerate da 1 a 15. Sapendo che la probabilità di estrazione dei numeri pari è quadrupla della probabilità di estrazione dei numeri dispari, determina:

- a) la funzione probabilità degli eventi elementari;
- b) la probabilità dell'evento  $A = \text{«estrazione una pallina con un numero dispari»}$ ;
- c) la probabilità dell'evento  $B = \text{«estrazione una pallina con un numero primo dispari»}$ ;
- d) la probabilità dell'evento  $C = \text{«estrazione una pallina con un numero dispari che non sia primo»}$ .

$$\left[ \text{a) } \frac{1}{36}, \frac{1}{9}, \frac{1}{36}, \dots, \frac{1}{36}; \text{ b) } \frac{2}{9}; \text{ c) } \frac{5}{36}; \text{ d) } \frac{1}{12} \right]$$

---

## 6. La probabilità della somma logica di eventi

**10 A** Su uno scaffale sono appoggiati 40 compact disc: 10 contengono musica classica, 5 musica jazz e 25 musica rock. Calcola la probabilità che venga scelto a caso un disco di musica classica o di musica jazz.

$$\left[ \frac{3}{8} \right]$$

**10 B** Su uno scaffale sono appoggiati 70 compact disc: 20 contengono musica classica, 15 musica jazz e 35 musica rock. Calcola la probabilità che venga scelto a caso un disco di musica classica o di musica rock.

$$\left[ \frac{11}{14} \right]$$

Nel gioco della tombola qual è la probabilità che venga estratto un numero con le seguenti caratteristiche?

**11 A** Un numero minore di 10 o multiplo di 20.

$$\left[ \frac{13}{90} \right]$$

**11 B** Un numero maggiore di 70 e divisore di 20.

$$\left[ \frac{13}{45} \right]$$

**12 A** Un cassetto contiene 60 magliette di tre colori: bianche, rosse e verdi. Le magliette bianche sono 25, la probabilità di estrarne una rossa è  $\frac{1}{4}$ . Calcola il numero delle magliette verdi.

[20]

**12 B** Un cassetto contiene 80 magliette di tre colori: bianche, rosse e verdi. Le magliette bianche sono 24, la probabilità di estrarne una rossa è  $\frac{1}{5}$ . Calcola il numero delle magliette verdi.

[40]

**13 A** In un sacchetto ci sono 20 gettoni: 12 di forma quadrata (4 bianchi e 8 neri) e 8 di forma circolare (6 bianchi e 2 neri). Qual è la probabilità di estrarre a caso un gettone bianco oppure uno circolare?

$\left[ \frac{3}{5} \right]$

**13 B** In un sacchetto ci sono 30 gettoni: 16 di forma quadrata (6 bianchi e 10 neri) e 14 di forma circolare (8 bianchi e 6 neri). Qual è la probabilità di estrarre a caso un gettone nero oppure uno circolare?

$\left[ \frac{4}{5} \right]$

**14 A** Un sacchetto contiene 5 gettoni gialli numerati da 1 a 5 e 7 gettoni blu numerati da 1 a 7. Si estraiono successivamente 2 gettoni, rimettendo ogni volta il gettone estratto nel contenitore. Calcola la probabilità che:

a) i gettoni estratti siano di colore uguale;  
b) i gettoni estratti siano entrambi blu o rechino entrambi un numero dispari;  
c) almeno un gettone estratto sia giallo.

$\left[ \text{a) } \frac{37}{72}; \text{ b) } \frac{41}{72}; \text{ c) } \frac{95}{144} \right]$

**14 B** Una scatola contiene 6 palline verdi numerate da 1 a 6 e 8 palline rosse numerate da 1 a 8. Si estraiono successivamente 2 palline, rimettendo ogni volta la pallina estratta nel contenitore. Calcola la probabilità che:

a) le palline estratte siano di colore uguale;  
b) le palline estratte siano entrambe rosse o rechino entrambe un numero pari;  
c) almeno una pallina estratta sia verde.

$\left[ \text{a) } \frac{25}{49}; \text{ b) } \frac{97}{196}; \text{ c) } \frac{33}{49} \right]$

---

## 7. La probabilità condizionata

**15 A** Un sacchetto contiene gettoni numerati da 1 a 30. Calcola la probabilità di estrarre un multiplo di 4 sapendo che è uscito un numero minore di 13.

