Corso di Metodologie e Tecnologie per la Didattica della Matematica 1

Roberto Capone
Università di Bari Aldo Moro

www.robertocapone.com
roberto.capone@uniba.it

Proposte di metodologie e strumenti per l’insegnamento STE(A)M

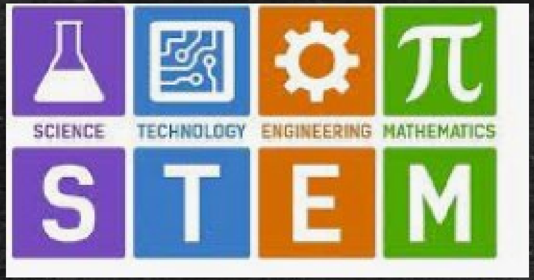
Introduzione

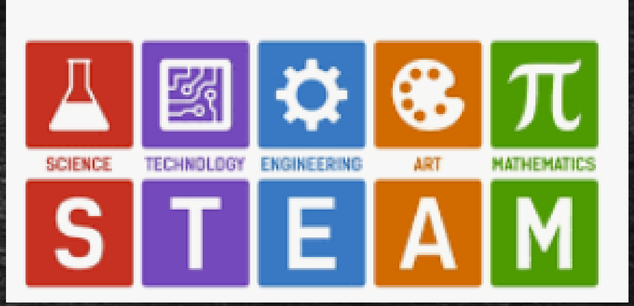
Negli Stati Uniti già dal 2000 si parla di discipline STEM

A livello europeo, il sostegno allo sviluppo delle competenze negli ambiti STEM ha trovato espressione nella Raccomandazione sulle competenze chiave per l’apprendimento permanente del 2018.

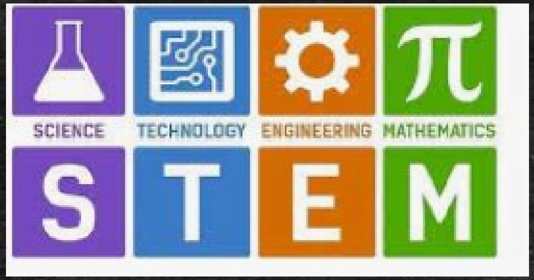
In Italia, l’articolo 1, comma 552, lett. a) della legge 197 del 29 dicembre 2022, attua la riforma inserita nel Piano nazionale di ripresa e resilienza e contribuiscono al raggiungimento degli obiettivi dell’investimento “Nuove competenze e nuovi linguaggi”, con la finalità di “sviluppare e rafforzare le competenze STEM

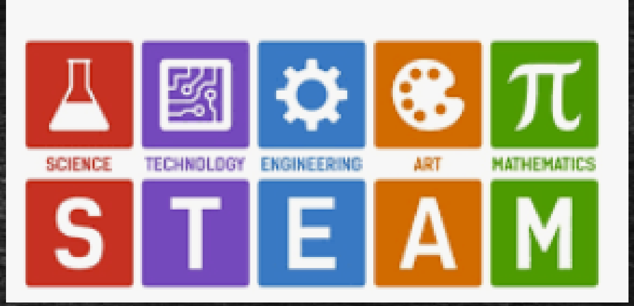
L'interdisciplinarietà corrisponde a una nuova situazione epistemologica, a un movimento cognitivo che esprime la necessità di superare il regime analitico della scienza riduzionista con un approccio capace di accedere e affrontare un livello di realtà più profondo e complesso.
Questo abisso di complessità, questa vertiginosa apertura verso una realtà che non può essere ridotta alla semplicità, ma che richiede la capacità di considerare, mettere in relazione e "integrare" tante e diverse informazioni provenienti da luoghi, ambiti, ambiti, attività e discipline diverse, nonché da nuovi metodi interdisciplinari di lavoro, apprendimento e scoperta, costituisce il fondamento ontologico dell'interdisciplinarietà.



