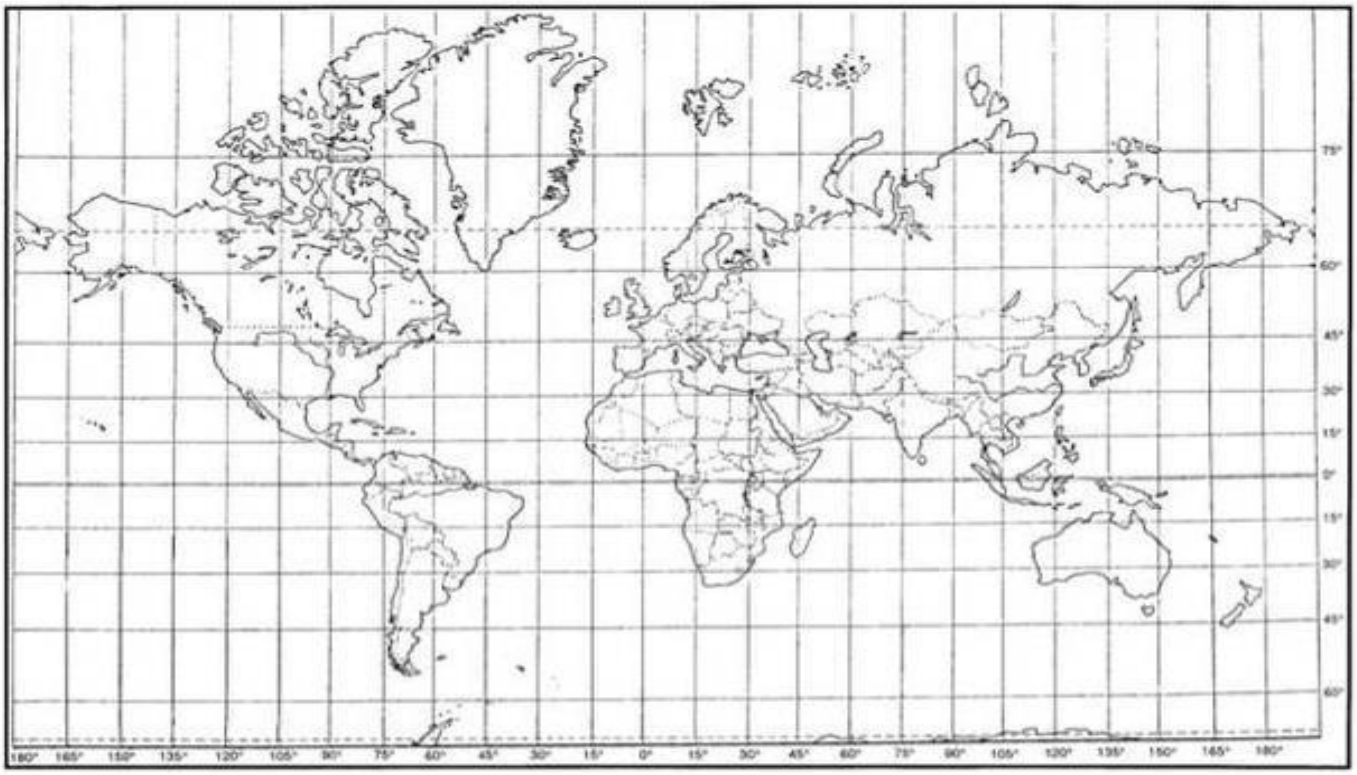
SCHEDA 1: SI PUO' DISEGNARE UNA LINEA RETTA SU UNA SFERA?

Problema: le rotte aeree

Collega San Francisco con Mosca e Napoli con Chicago.



Ora, con l'ausilio di un mappamondo, individua le posizioni di tali luoghi sul globo terrestre e riporta i punti individuati, dal globo terrestre alla sfera di Lénárt, con un pennarello lavabile.

Traccia i percorsi che ritieni più brevi tra San Francisco-Mosca e Napoli-Chicago. Come hai individuato i percorsi?	
Cosa hanno in comune le due rotte?	

RIFLESSIONE DIDATTICA · SOLO PER DOCENTI

Il problema delle rotte aeree costituisce il punto di partenza del percorso laboratoriale proposto agli studenti.

Quali conoscenze pregresse e rappresentazioni intuitive ritieni possano influenzare le strategie adottate dagli studenti per individuare le rotte richieste?

