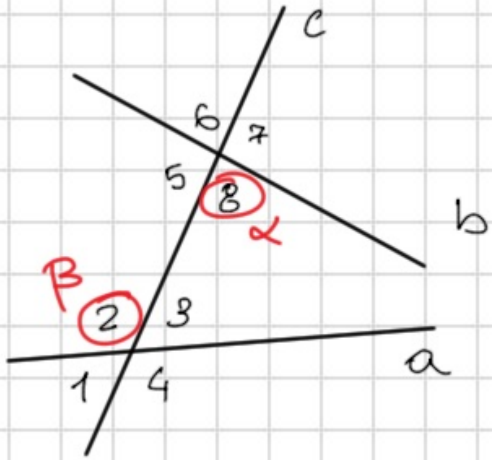
Lezione del 18-04-2025



alterni

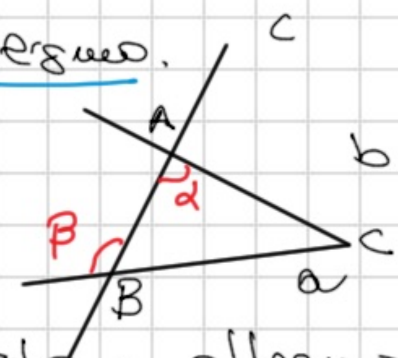
coniugati

corrispondenti

Condizione sufficiente per il parallelismo.

Hp $\alpha = \beta$

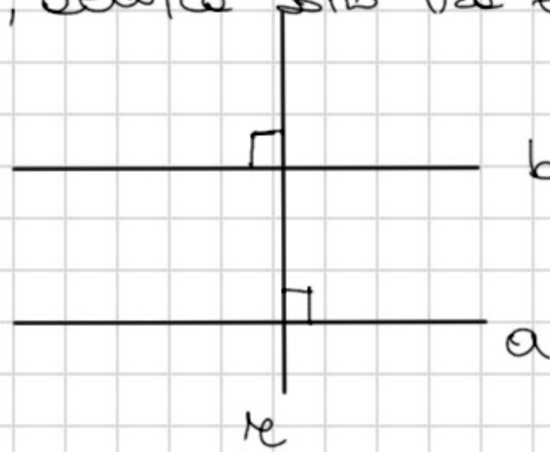
Th $a \parallel b$



Dimostrazione: ragiono per assurdo e affermo che a non è parallela a b. Dunque a e b si incontrano nel punto C formando il triangolo ABC. In questo triangolo β è angolo esterno dovrebbe maggiore di α. Ma ciò è assurdo perché contraddice l'hp

Una conseguenza del teorema appena dimostrato è la seguente proprietà:

Se due rette a e b sono perpendicolari a una stessa retta, allora sono tra loro parallele



Teorema di esistenza della parallela

Dati una retta r e un punto P che non le appartiene, esiste sempre una retta passante per P e parallela ad r.

Postulato di unicità della parallela

Dati una retta r e un punto P che non le appartiene, è unica la retta per P, parallela ad r.

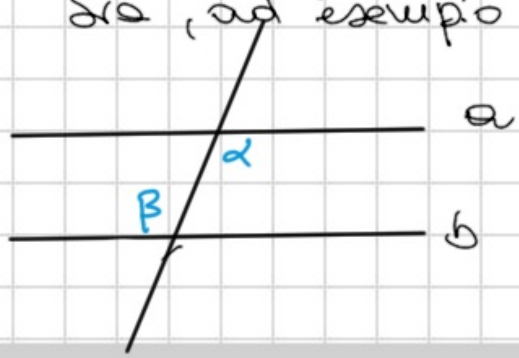
Condizione necessaria per il parallelismo

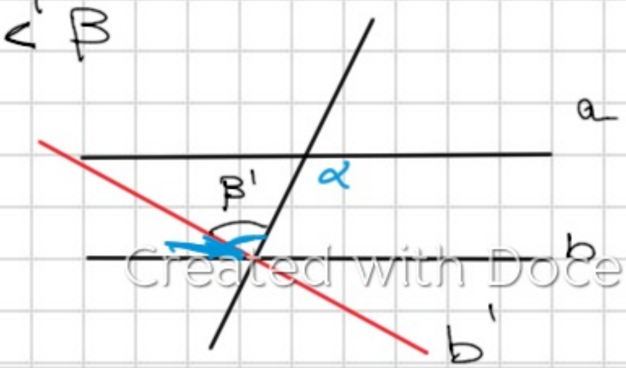
Hp $a \parallel b$

Th $\alpha = \beta$

Dimostrazione: è condotta per assurdo. Nego la tesi e sostengo che $\alpha \neq \beta$