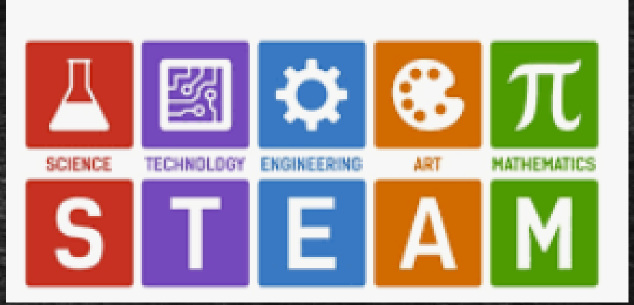


Alcuni studiosi sostengono che l’approccio all’educazione STEM o STEAM non prevede l’intersezione delle discipline che appaiono come monolitici blocchi separati S-T-E-A-M; ciò avviene tradizionalmente nelle scuole in cui vengono insegnate separatamente le discipline scolastiche (Gerlach, 2011). Questo approccio enfatizza l’inclusione della tecnologia e dell’ingegneria ma prevede la valorizzazione e la conservazione di specifici domini di conoscenza. Generalmente, questo approccio decontestualizza l’insegnamento dal mondo reale e non riesce a creare l’opportunità per gli studenti di apprendere attraverso il fare, applicare e risolvere problemi in situazione di vita reale (Morrison, 2006). Ciò incoraggia gli studenti a mantenere visioni separate e parallele dei contenuti disciplinari.

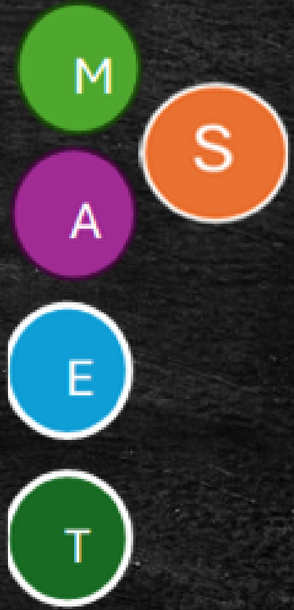


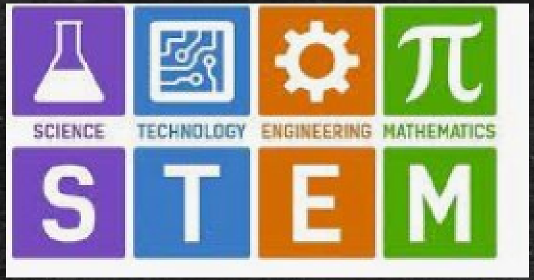


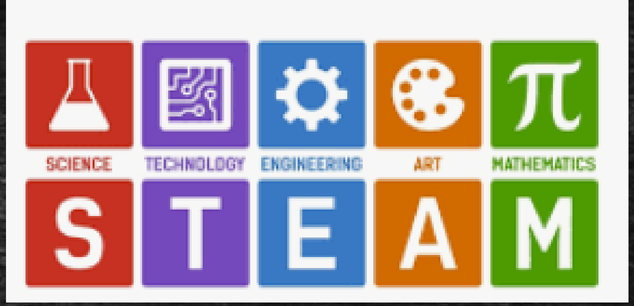
Una seconda visione tiene conto della integrazione di due discipline. Ad esempio, nelle scuole, è molto comune l'interdisciplinarità tra matematica e scienze o matematica e fisica. Questo sembra essere l'approccio più diffuso.



Una terza visione collega una delle discipline alle altre (Dugger, 2010). Ad esempio, i contenuti di fisica possono essere integrati ad esempio nei corsi di Ingegneria, tecnologia e Matematica e Architettura.







Infine, un quarto modello, detto modello infuso, in cui tutte le discipline sono collegate tra di loro. Questo modello è quello che assumiamo come modello interdisciplinare nell’educazione STEM. La ricerca indica che l'uso di un'istruzione STEM interdisciplinare offre opportunità per esperienze pertinenti e più stimolanti per gli studenti (Furner and Kumar, 2007). Tali esperienze stimolano capacità di pensiero di livello superiore e di risoluzione dei problemi. In definitiva, l'implementazione efficace di questo approccio rende gli studenti migliori risolutori di problemi, innovatori, inventori, autonomi, pensatori logici e tecnologicamente alfabetizzati (Morrison and Bartlet, 2009).

