# DAL SOLIDO ALLE SIMMETRIE



Nel giardino dell'Accademia, i giovani allievi continuano a osservare i solidi geometrici presenti sul muretto di marmo. Uno di loro prende in mano un tetraedro e comincia a ruotarlo, osservandolo da diverse angolazioni.

«È curioso», esclama, «lo giro e lo rigiro, eppure sembra sempre uguale!»

Un altro allievo, incuriosito, prende il solido e prova a muoverlo a sua volta.

«Eppure, se lo guardiamo con attenzione, qualcosa sembra cambiare... Se lo giriamo in modi diversi, siamo sicuri che tutto rimanga esattamente come prima?»

Platone, che fino a quel momento ha osservato gli allievi, sorride e interviene:

«E se non fosse necessario guardare soltanto la forma? Provate a osservare con più attenzione ciò che accade durante questi movimenti.»

Gli allievi si raccolgono attorno al tetraedro, pronti a mettersi alla prova. Iniziano così a esplorare il tetraedro, provando a ruotarlo in modi diversi e confrontando le posizioni che assume.

Poco alla volta, confrontando le loro osservazioni e formulando ipotesi, si accorgono che alcuni movimenti gli permettono di tornare ad avere lo stesso aspetto, ma non tutte le sue parti occupano necessariamente la posizione iniziale. Incuriositi, continuano a esplorare il solido, fino a giungere a una conclusione tanto inaspettata quanto affascinante.

Cosa avranno scoperto gli allievi di Platone? Scopriamolo insieme...

Costruisci due tetraedri e numera i vertici dei solidi.

Confronta i due tetraedri. Quanti assi possiamo trovare affinché la posizione vertici ritorni nella posizione iniziale? Descrivili e spiega come li hai trovati. (Suggerimento: gli assi attraversano il solido)

_____
_____
_____
_____

Considera ciascun asse. Dopo quante rotazioni ritorna alla posizione iniziale? Descrivi il procedimento che hai effettuato. (Suggerimento: conta una rotazione ogni volta che il solido, girando attorno all'asse scelto, torna ad avere lo stesso aspetto)

_____
_____
_____
_____

Fissa un vertice. Effettua una rotazione. Confronta la posizione iniziale dei vertici con la posizione finale dei vertici. Qual è la nuova posizione dei vertici? Descrivi i passaggi che hai effettuato. (Suggerimento: Se il 2 si sposta nella posizione dell'1, scrivi 2 → 1)

_____
_____
_____
_____

Ripeti il procedimento per ogni vertice. Compila la seguente tabella.

| VERTICE FISSATO | VERTICE 1 | VERTICE 2 | VERTICE 3 | VERTICE 4 | SCRITTURA (ES: 1→ 2) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |

Apri il tetraedro e capovolgi la figura ottenuta. Numera nuovamente i vertici, facendo riferimento alla numerazione iniziale. Fissa un vertice e fai ruotare il solido. Compila la seguente tabella.

| VERTICE FISSATO | VERTICE 1 | VERTICE 2 | VERTICE 3 | VERTICE 4 | SCRITTURA (ES: 1→ 2) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Confronta le trasformazioni individuate nelle due tabelle. Quante trasformazioni differenti hai trovato complessivamente? Quali differenze osservi tra quelle della prima tabella e quelle della seconda?

_____
_____
_____
_____

Scegli due rotazioni qualunque presenti nelle due tabelle precedenti. Effettua le due rotazioni scelte. La nuova combinazione di vertici è presente nelle tabelle?

_____
_____
_____
_____

Esiste un elemento della tabella che non modifica la posizione dei vertici? Come si ottiene?

Effettua una rotazione qualunque. Trova una seconda rotazione che riporta tutti i vertici nella posizione iniziale. Giustifica il procedimento.

Considera tre rotazioni qualunque.

1) Effettua le prime due rotazioni. In quale posizione si trovano i vertici?

2) Effettua le ultime due rotazioni. In quale posizione si trovano i vertici?

3) Riparti dalla posizione iniziale. Effettua la prima rotazione e poi la rotazione ottenuta nel punto 2). In quale posizione si trovano i vertici?

4) Riparti dalla posizione iniziale. Effettua la rotazione ottenuta nel punto 1) e poi l'ultima rotazione. Confrontala con la rotazione del punto 3). Che cosa puoi dire?

Cosa hai scoperto fino ad adesso? Che tipo di insieme è questo?