……

Perché, secondo te, potrebbe essere opportuno non correggere immediatamente eventuali risposte errate?

……

Andare "diritti"	
Come si fa ad "andare diritti" su di una superficie piana? (*attraversare una piazza, attraversare un lago…)* Dal punto di vista geometrico che ente geometrico è la traiettoria percorsa?	
È possibile "andare diritti" sulla superficie di una sfera? Come? Utilizzando gli strumenti del kit della sfera di Lénárt, prova a individuare una possibile traiettoria.	

Hai mai sentito parlare di **Geodetica**? Essa è la via "diritta" su una superficie.

Alla luce dell'esplorazione appena effettuata, come descriveresti una geodetica sulla sfera?

……..…….

……..…….

La geodetica del piano e della superficie sferica	
Nel piano Individua due punti *A* e *B* qualsiasi e traccia graficamente il più breve cammino che li congiunge. Descrivi la costruzione ottenuta.	
Sulla sfera di Lénárt Individua due punti A e B qualsiasi e traccia il cammino più breve che li congiunge. Descrivi la costruzione ottenuta.	
Misura la lunghezza dei due cammini individuati nel piano e sulla sfera. Quali strumenti hai utilizzato e come hai effettuato le misurazioni? *(Reperire o costruire uno strumento opportuno).*	

Confronta i cammini individuati. Quali analogie e differenze osservi?	

Ripensa alla traiettoria individuata cercando di «andare diritti» sulla sfera. Quale relazione osservi rispetto al cammino più breve appena costruito?	

Proprietà metrica della geodetica sulla sfera

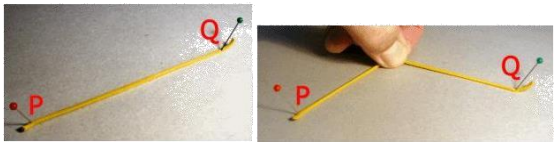
Tra due punti sufficientemente vicini sulla superficie sferica, il tratto minore di geodetica che li congiunge è

……

RIFLESSIONE DIDATTICA – SOLO PER DOCENTI

Nella sperimentazione originale, agli studenti è stato proposto di utilizzare un elastico per confrontare cammini differenti tra due punti, nel piano e sulla superficie sferica.

"Tendendo un elastico tra i due punti e pizzicandolo, cosa si può osservare quando lo si rilascia? Perché?"



(nel caso planare)



(nel caso sferico)

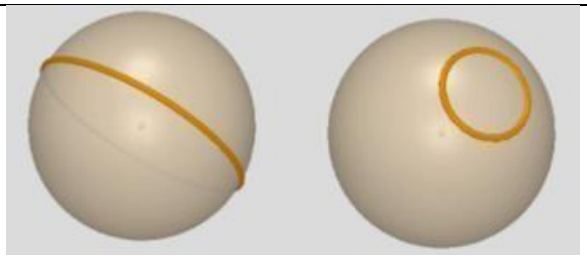
Quale ruolo ritieni possa svolgere l'uso degli artefatti impiegati nella sperimentazione originale nella comprensione della proprietà metrica della geodetica?

……

……

	Sul piano	Sulla sfera
Prolunga i cammini più brevi individuati. Che cosa osservi? Quali analogie e differenze emergono? Riporta graficamente quanto ottenuto qui accanto.		

Osserva le due circonferenze rappresentate sulla sfera. Quale delle due può essere considerata una geodetica? Perché?



…….

…….

Considera la configurazione che, secondo te, non rappresenta una geodetica sulla sfera.

Tale estensione è da considerarsi il corrispettivo di retta euclidea? ☐ SÌ ☐ NO

Perché?

……

Continuando a muoversi lungo una geodetica, dove si va? *(effettuare delle prove usando le tecniche già sperimentate e i supporti a vostra disposizione*)	Lungo una retta del piano euclideo è possibile procedere indefinitamente. Immagina di camminare lungo una geodetica sulla superficie sferica. Che cosa osserveresti dal punto di vista di chi si muove sulla superficie (intrinseco) e di chi osserva il movimento dall'esterno (estrinseco)? …… ……... ……...

Proprietà geometrica della geodetica sulla sfera: la geodetica sulla sfera è

…….