L'idea di interdisciplinarietà e la metafora del confine

Ci riferiamo alla definizione di interdisciplinarietà di Klein (1990):

L'interdisciplinarietà è stata variamente definita in questo secolo: come metodologia, concetto, processo, modo di pensare, filosofia e ideologia riflessiva. È stato collegato a tentativi di esporre i pericoli della frammentazione, ristabilire vecchie connessioni, esplorare relazioni emergenti e creare nuovi soggetti adeguati a gestire le nostre esigenze pratiche e concettuali. […]. L'interdisciplinarietà è un mezzo per risolvere problemi e rispondere a domande che non possono essere affrontate in modo soddisfacente utilizzando singoli metodi o approcci. Sia che il contesto sia una strumentalità a breve termine o una riconcettualizzazione a lungo termine dell'epistemologia, il concetto rappresenta un importante tentativo di definire e stabilire un terreno comune (Klein, 1990, p.196).

Deduzione, induzione e abduzione

Il filosofo statunitense Charles Sanders Peirce ha sviluppato questo argomento nella sua concezione della logica della scoperta scientifica, estendendo il significato dell'abduzione considerandola "il primo passo del ragionamento scientifico" in cui viene stabilita un'ipotesi per spiegare alcuni fatti empirici. Peirce teorizzava che il pensiero umano ha tre possibilità di creare inferenze, ovvero tre modi diversi di ragionamento.
Questi tre modi sono:

Il ragionamento deduttivo
Il ragionamento induttivo
Il ragionamento abduttivo

Interdisciplinarità e STE(A)M education

IL PROBLEMA DI FAGNANO

Il **focus** di questa unità didattica interdisciplinare è un problema di minimo storicamente poco noto, detto **“Problema di Fagnano”**

Problema di minimo proposto da Giulio Carlo Fagnano nel 1775:

«Qual è il triangolo di perimetro minimo inscrivibile in un triangolo acutangolo?»

Geometria euclidea vs Analisi

Si dice che Fagnano lo risolse con l’analisi, ma di questa soluzione non ci sono tracce.

Il Problema di Fagnano

Partire dal contesto storico

Chi è Giulio Carlo Fagnano?

La sua attività matematica è principalmente legata allo studio di curve come la lemniscata.
Ebbe 12 figli, tra cui vi era Giovanni.
Quest'ultimo si interessò al problema sul triangolo posto dal padre.
L'unico documento dei Fagnano a noi giunto, nel quale si fa riferimento a tale problema, è riportato in
Giovanni Fagnano, *Nova Acta Eruditorum*, 1775, p. 281-303

Il Problema di Fagnano

Partire dal contesto storico

PROBLEMATA QVAEDAM AD METHODVM maximorum et minimorum ſpectantia: Auctore Archidiacono IOHANNE FRANCISCO de TVSCHIS a FAGNANO, ex S. Honorii Marchionibus, Patricio Romano et Senogallienſi.

Articulus VIII. Tomi I. Eruditorum Diarii, quod Mutinae editur, occaſionem praebuit ſequentia publicandi Problemata, quae ſi communi infinitorum methodo tractarentur, vix ſine ambagibus expediri poſſent. Placuit quoque ſolutiones ex ſimplici Geometria depromptas adiungere, vt videant in ſublimiori Analyſi initiati, non eſſe illam omnino negligendam; aliquando enim euenit, vt illius ope elegantius et facilius quaedam ſoluantur problemata, quae aliter impervia credas.

Traduciamo il testo dal latino all’italiano:
«Alcuni problemi riguardanti il metodo dei massimi e dei minimi, di cui è autore l’arcidiacono Giovanni Francesco dei Toschi di Fagnano ... patrizio romano e di Senigallia.
L’articolo VIII del tomo I del diario degli Eruditi, che è stato edito a Modena, ha offerto l’occasione per pubblicare i seguenti problemi, che, se fossero trattati con il metodo degli infiniti, a stento potrebbero essere risolti senza incertezze.
È sembrato opportuno aggiungere anche soluzioni ricavate dalla geometria semplice, affinché gli iniziati all’analisi superiore si rendano conto che quella (cioè la geometria) non deve essere disprezzata del tutto; talvolta, infatti, capita che grazie ad essa si risolvano più facilmente ed elegantemente alcuni problemi che altrimenti si potrebbero ritenere impervi.»