Sia, ad esempio, $\alpha < \beta$



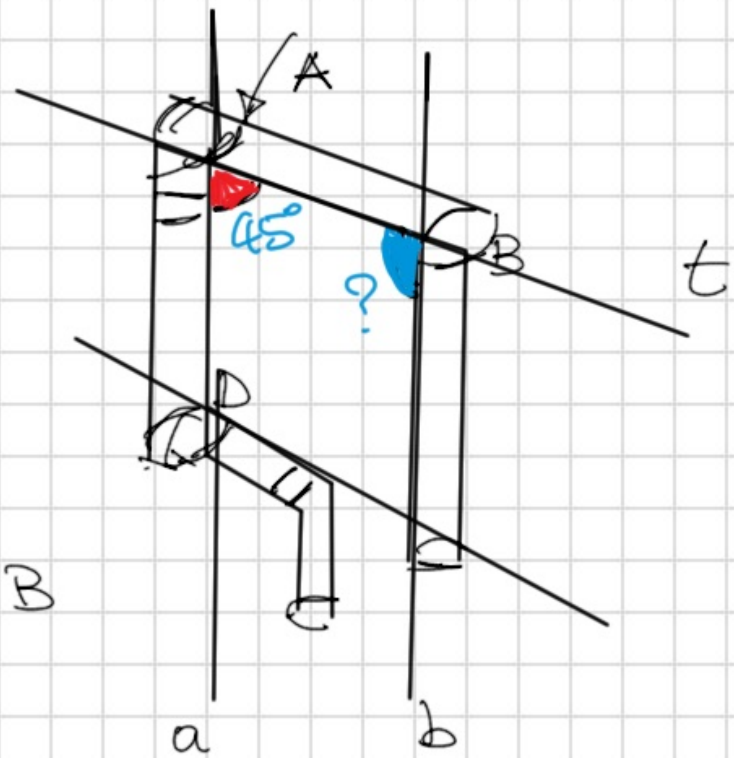


Vado a considerare la retta b' tale che formi un angolo $\beta' = \alpha$

Perché β' e α sono alterni interni, allora sarà $a \parallel b'$. Ma ciò è assurdo per il criterio diretto di parallelismo.
Dunque deve aversi $\alpha = \beta$

Esempio

Marta deve sostituire alcuni tubi. Per acquistare i raccordi deve conoscere le misure degli angoli.
Sa che l'angolo $B\hat{A}D$ è $45°$.
Sapendo che i tubi verticali sono paralleli, qual è l'ampiezza dell'angolo in B

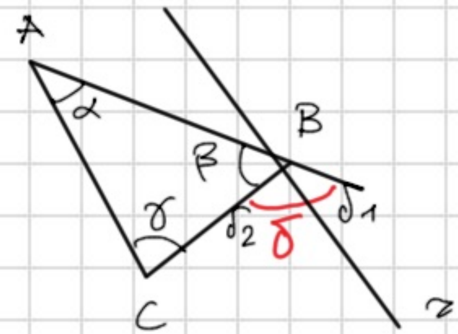


Poiché $\hat{A}$ e $\hat{B}$ sono coniugati interni, deve avere

$$\hat{B} = 180° - 45° = 135°$$

II Teorema dell'angolo esterno

In un triangolo, ogni angolo esterno è uguale alla somma degli angoli interni non adiacenti.



Hp δ è angolo esterno
α e γ sono interni non adiacenti a δ.