RIFLESSIONE DIDATTICA – SOLO PER DOCENTI

Nella sperimentazione originale, agli studenti è stato proposto di utilizzare un filo di lana rosso da sovrapporre alle estensioni dei cammini costruiti e di valutarne la quantità utile a ricoprire il cammino costruito.

"*Sovrapponi un filo di lana rosso al percorso tracciato. Quanto filo ti serve?"*

"Immagina di dover ripetere la stessa operazione su una superficie piana; in questo caso, ti basterebbe il filo di lana a tua disposizione?"

Quale contributo ritieni possa offrire questa esperienza alla comprensione delle differenze tra l'estensione delle rette euclidee e quella delle geodetiche sferiche?

……

……

Che caratteristiche deve avere una circonferenza tracciata sulla sfera per essere definita massima? Distingui il punto di vista intrinseco da quello estrinseco.	
Con i materiali a disposizione come si potrebbe verificare che la geodetica sulla sfera è una circonferenza massima?	

RIFLESSIONE DIDATTICA – SOLO PER DOCENTI

Dalle geodetiche ai postulati euclidei

Nella sperimentazione condotta con gli studenti, alle attività appena esplorate ha fatto seguito la *Caccia agli intrusi*, un'attività in cui gli studenti sono stati chiamati a confrontare i postulati euclidei con le proprietà delle geodetiche sferiche precedentemente individuate.

a) *In che modo ritieni che il confronto tra i postulati euclidei e la geometria sferica possa contribuire alla comprensione del concetto di sistema geometrico da parte degli studenti? Motiva la risposta.*

.....

…….

b) *Quali difficoltà o ostacoli prevedi che gli studenti potrebbero incontrare nello svolgimento di questa attività? Quali fattori, secondo te, potrebbero contribuire a determinarle?*

.....

……..

Ritorno al problema iniziale

Ritieni utile il riferimento iniziale alle rotte aeree? Perché? In caso affermativo, come riprenderesti il problema per guidare gli studenti a riconsiderare le proprie ipotesi iniziali alla luce delle conoscenze costruite durante il percorso?

……..

.....

SCHEDA 2: ESPLORANDO I TRIANGOLI SFERICI

Traccia sulla sfera di Lénárt due qualsiasi circonferenze massime distinte. Quanti punti di intersezione individui? Che cosa osservi rispetto alla loro posizione?	

Due punti della superficie sferica si dicono **antipodali** se la loro distanza sferica è pari alla metà della lunghezza di una circonferenza massima.
I punti di intersezione individuati sono antipodali? Motiva la risposta.

.....

…….

Traccia ora una terza circonferenza massima.
Riesci a individuare una figura analoga a un triangolo euclideo? ☐ SÌ ☐ NO

Nel piano euclideo, un triangolo è individuato da tre punti non allineati, collegati a due a due da segmenti, detti lati.

Sulla base dell'esplorazione effettuata, come definiresti un triangolo sferico? Quali analogie e differenze individui rispetto alla definizione euclidea?

……

……

Nel piano euclideo, tre rette che si intersecano a due a due in tre punti distinti individuano un unico triangolo.
Che cosa accade, invece, considerando tre circonferenze massime sulla sfera?

……..

……..

RIFLESSIONE DIDATTICA – SOLO PER DOCENTI

Dall'esplorazione alla definizione di triangolo

a) *Quale ruolo ritieni possa svolgere il confronto tra le configurazioni costruite nel piano e sulla sfera nella formulazione di una definizione di triangolo sferico? Motiva la risposta.*

.....

.....

b) *Come interverresti se uno studente proponesse una definizione di triangolo sferico basata esclusivamente sulle proprietà dei triangoli euclidei?*

.....

.....

SCHEDA 3: PROPRIETA' DEI TRIANGOLI SFERICI

Problema: la somma degli angoli interni di un triangolo è costante?

Nel piano	
Disegna un triangolo di vertici A, B e C che sia retto in B e chiama *s* la semiretta uscente da B e contenente il segmento BC. Rappresenta il triangolo nel riquadro accanto. Quanto vale la somma degli angoli interni del triangolo ABC? …….° Ora, muovi il punto C lungo la semiretta *s,* in modo da allungare il lato BC; costruisci un nuovo triangolo di vertici A, B e C. Disegna il nuovo triangolo nello stesso riquadro accanto. Dopo aver modificato la posizione di C, qual è ora la somma degli angoli interni del nuovo triangolo ABC? …….°	
La somma degli angoli interni di un triangolo euclideo (nel piano) è sempre costante? ☐ SÌ ☐ NO	

Sulla sfera di Lénárt	
Traccia una circonferenza massima *s* utilizzando un pennarello lavabile, che chiameremo **equatore**. Individua i due punti antipodali equidistanti da tutti i punti di *s*, detti *poli*. Costruisci un triangolo sferico ABC in modo che: • il vertice A coincide con un polo rispetto ad s • la base BC giace sull'equatore *s* • gli archi sferici AB e AC cadono perpendicolarmente sull'equatore *s* (cioè, formano angoli retti con BC) Disegna il triangolo sferico nel riquadro accanto.	