Il Problema di Fagnano

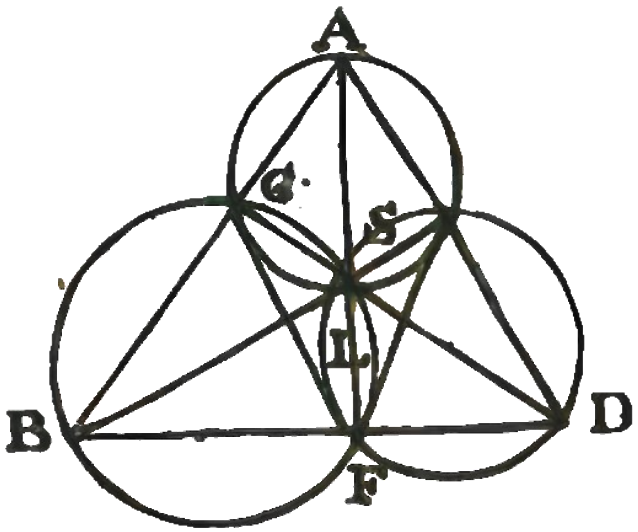
PROBLEMA IV. (Fig. XVII.)

In Triangulo oxygono B A D inscribere Triangulum C F S, cuius laterum Summa sit minima.

Monitum.

Solutio indicabit problematis limitationem.

Il problema di Fagnano è etichettato come «problema IV, Fig. XVII: In un triangolo acutangolo ABD inscrivere un triangolo CFS, la cui somma dei lati sia minima» (traduzione figura). Tuttavia, la risoluzione riportata da Fagnano al problema è alquanto complessa e, come tipico dell’epoca, utilizza le proprietà dei cerchi.



Problemi risolti da Giovanni Fagnano utilizzando la geometria euclidea
Giovanni Fagnano, Nova Acta Eruditorum, 1775

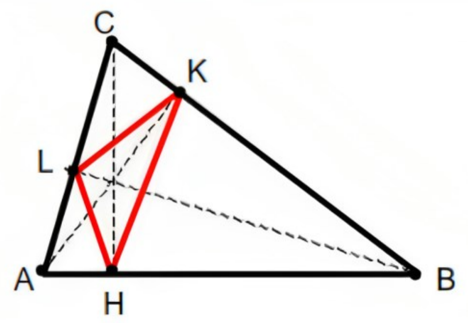
Il Triangolo ortico

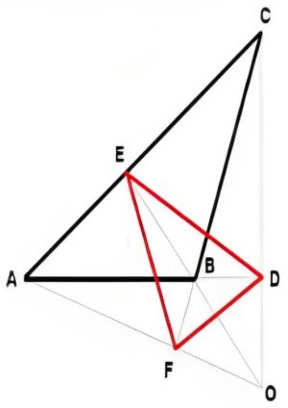
Dato un triangolo ABC, si definisce triangolo ortico la figura che si ottiene tracciando i tre segmenti che congiungono a due a due i piedi delle tre altezze del triangolo dato. Ci sono tre casi, a seconda del tipo di triangolo ABC:

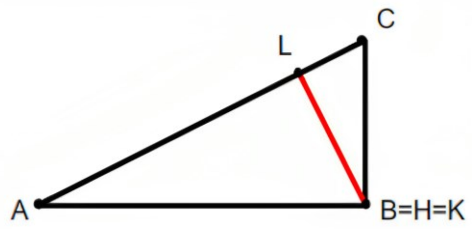
a) Triangolo ABC acutangolo: il Triangolo Ortico è interno al triangolo di riferimento

b) Triangolo ABC ottusangolo: il Triangolo Ortico è esterno al triangolo di riferimento

c) Triangolo ABC rettangolo: Il Triangolo Ortico degenera nell’altezza relativa all’ipotenusa