$\left[ \frac{1}{4} \right]$

**15 B** Un sacchetto contiene gettoni numerati da 1 a 30. Calcola la probabilità di estrarre un numero minore di 20 sapendo che è uscito un multiplo di 3.

$$\left[ \frac{3}{5} \right]$$

**16 A** Una scatola contiene 5 palline rosse, 8 palline verdi e 6 palline bianche. Si estraggono contemporaneamente 2 palline. Considerati i seguenti eventi:

$A =$  «solo una pallina è rossa»,

$B =$  «almeno una pallina è verde»,

calcola la probabilità dell'evento  $A$  condizionato a  $B$ .

$$\left[ \frac{10}{29} \right]$$

**16 B** Un sacchetto contiene 10 palline blu, 5 palline gialle e 12 palline verdi. Si estraggono contemporaneamente 2 palline. Considerati i seguenti eventi:

$A =$  «solo una pallina è blu»,

$B =$  «almeno una pallina è gialla»,

calcola la probabilità dell'evento  $A$  condizionato a  $B$ .

$$\left[ \frac{5}{12} \right]$$

---

## 8. La probabilità del prodotto logico di eventi

**17 A** Una busta contiene 30 francobolli italiani, 20 francesi e 10 inglesi. Viene estratto un francobollo, lo si reimmette nella busta e si estrae un secondo francobollo.

Calcola la probabilità che si verifichino i seguenti eventi:

a) i due francobolli sono italiani;

b) il primo estratto è francese, il secondo inglese;

c) vengono estratti un francobollo italiano e uno francese in ordine qualsiasi.

$$\left[ \text{a) } \frac{1}{4}; \text{ b) } \frac{1}{18}; \text{ c) } \frac{1}{3} \right]$$

**17 B** Una busta contiene 20 francobolli italiani, 30 francesi e 50 inglesi. Viene estratto un francobollo, lo si reimmette nella busta e si estrae un secondo francobollo.

Calcola la probabilità che si verifichino i seguenti eventi:

a) i due francobolli sono inglesi;

b) il primo estratto è francese, il secondo italiano;

c) vengono estratti un francobollo italiano e uno inglese in ordine qualsiasi.

$$\left[ \text{a) } \frac{1}{4}; \text{ b) } \frac{3}{50}; \text{ c) } \frac{1}{5} \right]$$

**18 A** Un'urna contiene 30 palline: 12 nere, 10 bianche e 8 rosse. Calcola la probabilità che estraendone tre contemporaneamente siano tutte rosse.

$$\left[ \frac{2}{145} \right]$$

**18 B** Un'urna contiene 40 palline: 18 nere, 12 bianche e 10 rosse. Calcola la probabilità che estraendone tre contemporaneamente siano tutte bianche.

$$\left[ \frac{11}{494} \right]$$

### Problemi con somma e prodotto logico insieme

**19 A** Una scatola contiene 10 palline rosse e 16 palline verdi. Si estraggono successivamente tre palline, sia rimettendo sia non rimettendo la pallina estratta nel contenitore. Calcola la probabilità che:

- a) almeno una pallina sia rossa;
- b) la prima pallina sia rossa e le restanti siano verdi;
- c) due palline siano rosse e una sia verde.

$$\left[ \text{a) } \frac{1685}{2197}, \text{ b) } \frac{320}{2197}, \text{ c) } \frac{600}{2197}; \text{ a) } \frac{51}{65}, \text{ b) } \frac{2}{13}, \text{ c) } \frac{18}{65} \right]$$

**19 B** Una scatola contiene 25 palline gialle e 15 palline blu. Si estraggono successivamente quattro palline, sia rimettendo sia non rimettendo la pallina estratta nel contenitore. Calcola la probabilità che:

- a) almeno una pallina sia blu;
- b) la prima pallina sia blu e le restanti siano gialle;
- c) una pallina sia gialla e le altre siano blu.

$$\left[ \text{a) } \frac{3471}{4096}, \text{ b) } \frac{375}{4096}, \text{ c) } \frac{135}{1024}; \text{ a) } \frac{7874}{9139}, \text{ b) } \frac{1725}{18278}, \text{ c) } \frac{175}{1406} \right]$$

**20 A** Due urne contengono rispettivamente 20 palline numerate da 1 a 20 e 10 palline numerate da 1 a 10. Calcola la probabilità che estraendo una pallina da ciascuna urna:

- a) escano due numeri pari;
- b) esca un numero pari dalla prima urna e un numero dispari dalla seconda;
- c) esca un numero pari e un numero dispari.

$$\left[ \text{a) } \frac{1}{4}; \text{ b) } \frac{1}{4}; \text{ c) } \frac{1}{2} \right]$$