Th $\delta = \alpha + \gamma$

Dim. Tracciamo per il punto B la parallela ad AC.
L'angolo esterno δ rimane suddiviso in due parti δ_1 e δ_2
Poiché AC ed r sono parallele tagliate dalla trasversale AB si avrà

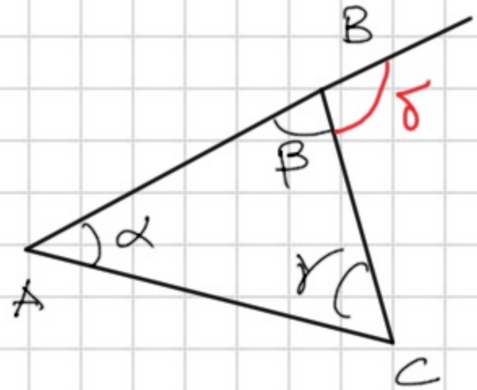
$\delta_1 = \alpha$ perché corrispondenti
$\delta_2 = \gamma$ perché alterni interni
Poiché $\delta = \delta_1 + \delta_2$ ma $\delta_1 = \alpha$ e $\delta_2 = \gamma$ $\Rightarrow$ $\delta = \alpha + \gamma$

c.v.d.

Teorema della somma degli angoli interni di un triangolo

In un triangolo, la somma degli angoli interni è pari a un angolo piatto.

DIM.



Consideriamo, nel triangolo ABC, l'angolo esterno di B sia esso δ.

$$\delta + \beta = \pi$$

Per il II teorema dell'angolo esterno

$$\delta = \alpha + \gamma$$

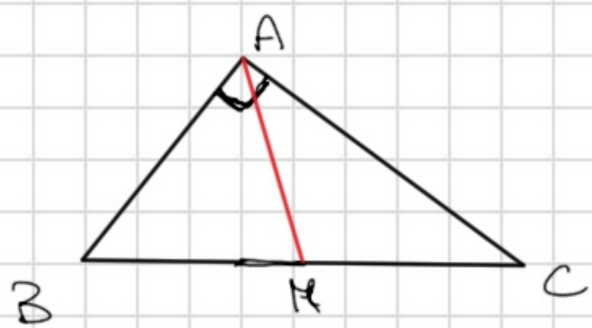
Dunque $\alpha + \gamma + \beta = \pi$

La somma degli angoli interni di un poligono convesso di n lati è pari a

$$(n-2)\pi$$

La somma degli angoli esterni di un poligono è 2π.

Mediana relativa all'ipotenusa in un triangolo rettangolo

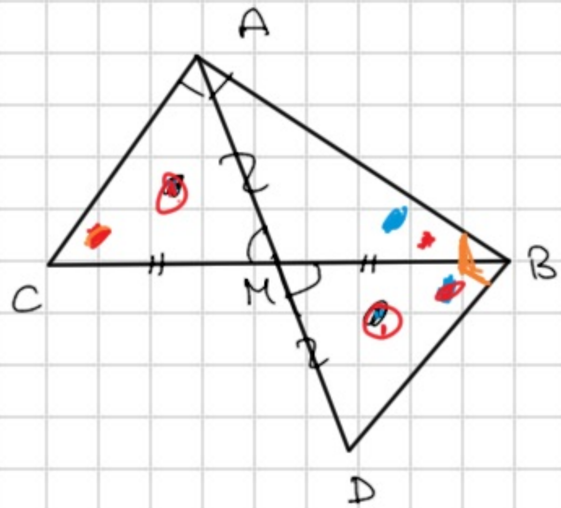


Hp ABC è un triangolo rettangolo in $\hat{A}$

$CM = MB$ perché M punto medio

Th $AM = \frac{1}{2} BC$

DIM.



Prolungo il segmento AM dalla parte di M di un segmento MD = AM. Unisco B con D
Considero i triangoli ACM e DMB. Sono congruenti per il primo criterio

La somma $M\hat{C}A + M\hat{B}A$ è congruente a un angolo retto. Anche $M\hat{B}D + M\hat{B}A$ è retto
Dunque ABC e BAD sono entrambi triangoli rettangoli ed hanno AB in comune e AC = BD
Quindi sono congruenti. In particolare BC = AD
Ma AD = 2AM $\Rightarrow$ BC = 2AM cioè la tesi

Problema

Sull'asse del segmento PQ della stessa retta rispetto a PQ, consideriamo i punti A e B.
Dimostriamo che $\boxed{\widehat{PAB} = \widehat{BAQ}}$!

Hp r asse del segmento PQ — th $\widehat{PAB} = \widehat{BAQ}$

M intersezione di r con PQ

Inizio a considerare l'uguaglianza di APM e QAM
(perché?)
Da cui deduciamo che AP = AQ
Analogamente considero l'uguaglianza di BPM e BQM

Dunque i triangoli PAB e BAQ sono uguali per il terzo criterio: infatti $PB = BQ$, $AP = AQ$ e AB è in comune.