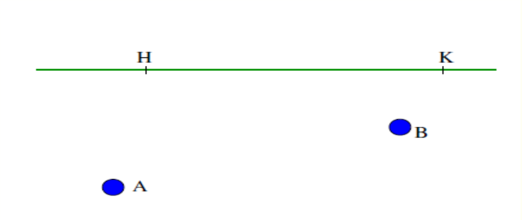
Problema di Fagnano → Biliardo

Two Applications of Calculus to Triangular Billiards
Author(s): Eugene Gutkin
Reviewed work(s):
Source: *The American Mathematical Monthly*, Vol. 104, No. 7 (Aug. - Sep., 1997), pp. 618-622

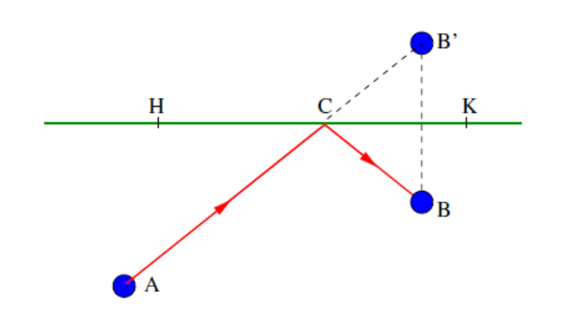
We assume that the triangle T is acute, and view it as a billiard table. The pedal triangle T_1, which is inscribed in T, is then a periodic billiard orbit (see §2). Moreover, T_1 is the shortest such orbit. Even more remarkable, for the general triangular table, the pedal triangle is the only closed (prime) billiard orbit known!

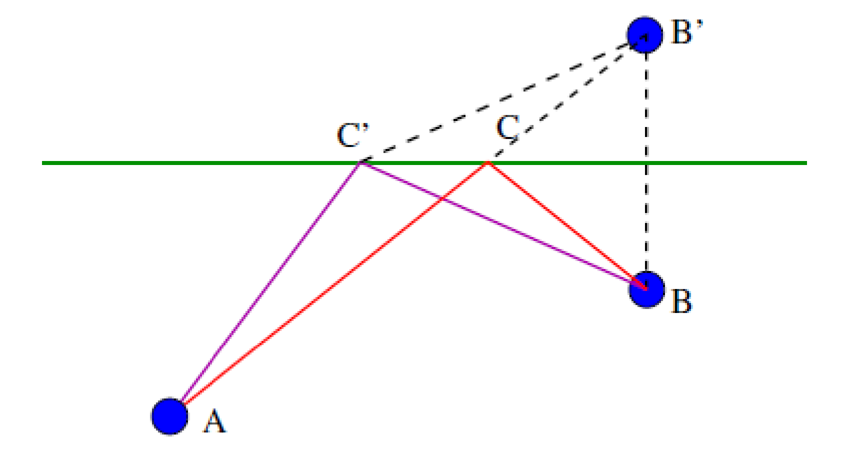
The first proof, by calculus, that among all inscribed triangles the pedal triangle has the least perimeter, is attributed to J. F. F. Fagnano, ca. 1775. In his honor, the problem just stated is often called the *Fagnano problem* [**4**], [**5**], [**15**]. Elementary geometric solutions were later given independently by H. A. Schwarz and L. Fejer [**14**]. Schwarz and Fejer did their work at the end of the 19-th century and in the beginning of the current one. Thus, along with Fagnano, they are the primeval researchers in polygonal billiards! Following tradition, we will call T_1 the *Fagnano orbit*. We reserve the name *Fagnano geodesic* for the Fagnano orbit, traced twice.

Giocare… “di sponda”



"Su quale punto della sponda HK occorre mirare in modo che la palla inizialmente in A raggiunga la posizione B?"