**20 B** Due urne contengono rispettivamente 15 palline numerate da 1 a 15 e 18 palline numerate da 1 a 18. Calcola la probabilità che estraendo una pallina da ciascuna urna:

- a) escano due numeri dispari;
- b) esca un numero dispari dalla prima urna e un numero pari dalla seconda;
- c) esca un numero pari e un numero dispari.

$$\left[ \text{a) } \frac{4}{15}; \text{ b) } \frac{4}{15}; \text{ c) } \frac{1}{2} \right]$$

---

## 9. Il teorema di Bayes

### Se l'evento deve accadere: la disintegrazione

**21 A** Si hanno due urne. La prima contiene 5 palline rosse e 3 verdi e la seconda 8 palline rosse e 6 verdi. Si scelga a caso un'urna estraendo una carta da un mazzo di 52 carte. Se la carta estratta è una figura di seme nero, si estrae una pallina dalla prima urna, altrimenti dalla seconda urna. Calcola la probabilità di estrarre una pallina rossa.

$$\left[ \frac{841}{1456} \right]$$

**21 B** Si hanno tre urne. La prima contiene 6 palline gialle e 4 blu, la seconda 9 palline gialle e 3 blu e la terza 2 palline gialle e 12 blu. Si scelga a caso un'urna estraendo una carta da un mazzo di 52 carte. Se la carta estratta è una figura di seme nero, si estrae una pallina dalla prima urna, se è un asso di seme rosso si estrae una pallina dalla seconda urna, altrimenti dalla terza urna. Calcola la probabilità di estrarre una pallina blu.

$$\left[ \frac{2843}{3640} \right]$$

**22 A** In una grande distribuzione la probabilità che un prodotto alimentare abbia superato la data di scadenza è del 3%. La probabilità che un prodotto scaduto sia non commestibile è del 40%, mentre la probabilità che un prodotto non scaduto sia comunque non commestibile è dello 0,2%. Calcola la probabilità che scegliendo a caso una confezione del prodotto, essa non sia commestibile. [1,39%]

**22 B** In un'industria tessile l'80% dei rotoli di stoffa viene controllato da possibili imperfezioni. Lo 0,1% dei prodotti che risultano idonei al controllo, è in realtà difettoso, mentre il 5% dei rotoli non controllati è imperfetto. Calcola la probabilità che scegliendo a caso un rotolo di stoffa esso sia difettoso. [1,08%]

### Se l'evento è accaduto: il teorema di Bayes

**23 A** Si hanno tre urne. La prima contiene 4 palline gialle e 8 blu, la seconda 10 palline gialle e 6 blu e la terza 1 pallina gialla e 7 blu. Si scelga a caso un'urna lanciando un dado a 6 facce. Se esce il numero 1, si estrae una pallina dalla prima urna, se esce il numero 2 o 3 si estrae una pallina dalla seconda urna, altrimenti dalla terza urna. Sapendo che la pallina estratta è gialla, calcola la probabilità che provenga dalla prima urna.

$$\left[ \frac{8}{47} \right]$$

**23 B** Si hanno quattro urne. La prima contiene 1 pallina rossa e 4 verdi, la seconda 15 palline rosse e 5 verdi, la terza 12 palline rosse e 3 verdi, la quarta 2 palline rosse e 8 verdi. Si scelga a caso un'urna lanciando un dado a 6 facce. Se esce il numero 1, si estrae una pallina dalla prima urna, se esce il numero 2 si estrae una pallina dalla seconda urna, se esce un multiplo di 3 si estrae una pallina dalla terza urna, altrimenti dalla quarta urna. Sapendo che la pallina estratta è verde, calcola la probabilità che provenga dalla terza urna.

$$\left[ \frac{8}{61} \right]$$

**24 A** Due classi sono formate rispettivamente da 18 e 24 studenti. La probabilità che possiede la prima classe di avere la sufficienza in una materia è del 70%, mentre per la seconda è dell'84%. Scelto a caso uno studente che ha la sufficienza, calcola la probabilità che egli provenga dalla seconda classe.

$$\left[ \frac{8}{13} \right]$$

**24 B** Due gruppi sportivi sono formati rispettivamente da 45 e 75 atleti. La probabilità che possiede il primo gruppo di superare una gara di selezione è del 65%, mentre per il secondo è del 55%. Scelto a caso un atleta che ha superato la selezione, calcola la probabilità che egli provenga dal primo gruppo.

$$\left[ \frac{39}{94} \right]$$