Quanto vale la somma degli angoli interni del triangolo ABC? …….°

Suggerimento: usa il goniometro sferico per misurare l'ampiezza di un angolo.



Ora, muovi il punto C lungo l'equatore *s,* in modo da allungare il lato BC; costruisci un nuovo triangolo sferico di vertici A, B e C.

Suggerimento: il nuovo triangolo mantiene le stesse caratteristiche di quello precedente, ma differisce per l'ampiezza dell'angolo in A.

Disegna il nuovo triangolo sferico nello stesso riquadro accanto.

Dopo aver modificato la posizione di C, qual è ora la somma degli angoli interni del nuovo triangolo ABC? …….°

La somma degli angoli interni di un triangolo sferico è sempre costante?

Scegli la risposta corretta barrando con una croce: ☐ SÌ ☐ NO

In caso di risposta negativa, prova a giustificare il motivo della tua scelta:

……

……

RIFLESSIONE DIDATTICA – SOLO PER DOCENTI

La somma degli angoli interni: dal piano alla sfera

a) *Quale ruolo ritieni possano svolgere le conoscenze geometriche pregresse degli studenti nell'interpretazione dei risultati ottenuti sulla somma degli angoli interni dei triangoli sferici? Motiva la risposta.*

.....

.....

……

b) *Se uno studente mettesse in dubbio i risultati ottenuti sulla sfera perché diversi da quelli conosciuti nel piano, come interverresti?*

.....

.....

c) *Quale ruolo ritieni possano svolgere gli strumenti specifici della geometria sferica, come il righello e il goniometro sferici, nell'apprendimento degli studenti? Quali opportunità e difficoltà potrebbero emergere dal loro utilizzo?*

.....

.....

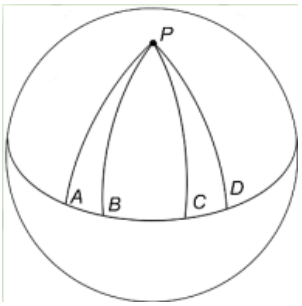
.....

Problema: Quale elemento o quali fattori influenzano la misura della somma degli angoli di un triangolo sferico?

Esegui la seguente costruzione sulla sfera di Lénárt utilizzando il materiale presente all'interno del kit.

Passo 1
Traccia l'equatore utilizzando un pennarello lavabile.

Passo 2
Individua uno dei poli rispetto all'equatore *s* e denotalo con P.



Passo 3
Disegna una perpendicolare all'equatore passante per P.

Passo 4
Disegna altre tre perpendicolari. Chiama i punti di intersezione con l'equatore A, B, C e D, come mostrato in figura.

Passo 5
Individua i triangoli sferici PAB, PAC, PAD e misura gli angoli interni di ciascun triangolo utilizzando il goniometro sferico. Annota le misure sul foglio.

È noto che la somma degli angoli interni di un triangolo sferico è maggiore di 180°. Motiva questa asserzione facendo riferimento ai triangoli appena costruiti.

……

……

……

Per ciascuno dei tre triangoli, osserva e descrivi la relazione tra le aree e la misura della somma dei loro angoli interni.

……

…….....

……

In base alla tua osservazione, quale elemento o quali fattori influenzano la misura della somma degli angoli di un triangolo sferico?

……

Indica, se esistono, il valore minimo e massimo che può assumere la somma degli angoli interni di un triangolo sferico. Motiva la tua risposta e/o rappresenta la situazione con un disegno.	

RIFLESSIONE DIDATTICA – SOLO PER DOCENTI

Dall'esplorazione alla generalizzazione

Ritieni che le osservazioni e le misurazioni effettuate siano sufficienti per giustificare la relazione individuata? Perché? Come proseguiresti eventualmente l'attività?

.....

.....

……