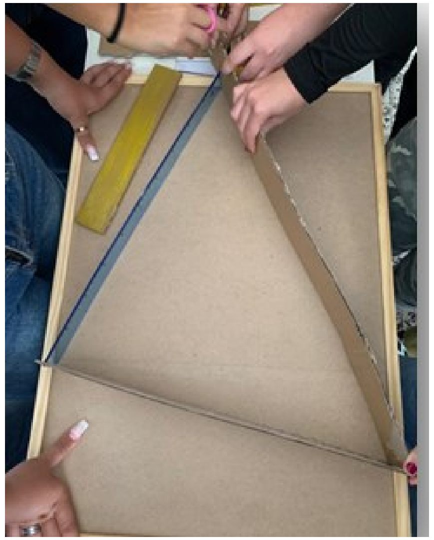
Principio di Minimo

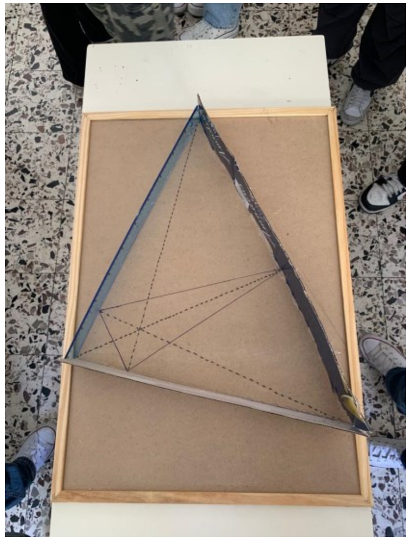
Il percorso ACB su cui si muove la palla da biliardo ha lunghezza minima tra tutti i percorsi che partono da A, toccano la sponda e raggiungono B; in Fig. è stato rappresentato anche un altro possibile percorso AC'B, per il quale non è rispettata la condizione di urto elastico (ossia non è valida la II legge di Snell).

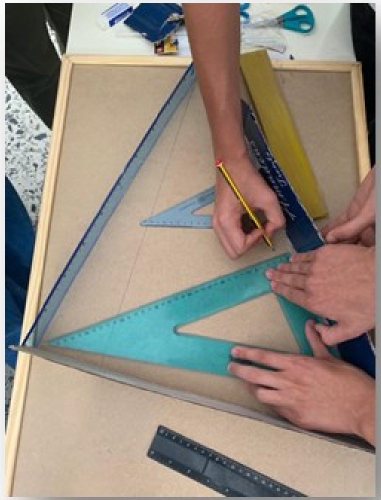
Nell'ottica geometrica, il **principio di Fermat** afferma che i raggi luminosi, nell'attraversare una sostanza, percorrono, fra tutte le traiettorie possibili, la curva che minimizza il tempo di percorrenza. Nelle sostanze il cui indice di rifrazione è costante, i raggi luminosi si propagano allora rettilinearmente e, quando incidono su una superficie che separa una sostanza omogenea da un'altra essi vengono riflessi secondo la legge di Snell.

Biliardo Triangolare

Per verificare che il triangolo ortico sia l’orbita chiusa di un biliardo triangolare, è stato realizzato con materiale povero un biliardo triangolare, con dei pennarelli è stato disegnato su di esso un triangolo ortico e, successivamente, è stata lanciata una biglia da un vertice del triangolo
È stato utilizzato il software Tracker per analizzare il moto della biglia lungo il percorso.



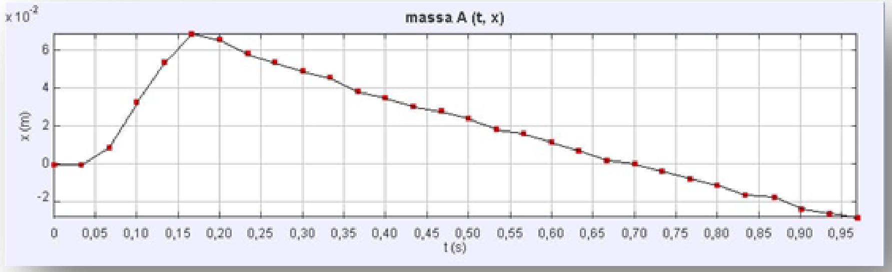


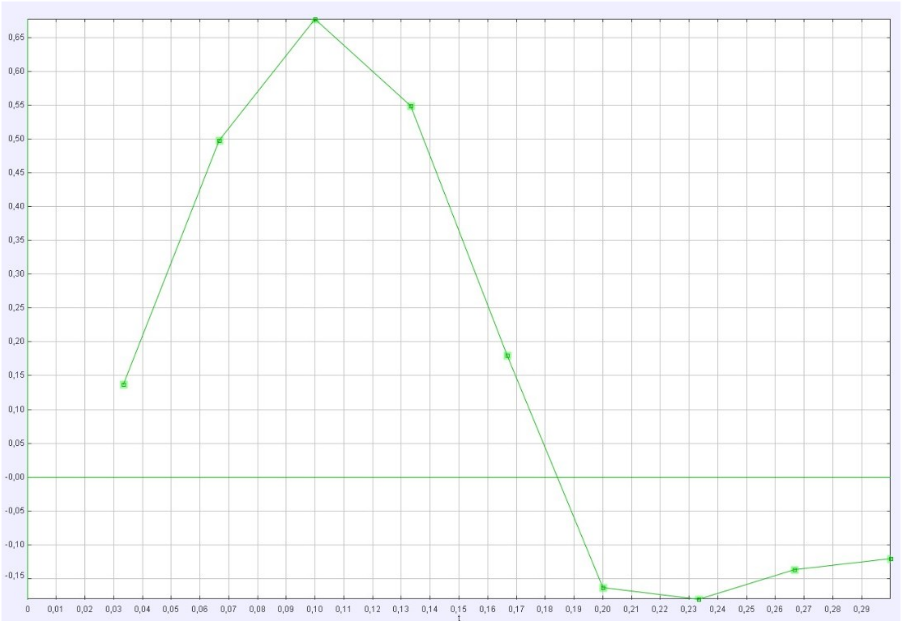


Biliardo Triangolare

Biliardo Triangolare

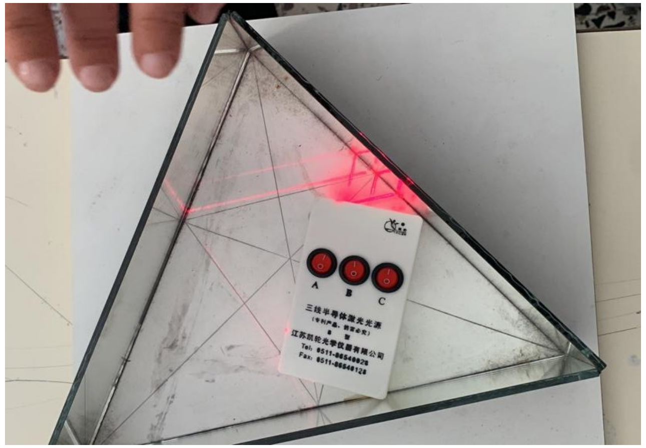
Verifichiamo la legge oraria della biglia (considerata punto materiale) utilizzando il software Tracker. Dall'analisi si può osservare che lungo i singoli tratti il moto è, entro gli errori sperimentali, un moto rettilineo uniforme, tuttavia la velocità del primo tratto non è uguale ed opposta a quella del secondo tratto, dunque non è rispettata la condizione di urto elastico, ciò a causa principalmente dell'attrito.



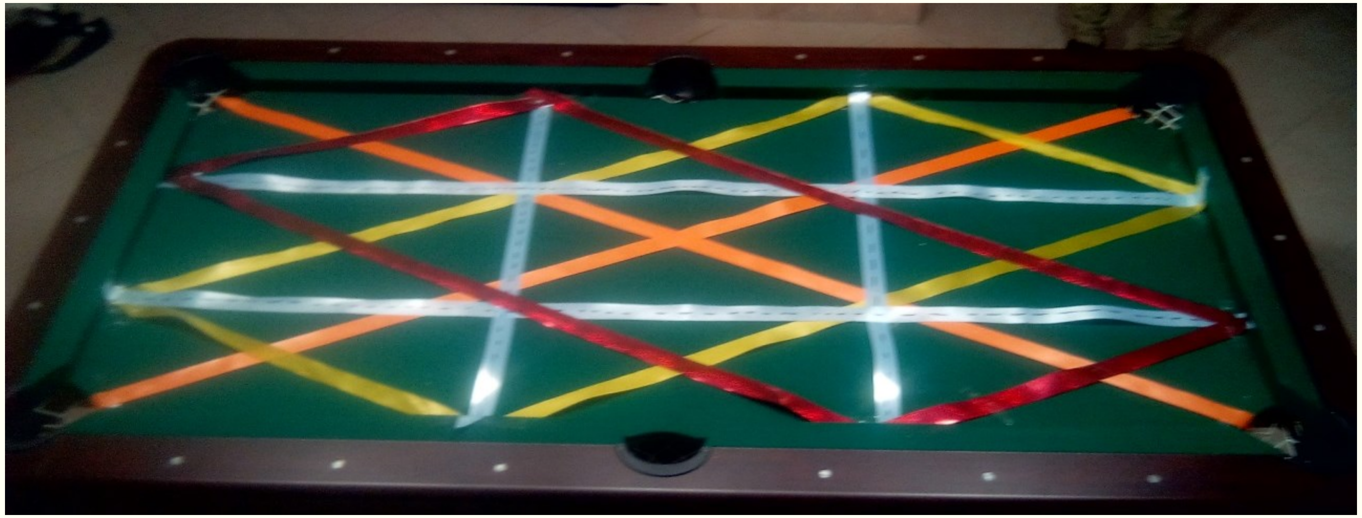


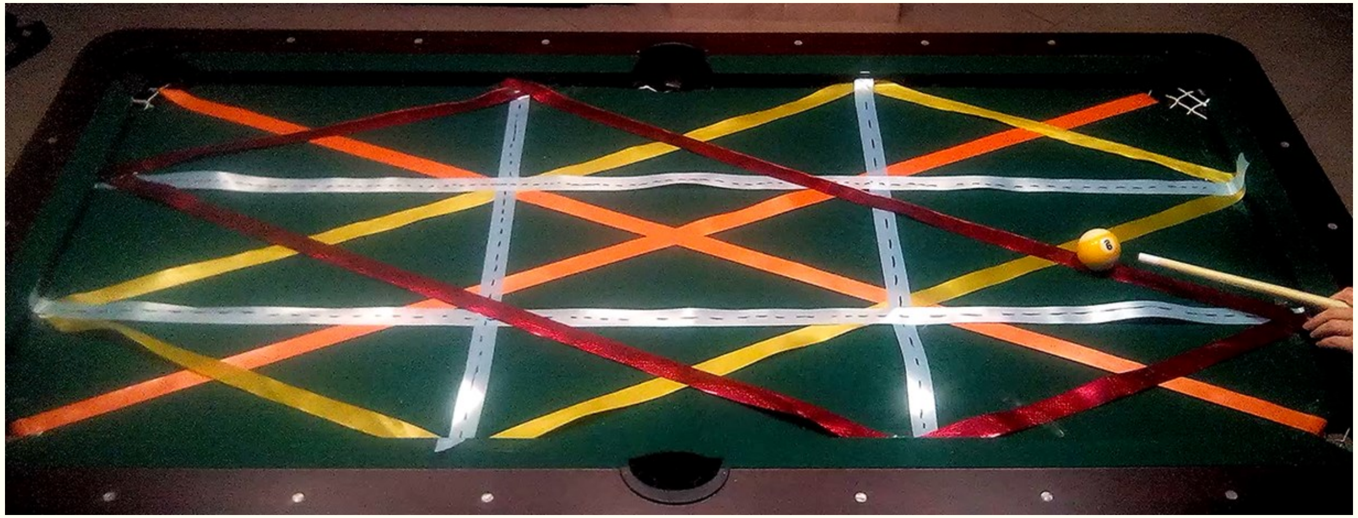
Biliardo di luce

E’ stato pertanto realizzato un biliardo triangolare le cui sponde sono degli specchi e la cui “pallina” è la luce laser, abbiamo denominato questo oggetto “biliardo di luce”. Abbiamo verificato che la luce segue il percorso del triangolo ortico, verificando dunque, per il principio di Fermat, che l’unica orbita chiusa di perimetro minimo è proprio il triangolo ortico



Costruiamo i quadrilateri ortici…. Sul biliardo!





Quadrilatero Ortico